

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина»

УТВЕРЖДАЮ  
Директор по образовательной  
деятельности

\_\_\_\_\_ С.Т. Князев  
«\_\_» \_\_\_\_\_

### РАБОЧАЯ ПРОГРАММА МОДУЛЯ

Код модуля	Модуль
1156324	Геометрия и топология

Екатеринбург

Перечень сведений о рабочей программе модуля	Учетные данные
<b>Образовательная программа</b> 1. Механика и математическое моделирование 2. Прикладная математика	<b>Код ОП</b> 1. 01.03.03/33.01 2. 01.03.04/33.01
<b>Направление подготовки</b> 1. Механика и математическое моделирование; 2. Прикладная математика	<b>Код направления и уровня подготовки</b> 1. 01.03.03; 2. 01.03.04

Программа модуля составлена авторами:

№ п/п	Фамилия Имя Отчество	Ученая степень, ученое звание	Должность	Подразделение
1	Верников Борис Муневич	доктор физико-математических наук, доцент	Профессор	алгебры и фундаментальной информатики
2	Сизый Сергей Викторович	доктор технических наук, доцент	Профессор	алгебры и фундаментальной информатики

**Согласовано:**

Управление образовательных программ

Р.Х. Токарева

# 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА МОДУЛЯ Геометрия и топология

## 1.1. Аннотация содержания модуля

Курс освещает базовые абстрактные формальные модели, применяющиеся в математическом моделировании для описания пространства и его объектов. Ни одна из современных наук не свободна от понятий, излагаемых в модуле. Отдельные разделы дисциплин модуля являются основой компьютерной и вычислительной геометрии и прикладных областей, таких как «компьютерное зрение», трехмерная графика

## 1.2. Структура и объем модуля

Таблица 1

№ п/п	Перечень дисциплин модуля в последовательности их освоения	Объем дисциплин модуля и всего модуля в зачетных единицах
1	Дифференциальная геометрия и топология	3
ИТОГО по модулю:		3

## 1.3. Последовательность освоения модуля в образовательной программе

Пререквизиты модуля	1. Алгебра и геометрия
Постреквизиты и кореквизиты модуля	1. Анализ функций одного и нескольких переменных

## 1.4. Распределение компетенций по дисциплинам модуля, планируемые результаты обучения (индикаторы) по модулю

Таблица 2

Перечень дисциплин модуля	Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы)
1	2	3
Дифференциальная геометрия и топология	ОПК-1 - Способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности	З-1 - Демонстрировать понимание основных закономерностей, законов, теорий математики, их взаимосвязь с другими дисциплинами У-1 - Определять пути решения задач профессиональной деятельности, опираясь на знания основных закономерностей, законов, теории математики

		<p>П-1 - Демонстрировать навыки применения простейших математических теорий и моделей для решения задач профессиональной деятельности</p> <p>Д-3 - Демонстрировать осознанный интерес к решению задач профессиональной деятельности по избранной специальности</p>
--	--	--

### **1.5. Форма обучения**

Обучение по дисциплинам модуля может осуществляться в очной формах.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Дифференциальная геометрия и топология**

Рабочая программа дисциплины составлена авторами:

<b>№ п/п</b>	<b>Фамилия Имя Отчество</b>	<b>Ученая степень, ученое звание</b>	<b>Должность</b>	<b>Подразделение</b>
1	Верников Борис Муневич	доктор физико-математических наук, доцент	Профессор	алгебры и фундаментальной информатики
2	Овсянников Александр Яковлевич	кандидат физико-математических наук, доцент	Доцент	департамент математики, механики и компьютерных наук

**Рекомендовано учебно-методическим советом института Естественных наук и математики**

Протокол № 7 от 29.09.2023 г.

# 1. СОДЕРЖАНИЕ И ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ

Авторы:

- Верников Борис Муневич, Профессор, алгебры и фундаментальной информатики
- Овсянников Александр Яковлевич, Доцент, департамент математики, механики и компьютерных наук

## 1.1. Технологии реализации, используемые при изучении дисциплины модуля

- Традиционная (репродуктивная) технология
- Разноуровневое (дифференцированное) обучение
  - Базовый уровень

*\*Базовый I уровень – сохраняет логику самой науки и позволяет получить упрощенное, но верное и полное представление о предмете дисциплины, требует знание системы понятий, умение решать проблемные ситуации. Освоение данного уровня результатов обучения должно обеспечить формирование запланированных компетенций и позволит обучающемуся на минимальном уровне самостоятельности и ответственности выполнять задания;*  
*Продвинутый II уровень – углубляет и обогащает базовый уровень как по содержанию, так и по глубине проработки материала дисциплины. Это происходит за счет включения дополнительной информации. Данный уровень требует умения решать проблемы в рамках курса и смежных курсов посредством самостоятельной постановки цели и выбора программы действий. Освоение данного уровня результатов обучения позволит обучающемуся повысить уровень самостоятельности и ответственности до творческого применения знаний и умений.*

