

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина»

УТВЕРЖДАЮ  
Директор по образовательной  
деятельности

\_\_\_\_\_ С.Т. Князев  
«\_\_» \_\_\_\_\_

### РАБОЧАЯ ПРОГРАММА МОДУЛЯ

<b>Код модуля</b>	<b>Модуль</b>
1156481	Фундаментальная математика

**Екатеринбург**

<b>Перечень сведений о рабочей программе модуля</b>	<b>Учетные данные</b>
<b>Образовательная программа</b> 1. Математическое обеспечение и администрирование информационных систем	<b>Код ОП</b> 1. 02.03.03/33.01
<b>Направление подготовки</b> 1. Математическое обеспечение и администрирование информационных систем	<b>Код направления и уровня подготовки</b> 1. 02.03.03

Программа модуля составлена авторами:

<b>№ п/п</b>	<b>Фамилия Имя Отчество</b>	<b>Ученая степень, ученое звание</b>	<b>Должность</b>	<b>Подразделение</b>
1	Бродская Лариса Игоревна	без ученой степени, без ученого звания	Старший преподаватель	Департамент математики, механики и компьютерных наук
2	Верников Борис Муневич	доктор физико-математических наук, доцент	Профессор	алгебры и фундаментальной информатики
3	Глазырина Полина Юрьевна	кандидат физико-математических наук, доцент	Заведующий кафедрой	математического анализа
4	Каюмов Рашид Ильфатович	кандидат физико-математических наук, доцент	Доцент	Департамент математики, механики и компьютерных наук
5	Коврижных Антон Юрьевич	кандидат физико-математических наук, без ученого звания	Доцент	вычислительной математики и компьютерных наук
6	Пьянзина Елена Сергеевна	кандидат физико-математических наук, без ученого звания	Доцент	теоретической и математической физики

**Согласовано:**

Управление образовательных программ

Р.Х. Токарева

# 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА МОДУЛЯ **Фундаментальная математика**

## 1.1. Аннотация содержания модуля

Модуль формирует понимание студентом фундаментальных понятий, идей, методов и результатов в области линейной и общей алгебры, аналитической геометрии, математического анализа, математической логики, теории вероятностей, математической статистики и дискретной математики, дифференциальных уравнений, что необходимо для понимания основных математических моделей. Модуль относится к обязательной части, состоит из дисциплин «Алгебра и геометрия», «Дискретная математика», «Дифференциальные уравнения», «Математическая логика», «Математический анализ» и «Теория вероятностей и математическая статистика»

## 1.2. Структура и объем модуля

Таблица 1

№ п/п	Перечень дисциплин модуля в последовательности их освоения	Объем дисциплин модуля и всего модуля в зачетных единицах
1	Математическая логика	4
2	Алгебра и геометрия	12
3	Дискретная математика	6
4	Теория вероятностей и математическая статистика	6
5	Математический анализ	18
6	Дифференциальные уравнения	7
ИТОГО по модулю:		53

## 1.3. Последовательность освоения модуля в образовательной программе

<b>Пререквизиты модуля</b>	Не предусмотрены
<b>Постреквизиты и кореквизиты модуля</b>	<ol style="list-style-type: none"><li>1. Дискретные и непрерывные методы оптимизации</li><li>2. Численные методы</li><li>3. Гармонический анализ</li><li>4. Прикладная статистика</li></ol>

