

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина»

УТВЕРЖДАЮ  
Директор по образовательной  
деятельности

\_\_\_\_\_ С.Т. Князев  
«\_\_\_» \_\_\_\_\_

### РАБОЧАЯ ПРОГРАММА МОДУЛЯ

<b>Код модуля</b>	<b>Модуль</b>
1156330	Математические модели систем с запаздыванием

Екатеринбург

<b>Перечень сведений о рабочей программе модуля</b>	<b>Учетные данные</b>
<b>Образовательная программа</b> 1. Механика и математическое моделирование	<b>Код ОП</b> 1. 01.03.03/33.01
<b>Направление подготовки</b> 1. Механика и математическое моделирование	<b>Код направления и уровня подготовки</b> 1. 01.03.03

Программа модуля составлена авторами:

<b>№ п/п</b>	<b>Фамилия Имя Отчество</b>	<b>Ученая степень, ученое звание</b>	<b>Должность</b>	<b>Подразделение</b>
1	Долгий Юрий Филиппович	доктор физико- математических наук, профессор	профессор	прикладной математики и механики

**Согласовано:**

Управление образовательных программ

Р.Х. Токарева

# 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА МОДУЛЯ Математические модели систем с запаздыванием

## 1.1. Аннотация содержания модуля

В курсе рассматриваются математические модели с запаздыванием, описывающие поведение механических, физических, технических и биологических систем. При изложении основных разделов курса используются методы и результаты курсов теоретическая механика, математический анализ, линейная алгебра, дифференциальные уравнения, теория устойчивости движений, теория нелинейных колебаний. Излагаются основные результаты теории функционально дифференциальных уравнений. Качественные методы теории динамических систем применяются для исследования конкретных математических моделей с запаздыванием.

## 1.2. Структура и объем модуля

Таблица 1

№ п/п	Перечень дисциплин модуля в последовательности их освоения	Объем дисциплин модуля и всего модуля в зачетных единицах
1	Математические модели систем с запаздыванием	3
ИТОГО по модулю:		3

## 1.3. Последовательность освоения модуля в образовательной программе

<b>Пререквизиты модуля</b>	1. Анализ функций одного и нескольких переменных
<b>Постреквизиты и кореквизиты модуля</b>	Не предусмотрены

## 1.4. Распределение компетенций по дисциплинам модуля, планируемые результаты обучения (индикаторы) по модулю

Таблица 2

Перечень дисциплин модуля	Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы)
1	2	3
Математические модели систем с запаздыванием	ОПК-2 - Способен проводить под научным руководством исследования на основе современных методов в конкретной области	Д-2 - Проявлять заинтересованность в содержании и результатах исследовательской работы

	профессиональной деятельности	
--	----------------------------------	--

### **1.5. Форма обучения**

Обучение по дисциплинам модуля может осуществляться в очной формах.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Математические модели систем с**  
**запаздыванием**

Рабочая программа дисциплины составлена авторами:

<b>№ п/п</b>	<b>Фамилия Имя Отчество</b>	<b>Ученая степень, ученое звание</b>	<b>Должность</b>	<b>Подразделение</b>
1	Долгий Юрий Филиппович	доктор физико- математических наук, профессор	Профессор	прикладной математики и механики

**Рекомендовано учебно-методическим советом института** Естественных наук и математики

Протокол № 7 от 29.09.2023 г.

# 1. СОДЕРЖАНИЕ И ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ

Авторы:

- Долгий Юрий Филиппович, Профессор, прикладной математики и механики

## 1.1. Технологии реализации, используемые при изучении дисциплины модуля

- Традиционная (репродуктивная) технология
- Разноуровневое (дифференцированное) обучение
  - Базовый уровень

*\*Базовый I уровень – сохраняет логику самой науки и позволяет получить упрощенное, но верное и полное представление о предмете дисциплины, требует знание системы понятий, умение решать проблемные ситуации. Освоение данного уровня результатов обучения должно обеспечить формирование запланированных компетенций и позволит обучающемуся на минимальном уровне самостоятельности и ответственности выполнять задания;*

*Продвинутый II уровень – углубляет и обогащает базовый уровень как по содержанию, так и по глубине проработки материала дисциплины. Это происходит за счет включения дополнительной информации. Данный уровень требует умения решать проблемы в рамках курса и смежных курсов посредством самостоятельной постановки цели и выбора программы действий. Освоение данного уровня результатов обучения позволит обучающемуся повысить уровень самостоятельности и ответственности до творческого применения знаний и умений.*

## 1.2. Содержание дисциплины

Таблица 1.1

Код раздела, темы	Раздел, тема дисциплины*	Содержание
Т.1	Существование и единственность решений дифференциальных уравнений с запаздыванием.	Дифференциальные уравнения с сосредоточенным запаздыванием. Дифференциальные уравнения с распределенным запаздыванием. Дифференциальные уравнения нейтрального типа.
Т.2	Линейные автономные системы дифференциальных уравнений с запаздыванием.	Общий вид линейного автономного дифференциального уравнения с запаздыванием. Решения Эйлера. Использование преобразования Лапласа для нахождения решения задачи Коши.
Т.3	Устойчивость решений дифференциальных уравнений с запаздыванием.	Определения устойчивости и асимптотической устойчивости. Устойчивость положений равновесия автономных систем дифференциальных уравнений с запаздыванием. Характеристическое уравнение. Теорема Красовского об асимптотической устойчивости. Проблема Рауса—Гурвица. Теорема Понтрягина. Критерии абсолютной устойчивости Репина и Животовского.
Т.4	Популяционная модель Хатчинсона.	Популяционные модели Мальтуса, Ферхлюста и Хатчинсона. Метод Д-разбиения, в случае одного параметра. Условия устойчивости положения равновесия в модели Хатчинсона.
Т.5	Модель кроветворения Мэки-Гласса.	Метод Д-разбиения, в случае двух параметров. Условия устойчивости положения равновесия в модели Мэки-Гласса.