## 1.2. Содержание дисциплины

Таблица 1.1

Код раздела, темы	Раздел, тема дисциплины*	Содержание
P1	Кривые	Общие сведения о кривых в аффинных евклидовых пространствах. Определение гладкой кривой. Регулярность. Длина кривой. Замена параметра. Эквивалентность кривых. Кривые единичной скорости и натурально параметризованные кривые. Плоские кривые. Линии на плоскости. Касание плоских кривых. Огибающая. Репер Френе и кривизна плоской кривой единичной скорости. Соприкасающаяся окружность и центр кривизны. Натуральные уравнения кривой. Репер Френе и кривизна произвольной регулярной плоской кривой. Понятие о сферическом отображении Гаусса. Локальное строение плоских кривых. Эволюта и эвольвента. Общая локальная теория кривых. Кривые общего вида. Репер Френе кривой общего вида. Теорема Френе-Жордана. Уравнения Френе кривой общего вида. Кривые общего вида в трехмерном пространстве, репер Френе, кривизна и кручение. Свойства кривизн кривых общего вида. Основная теорема локальной теории кривых. Теорема о последней кривизне. Кривые с постоянными кривизнами.
P2	Поверхности	Понятие поверхности. Дифференциал гладкого отображения. Диффеоморфизм. Определение поверхности. Касательное пространство. Касательное расслоение. Примеры поверхностей. Внутренняя геометрия поверхности. Первая фундаментальная форма. Длина кривой вдоль поверхности.

		<p>Углы на поверхности. Объем поверхности. Замена параметров на поверхности. Изометричность поверхностей. Внешняя геометрия гиперповерхностей. Нормальное гауссово поле. Дифференциал нормального отображения. Основной оператор гиперповерхности и вторая фундаментальная форма. Самосопряженность основного оператора и симметричность второй фундаментальной формы гиперповерхности. Матрица основного оператора гиперповерхности. Кривизны и главные направления. Линии кривизны. Локальное строение гиперповерхности. Нормальная кривизна. Теорема Мённе. Теорема Эйлера. Чебышевские сети и асимптотические линии. Движение репера вдоль поверхности. Производные базисных векторов. Коэффициенты связности Леви-Чивита (символы Кристоффеля). Уравнения Гаусса-Петерсона-Кодацци-Майнарди. Тензоры. Определения и свойства тензоров кривизны Леви-Чивита и Римана. Теорема «egregium» Гаусса. Ковариантное ускорение. Геодезические и предгеодезические кривые. Вариации кривых на поверхности. Экстремальные свойства геодезических. Векторные и тензорные поля вдоль поверхности. Связность Леви-Чивита. Ковариантное дифференцирование тензорных полей. Параллельное перенесение и геометрический смысл тензоров кривизны Леви-Чивита и Римана. Ковариантное постоянство метрики, согласованность связности с метрическим тензором. Тождество Бианки.</p>
--	--	---

### 1.3. Направление, виды воспитательной деятельности и используемые технологии

Таблица 1.2

Направление воспитательной деятельности	Вид воспитательной деятельности	Технология воспитательной деятельности	Компетенция	Результаты обучения
Профессиональное воспитание	учебно-исследовательская, научно-исследовательская	Технология формирования уверенности и готовности к самостоятельной успешной профессиональной деятельности	ОПК-1 - Способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности	Д-3 - Демонстрировать осознанный интерес к решению задач профессиональной деятельности по избранной специальности

1.4. Программа дисциплины реализуется на государственном языке Российской Федерации .

## 2. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### Дифференциальная геометрия и топология

#### Электронные ресурсы (издания)

1. Сизый, С. В.; Лекции по дифференциальной геометрии : учебное пособие.; Физматлит, Москва; 2007; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69328> (Электронное издание)
2. Норден, А. П., Григорьев, И. Н.; Краткий курс дифференциальной геометрии; Государственное издательство физико-математической литературы, Москва; 1958; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=464139> (Электронное издание)

### **Печатные издания**

1. Аминов, Ю. А.; Дифференциальная геометрия и топология кривых; Наука, Москва; 1987 (3 экз.)
2. ; Интегральное исчисление. Дифференциальное исчисление функций нескольких переменных. Дифференциальная геометрия : учебник для студентов вузов.; URSS, Москва; 2014 (10 экз.)

### **Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы**

Не используются

### **Материалы для лиц с ОВЗ**

Весь контент ЭБС представлен в виде файлов специального формата для воспроизведения синтезатором речи, а также в тестовом виде, пригодном для прочтения с использованием экранной лупы и настройкой контрастности.

### **Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы**

Зональная научная библиотека УрФУ - <http://lib.urfu.ru>

## **3. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Дифференциальная геометрия и топология**

#### **Сведения об оснащённости дисциплины специализированным и лабораторным оборудованием и программным обеспечением**

Таблица 3.1

<b>№ п/п</b>	<b>Виды занятий</b>	<b>Оснащённость специальных помещений и помещений для самостоятельной работы</b>	<b>Перечень лицензионного программного обеспечения</b>
1	Лекции	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов  Рабочее место преподавателя  Доска аудиторная  Периферийное устройство  Подключение к сети Интернет	Office 365 EDUA3 ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr B Faculty EES  Google Chrome
2	Практические занятия	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в	Office 365 EDUA3 ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr B Faculty EES



		соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная Периферийное устройство	
3	Консультации	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная	Не требуется
4	Текущий контроль и промежуточная аттестация	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная	Не требуется
5	Самостоятельная работа студентов	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов	Не требуется