## 1.4. Распределение компетенций по дисциплинам модуля, планируемые результаты обучения (индикаторы) по модулю

Таблица 2

Перечень дисциплин модуля	Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы)
1	2	3
Алгебра и геометрия	ОПК-1 - Способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности	<p>З-1 - Демонстрировать понимание основных закономерностей, законов, теорий математики, их взаимосвязь с другими дисциплинами</p> <p>У-1 - Определять пути решения задач профессиональной деятельности, опираясь на знания основных закономерностей, законов, теории математики</p> <p>П-1 - Демонстрировать навыки применения простейших математических теорий и моделей для решения задач профессиональной деятельности</p> <p>Д-1 - Демонстрировать навыки самообразования</p>
	ПК-1 - Способность демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий	<p>З-1 - Формулировать основные теоремы и понятия математических и естественных наук</p> <p>У-1 - Решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области математики и компьютерных наук</p>
Дискретная математика	ОПК-2 - Способен проводить под научным руководством исследования на основе современных методов в конкретной области профессиональной деятельности	<p>З-1 - Демонстрировать понимание теоретических основ методов, используемых для проведения научных исследований в профильной области</p> <p>У-1 - Соотносить цель и задачи исследования с набором методов исследования, выбирать необходимое сочетание цели и средств</p> <p>П-1 - Иметь опыт выполнения стандартных исследований с использованием серийного научного и технологического оборудования, стандартной методологии и методов исследований</p> <p>Д-1 - Проявлять ответственность за проводимые исследования</p>

	ПК-1 - Способность демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий	<p>З-1 - Формулировать основные теоремы и понятия математических и естественных наук</p> <p>У-1 - Решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области математики и компьютерных наук</p>
Дифференциальные уравнения	ОПК-1 - Способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности	<p>З-2 - Интерпретировать основные теоретические положения фундаментальных разделов естественных наук, необходимые для освоения компетенций по профилю деятельности</p> <p>У-1 - Определять пути решения задач профессиональной деятельности, опираясь на знания основных закономерностей, законов, теории математики</p> <p>П-2 - Демонстрировать навыки использования основных естественнонаучных законов, теорий и принципов в важнейших практических приложениях</p> <p>Д-2 - Демонстрировать осознанную мировоззренческую позицию</p>
	ПК-1 - Способность демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий	<p>З-1 - Формулировать основные теоремы и понятия математических и естественных наук</p> <p>У-1 - Решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области математики и компьютерных наук</p>
Математическая логика	УК-1 - Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач, в том числе в цифровой среде	<p>З-8 - Сделать обзор основных видов логики, законов логики, правил и методов анализа</p> <p>З-9 - Демонстрировать понимание смысла построения логических формализованных систем, своеобразие системного подхода к изучению мышления по сравнению с другими науками</p> <p>У-11 - Анализировать, сопоставлять и систематизировать информацию, выводить умозаключения, опираясь на законы логики, и правильно формулировать суждения для решения поставленных задач</p>

		<p>П-7 - Иметь опыт разработки вариантов решения поставленных задач, совершая мыслительные процедуры и операции в соответствии с законами логики и правилами мышления</p> <p>Д-6 - Демонстрировать умения четко мыслить и эффективно принимать решения</p>
	<p>ОПК-1 - Способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности</p>	<p>З-2 - Интерпретировать основные теоретические положения фундаментальных разделов естественных наук, необходимые для освоения компетенций по профилю деятельности</p> <p>У-2 - Анализировать результаты наблюдений и экспериментов с использованием знаний фундаментальных разделов естественных наук и объективных законов природы</p> <p>П-2 - Демонстрировать навыки использования основных естественнонаучных законов, теорий и принципов в важнейших практических приложениях</p> <p>Д-3 - Демонстрировать осознанный интерес к решению задач профессиональной деятельности по избранной специальности</p>
	<p>ПК-1 - Способность демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий</p>	<p>З-1 - Формулировать основные теоремы и понятия математических и естественных наук</p> <p>У-1 - Решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области математики и компьютерных наук</p>
<p>Математический анализ</p>	<p>ОПК-1 - Способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности</p>	<p>З-1 - Демонстрировать понимание основных закономерностей, законов, теорий математики, их взаимосвязь с другими дисциплинами</p> <p>У-1 - Определять пути решения задач профессиональной деятельности, опираясь на знания основных закономерностей, законов, теории математики</p> <p>П-1 - Демонстрировать навыки применения простейших математических теорий и</p>