<b>Т.6</b>	Популяционная модель “хищник-жертва”.	Популяционные модели Лотки—Вольтерра, Колмогорова, Колесова и Мэя. Условия устойчивости положения равновесия в модели Мэя.
<b>Т.7</b>	Модель инфекционного заболевания Марчука.	Описание математической модели. Условия устойчивости положения равновесия при хроническом заболевании.
<b>Т.8</b>	Дифференциальные уравнения в банаховом пространстве.	Эволюционные операторы. Сильно непрерывные полугруппы. Инфинитезимальные операторы.
<b>Т.9</b>	Функционалы Ляпунова—Красовского.	Определенно-положительные функционалы. Теоремы об асимптотической устойчивости решений системы дифференциальных уравнений с последействием.
<b>Т.10</b>	Динамическая модель деформации вязкоупругого стержня.	Описание математической модели. Исследование устойчивости вертикального положения равновесия.
<b>Т.11</b>	Модель роста и деления клеток.	Описание математической модели. Нахождение эволюционных операторов. Асимптотическое поведение решений.
<b>Т.12</b>	Устойчивость линейных периодических систем дифференциальных уравнений с запаздыванием.	Общее решение линейной периодической системы дифференциальных уравнений с запаздыванием. Свойства эволюционных операторов. Оператор монодромии. Мультипликаторы и характеристические показатели. Решения Флоке. Теорема об асимптотической устойчивости решений.
<b>Т.13</b>	Математическая модель фрезерования.	Описание математической модели. Области устойчивости автономной модели. Параметрический резонанс в периодической модели.
<b>Т.14</b>	Периодические колебания в популяционной модели Хатчинсона.	Бифуркация Хопфа. Вычисление периодического решения. Устойчивость периодического решения.
<b>Т.15</b>	Двух продуктовая модель производства товаров.	Условия устойчивости положения равновесия автономной модели. Периодическая модель производства товаров. Исследование устойчивости положения равновесия. Краевая задача для собственных чисел оператора монодромии. Изучение бифуркаций собственных чисел оператора монодромии.
<b>Т.16</b>	Влияние запаздывания на движение заряженной частицы в кулоновском поле.	Описание математической модели. Неустойчивость круговых орбит. Отсутствие возмущенных периодических орбит.

### 1.3. Направление, виды воспитательной деятельности и используемые технологии

Таблица 1.2

Направление воспитательной деятельности	Вид воспитательной деятельности	Технология воспитательной деятельности	Компетенция	Результаты обучения
Профессиональное воспитание	учебно-исследовательская, научно-	Технология формирования уверенности и	ОПК-2 - Способен проводить под научным	Д-2 - Проявлять заинтересованность в содержании и

	исследовательская	готовности к самостоятельной успешной профессиональной деятельности	руководством исследования на основе современных методов в конкретной области профессиональной деятельности	результатах исследовательской работы
--	-------------------	---	--	--------------------------------------

1.4. Программа дисциплины реализуется на государственном языке Российской Федерации .

## 2. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### Математические модели систем с запаздыванием

#### Электронные ресурсы (издания)

1. Долгий, Ю. Ф.; Математические модели динамических систем с запаздыванием : учебное пособие для студентов, обучающихся по программе бакалавриата по направлению подготовки 010800 "Механика и математическое моделирование", по программе магистратуры по направлению подготовки 010300 "Фундаментальная информатика и информационные технологии".; Издательство Уральского университета, Екатеринбург; 2012; <http://hdl.handle.net/10995/45629> (Электронное издание)
2. Самарский, А. А.; Математическое моделирование: идеи, методы, примеры : монография.; Физматлит, Москва; 2005; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68976> (Электронное издание)
3. ; Автоволновые процессы в нелинейных средах с диффузией : монография.; Физматлит, Москва; 2010; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68971> (Электронное издание)

#### Печатные издания

1. Андреев, А. С.; Устойчивость неавтономных функционально-дифференциальных уравнений : [монография].; УлГУ, Ульяновск; 2005 (1 экз.)
2. , Мищенко, Е. Ф., Садовничий, В. А., Колесов, А. Ю., Розов, Н. Х.; Автоволновые процессы в нелинейных средах с диффузией : [монография].; ФИЗМАТЛИТ, Москва; 2005 (2 экз.)
3. ; Автоволновые процессы в нелинейных средах с диффузией; ФИЗМАТЛИТ, Москва; 2005 (1 экз.)

### Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы

Зональная научная библиотека УрФУ - <http://lib.urfu.ru>

#### Материалы для лиц с ОВЗ

Весь контент ЭБС представлен в виде файлов специального формата для воспроизведения синтезатором речи, а также в тестовом виде, пригодном для прочтения с использованием экранной лупы и настройкой контрастности.

Весь контент ЭБС представлен в виде файлов специального формата для воспроизведения синтезатором речи, а также в тестовом виде, пригодном для прочтения с использованием экранной лупы и настройкой контрастности.



## Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

Зональная научная библиотека УрФУ - <http://lib.urfu.ru>

### 3. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### Математические модели систем с запаздыванием

Сведения об оснащённости дисциплины специализированным и лабораторным оборудованием и программным обеспечением

Таблица 3.1

№ п/п	Виды занятий	Оснащённость специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения
1	Лекции	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя	Не требуется
2	Практические занятия	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя	Не требуется
3	Консультации	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя	Не требуется
4	Текущий контроль и промежуточная аттестация	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя	Не требуется
5	Самостоятельная работа студентов	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Подключение к сети Интернет	Не требуется