		<p>моделей для решения задач профессиональной деятельности</p> <p>Д-2 - Демонстрировать осознанную мировоззренческую позицию</p>
	<p>ПК-1 - Способность демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий</p>	<p>З-1 - Формулировать основные теоремы и понятия математических и естественных наук</p> <p>У-1 - Решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области математики и компьютерных наук</p>
<p>Теория вероятностей и математическая статистика</p>	<p>ОПК-2 - Способен проводить под научным руководством исследования на основе современных методов в конкретной области профессиональной деятельности</p>	<p>З-1 - Демонстрировать понимание теоретических основ методов, используемых для проведения научных исследований в профильной области</p> <p>У-1 - Соотносить цель и задачи исследования с набором методов исследования, выбирать необходимое сочетание цели и средств</p> <p>П-1 - Иметь опыт выполнения стандартных исследований с использованием серийного научного и технологического оборудования, стандартной методологии и методов исследований</p> <p>Д-2 - Проявлять заинтересованность в содержании и результатах исследовательской работы</p>
	<p>ПК-1 - Способность демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий</p>	<p>З-1 - Формулировать основные теоремы и понятия математических и естественных наук</p> <p>У-1 - Решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области математики и компьютерных наук</p>

### 1.5. Форма обучения

Обучение по дисциплинам модуля может осуществляться в очной формах.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Математическая логика**

Рабочая программа дисциплины составлена авторами:

<b>№ п/п</b>	<b>Фамилия Имя Отчество</b>	<b>Ученая степень, ученое звание</b>	<b>Должность</b>	<b>Подразделение</b>
1	Нагребецкая Юлия Вацлавовна	кандидат физико- математических наук, без ученого звания	Доцент	Департамент математики, механики и компьютерных наук
2	Репницкий Владимир Брониславович	доктор физико- математических наук, профессор	Профессор	алгебры и фундаментальной информатики

**Рекомендовано учебно-методическим советом института Естественных наук и математики**

Протокол № 2 от 13.04.2021 г.



# 1. СОДЕРЖАНИЕ И ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ

Авторы:

- Нагребецкая Юлия Вацлавовна, Доцент, Департамент математики, механики и компьютерных наук
- Репницкий Владимир Брониславович, Профессор, алгебры и фундаментальной информатики

## 1.1. Технологии реализации, используемые при изучении дисциплины модуля

- Традиционная (репродуктивная) технология
- Разноуровневое (дифференцированное) обучение
  - Базовый уровень

*\*Базовый I уровень – сохраняет логику самой науки и позволяет получить упрощенное, но верное и полное представление о предмете дисциплины, требует знание системы понятий, умение решать проблемные ситуации. Освоение данного уровня результатов обучения должно обеспечить формирование запланированных компетенций и позволит обучающемуся на минимальном уровне самостоятельности и ответственности выполнять задания;*

*Продвинутый II уровень – углубляет и обогащает базовый уровень как по содержанию, так и по глубине проработки материала дисциплины. Это происходит за счет включения дополнительной информации. Данный уровень требует умения решать проблемы в рамках курса и смежных курсов посредством самостоятельной постановки цели и выбора программы действий. Освоение данного уровня результатов обучения позволит обучающемуся повысить уровень самостоятельности и ответственности до творческого применения знаний и умений.*

## 1.2. Содержание дисциплины

Таблица 1.1

Код раздела, темы	Раздел, тема дисциплины*	Содержание
1	Логика высказываний	Понятие высказывания, интерпретация. Формулы логики высказываний, таблица истинности. Логическое следствие, равносильность формул. Законы логики высказываний. Дизъюнктивная и конъюнктивная нормальные формы. Понятие логического вывода. Теорема дедукции. Теоремы о полноте исчисления высказываний, об адекватности, о выполнимости, о компактности. Применение логики высказываний для конструирования релейно-контактных схем.
2	Логика предикатов	Алгебраические системы и модели. Понятие предиката. Кванторы. Понятие терма, формулы логики предикатов. Определение интерпретации и истинности формулы на модели. Логическое следствие для логики предикатов. Законы логики предикатов. Предваренные нормальные формы. Понятие логического вывода. Теорема о выполнимости непротиворечивой совокупности предложений, теорема о полноте, теорема адекватности и теорема компактности. Теорема Левенгейма-Скулема
3	Аксиоматизируемые классы и аксиоматизируемые теории	Понятие логической теории, аксиоматизируемые теории и аксиоматизируемые классы алгебраических систем. Свойства аксиоматизируемых классов. Конечная и бесконечная аксиоматизируемость, примеры неаксиоматизируемых классов. Выразимость, формульность предикатов в данной сигнатуре.

		Невыразимость транзитивного замыкания. Расширение логики первого порядка оператором неподвижной точки, выразимость транзитивного замыкания в этом расширении. Выразимость полиномиальных запросов, теорема Чандры-Харелла о выразимости полиномиальных запросов в сигнатуре с линейным порядком.
4	Метод резолюций	Метод резолюций для логики высказываний. Скулемовская нормальная форма. Алгоритм унификации. Метод резолюций для логики предикатов. Применения метода резолюций для автоматического доказательства теорем, для построения экспертных систем, для построения систем планирования действий. Полнота метода резолюций, эрбрановский универсум, семантические деревья, теорема Эрбрана.

### 1.3. Направление, виды воспитательной деятельности и используемые технологии

Таблица 1.2

Направление воспитательной деятельности	Вид воспитательной деятельности	Технология воспитательной деятельности	Компетенция	Результаты обучения
Профессиональное воспитание	учебно-исследовательская, научно-исследовательская	Технология формирования уверенности и готовности к самостоятельной профессиональной деятельности	ПК-1 - Способность демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий	З-1 - Формулировать основные теоремы и понятия математических и естественных наук У-1 - Решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области математики и компьютерных наук

1.4. Программа дисциплины реализуется на государственном языке Российской Федерации .

## 2. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### Математическая логика

#### Электронные ресурсы (издания)

1. Эдельман, С. Л.; Математическая логика : учебное пособие.; Высшая школа, Москва; 1975;

<https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=458226> (Электронное издание)

2. Балюкевич, Э. Л.; Математическая логика и теория алгоритмов: учебно-практическое пособие : учебное пособие.; Евразийский открытый институт, Москва; 2009; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=93166> (Электронное издание)

3. Мендельсон, Э., Э., Адян, С. И.; Введение в математическую логику; Наука, Москва; 1971; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=458257> (Электронное издание)

4. Новиков, П. С., Кабаков, Ф. А., Кушнер, Б. А., Донченко, В. В.; Конструктивная математическая логика с точки зрения классической; Наука, Москва; 1977; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=450503> (Электронное издание)

5. Клини, С. К., Минц, Г. Е.; Математическая логика; Мир, Москва; 1973; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=458243> (Электронное издание)

6. Робинсон, А., А., Тайманов, А. Д., Донченко, В. В.; Введение в теорию моделей и метаматематику алгебры; Наука, Москва; 1967; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=450505> (Электронное издание)

7. Успенский, В. А.; Вводный курс математической логики : учебное пособие.; Физматлит, Москва; 2007; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=75959> (Электронное издание)

8. Шенфилд, Д., Д., Ершов, Ю. Л., Донченко, А. И.; Математическая логика; Наука, Москва; 1975; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=450507> (Электронное издание)

9. Линдон, Р., Р., Яглом, И. М.; Заметки по логике; Мир, Москва; 1968; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=458250> (Электронное издание)

### **Печатные издания**

1. Замятин, А. П., Шеврин, Л. Н.; Математическая логика : [учебное пособие для вузов].; Издательство Уральского университета, Екатеринбург; 2004 (141 экз.)

2. Важенин, Ю. М.; Введение в математическую логику : учебное пособие.; Уральский государственный университет, Свердловск; 1984 (75 экз.)

### **Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы**

Общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru/>

Научная электронная библиотека eLibrary.ru <http://www.elibrary.ru/>

Сайт издательства Elsevier <http://www.sciencedirect.com/>

Сайт издательства Springer <https://ezproxy.urfu.ru:4641>

Сайт издательства «Лань» <https://e.lanbook.com>

### **Материалы для лиц с ОВЗ**

Весь контент ЭБС представлен в виде файлов специального формата для воспроизведения синтезатором речи, а также в тестовом виде, пригодном для прочтения с использованием экранной лупы и настройкой контрастности.

### **Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы**

Портал информационно-образовательных ресурсов УрФУ <http://study.urfu.ru>

### 3. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### Математическая логика

Сведения об оснащённости дисциплины специализированным и лабораторным оборудованием и программным обеспечением

Таблица 3.1

№ п/п	Виды занятий	Оснащённость специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения
1	Лекции	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная Периферийное устройство Подключение к сети Интернет	Office 365 EDUA5 ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr B Faculty EES Google Chrome
2	Практические занятия	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная	Не требуется
3	Консультации	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная Подключение к сети Интернет	Google Chrome
4	Текущий контроль и промежуточная аттестация	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная Подключение к сети Интернет	Google Chrome

5	Самостоятельная работа студентов	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная Подключение к сети Интернет	Google Chrome
---	----------------------------------	---	---------------

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Алгебра и геометрия**

Рабочая программа дисциплины составлена авторами:

<b>№ п/п</b>	<b>Фамилия Имя Отчество</b>	<b>Ученая степень, ученое звание</b>	<b>Должность</b>	<b>Подразделение</b>
1	Бродская Лариса Игоревна	без ученой степени, без ученого звания	Старший преподаватель	Департамент математики, механики и компьютерных наук
2	Верников Борис Муневич	доктор физико-математических наук, доцент	Профессор	алгебры и фундаментальной информатики

**Рекомендовано учебно-методическим советом института Естественных наук и математики**

Протокол № 2 от 13.04.2021 г.

# 1. СОДЕРЖАНИЕ И ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ

Авторы:

- Бродская Лариса Игоревна, Старший преподаватель, Департамент математики, механики и компьютерных наук
- Верников Борис Муневич, Профессор, алгебры и фундаментальной информатики

## 1.1. Технологии реализации, используемые при изучении дисциплины модуля

- Традиционная (репродуктивная) технология
- Разноуровневое (дифференцированное) обучение
  - Базовый уровень

*\*Базовый I уровень – сохраняет логику самой науки и позволяет получить упрощенное, но верное и полное представление о предмете дисциплины, требует знание системы понятий, умение решать проблемные ситуации. Освоение данного уровня результатов обучения должно обеспечить формирование запланированных компетенций и позволит обучающемуся на минимальном уровне самостоятельности и ответственности выполнять задания;*  
*Продвинутый II уровень – углубляет и обогащает базовый уровень как по содержанию, так и по глубине проработки материала дисциплины. Это происходит за счет включения дополнительной информации. Данный уровень требует умения решать проблемы в рамках курса и смежных курсов посредством самостоятельной постановки цели и выбора программы действий. Освоение данного уровня результатов обучения позволит обучающемуся повысить уровень самостоятельности и ответственности до творческого применения знаний и умений.*

## 1.2. Содержание дисциплины

Таблица 1.1

Код раздела, темы	Раздел, тема дисциплины*	Содержание
1	Введение в алгебру	<p>Множества и отображения. Понятие множества. Теоретико-множественные операции. Прямое произведение множеств. Отображение из одного множества в другое. Инъекция, сюръекция, биекция. Обратное отображение. Произведение отображений. Мощности. Мощность булеана конечного множества.</p> <p>Элементы комбинаторики. Размещения, перестановки и транспозиции. Теорема об упорядочении перестановок. Сочетания. Биномиальная формула Ньютона.</p> <p>Универсальные алгебры и их основные типы. Определение и примеры универсальных алгебр. группоиды. Ассоциативные и коммутативные операции. Полугруппы, нейтральные элементы, моноиды. Обратные элементы. Группы. Дистрибутивность одной операции относительно другой. Кольца. Матрицы. Кольцо квадратных матриц. Поля. Характеристика поля. Подалгебры. Гомоморфизмы, изоморфизмы, эндоморфизмы, автоморфизмы.</p> <p>Комплексные числа. Определение комплексных чисел и действий над ними. Вложение действительных чисел в комплексные. Алгебраическая форма записи комплексных чисел. Поле комплексных чисел. Тригонометрическая форма</p>

		записи ком-плексных чисел. Умножение, возведение в степень и извлечение корней из комплексных чисел.
2	Системы линейных уравнений	<p>Строение общего решения системы линейных уравнений. Однородные и неоднородные системы линейных уравнений. Частное и общее решение системы. Совместные и несовместные системы. Матричная запись системы линейных уравнений. Теорема о строении общего решения системы.</p> <p>Решение систем линейных уравнений методом Гаусса. Приведение матрицы к ступенчатому виду с помощью элементарных преобразований. Нахождение общего решения системы. Метод Гаусса-Жордана.</p> <p>Определители. Определение определителя на языке перестановок. Определители малых порядков, правило треугольников. Транспонирование матрицы. Инвариантность определителя матрицы относительно транспонирования. Изменение определителя при умножении строки на скаляр. Определитель матрицы, содержащей нулевую строку. Изменение определителя при перестановке строк. Определитель матрицы, содержащей одинаковые строки. Аддитивность определителя относительно строки. Неизменяемость определителя при прибавлении к одной строке другой строки, умноженной на число. Разложение определителя по строке или столбцу. Сумма произведений элементов строки на алгебраические дополнения элементов другой строки. Вычисление определителя приведением матрицы к треугольному виду. Полуразспадающаяся матрица и ее определитель. Определитель Вандермонда.</p> <p>Крамеровские системы линейных уравнений. Понятие крамеровской системы. Теорема Крамера и следствия из нее.</p>
3	Векторная алгебра	<p>Линейные операции над векторами. Направленные отрезки и векторы. Сумма векторов и умножение вектора на число. Критерий коллинеарности векторов. Базис на плоскости и в пространстве, теоремы о разложении вектора по базису на плоскости и в пространстве, координаты вектора.</p> <p>Скалярное произведение векторов и его свойства. Критерий ортогональности векторов. Ослабленный закон сокращения для скалярного произведения. Ортогональный и ортонормированный базис. Вычисление скалярного произведения векторов по координатам в ортонормированном базисе.</p> <p>Векторное произведение векторов. Ориентация тройки векторов. Определение и свойства векторного произведения. Критерий коллинеарности векторов на языке векторного произведения. Геометрический смысл векторного произведения. Вычисление векторного произведения векторов по координатам в правом ортонормированном базисе.</p>



		<p>Смешанное произведение векторов. Определение и свойства смешанного произведения. Критерий компланарности векторов. Геометрический смысл смешанного произведения. Вычисление смешанного произведения векторов по координатам в правом ортонормированном базисе.</p> <p>Система координат, координаты точки. Понятие системы координат. Координаты точки. Прямоугольная декартова система координат на плоскости и в пространстве. Деление отрезка в данном отношении. Формулы замены системы координат. Формулы поворота системы координат на плоскости.</p>
4	Прямые и плоскости	<p>Прямая на плоскости. Общее и параметрические уравнения кривой на плоскости. Виды уравнений прямой на плоскости. Взаимное расположение двух прямых. Пучок прямых на плоскости. Полуплоскости, определяемые прямой. Расстояние от точки до прямой на плоскости.</p> <p>Плоскость. Общее и параметрические уравнения поверхности. Виды уравнений плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей. Пучок плоскостей. Полупространства, определяемые плоскостью. Расстояние от точки до плоскости.</p> <p>Прямая в пространстве. Общие и параметрические уравнения кривой в пространстве. Виды уравнений прямой в пространстве. Взаимное расположение прямой и плоскости. Взаимное расположение двух прямых. Общий перпендикуляр к скрещивающимся прямым, расстояние между скрещивающимися прямыми. Расстояние от точки до прямой в пространстве.</p>
5	Многочлены от одной переменной	<p>Многочлены как последовательности, делимость многочленов. Многочлены как последовательности. Кольцо многочленов. Привычная запись многочлена. Деление многочлена на многочлен с остатком. Наибольший общий делитель многочленов, алгоритм Евклида нахождения НОД. Взаимно простые многочлены.</p> <p>Многочлены как функции, корни многочленов. Определяемость многочлена степени не выше <math>n</math> своими значениями в <math>n+1</math> точке. Построение интерполяционного многочлена Лагранжа. Равенство многочленов как последовательностей и как функций. Теорема Безу. Корень многочлена. Следствие из теоремы Безу. Кратность корня многочлена. Основная теорема алгебры (без доказательства). Разложимость многочленов над полем комплексных чисел в произведение линейных множителей. Лемма о модуле старшего члена. Существование действительных корней у многочленов нечетной степени над полем действительных чисел. Кратность корня многочлена и его производной. Теорема Штурма. Два необходимых условия для рациональных корней многочленов с целыми коэффициентами.</p>

		<p>Разложение многочленов на неприводимые множители. Теорема о разложении многочлена на неприводимые множители. Связь неприводимости с отсутствием корней у многочленов степени 2 и 3. Неприводимые множители многочлена над полем действительных чисел и его производной. Следствие об отделении кратных множителей. Многочлены, неприводимые над полем комплексных чисел и над полем действительных чисел. Эквивалентность неприводимости многочленов над полем рациональных чисел и над кольцом целых чисел. Критерий Эйзенштейна. Алгоритм Кронекера выяснения того, является ли многочлен над полем рациональных чисел приводимым.</p> <p>Рациональные дроби. Правильные и простейшие рациональные дроби. Представление рациональной дроби в виде суммы многочлена и правильной дроби. Представление правильной рациональной дроби в виде суммы простейших дробей.</p>
6	Векторные пространства	<p>Векторное пространство, линейная зависимость и независимость векторов. Определение и примеры векторных пространств. Линейно зависимые и независимые системы векторов, их свойства.</p> <p>Базис векторного пространства. Определение базиса и системы образующих, связь между этими понятиями. Стандартный базис в пространстве строк. Конечномерные пространства. Разложение вектора по базису и координаты вектора. Равномощность базисов и размерность пространства. Дополняемость линейно независимой системы векторов до базиса. Теорема об изоморфизме конечномерных векторных пространств.</p> <p>Подпространства. Определение и примеры подпространств. Подпространство, порожденное данным набором векторов. Размерность подпространства. Сумма и пересечение подпространств. Теорема о размерности суммы и пересечения. Прямая сумма подпространств, теорема о прямой сумме. Проекция вектора на подпространство параллельно другому подпространству. «Дополняющее» подпространство.</p> <p>Линейные многообразия. Определение и примеры линейных многообразий. Критерий равенства линейных многообразий. Пересечение и объединение линейных многообразий.</p>
7	Матрицы	<p>Умножение матриц, матрицы и многочлены. Ослабленный закон сокращения для матриц. Определитель произведения матриц. Значение многочлена от квадратной матрицы. Характеристический многочлен матрицы. Многочлены, аннулирующие матрицы. Теорема Гамильтона-Кэли. Матричные уравнения вида <math>AX=B</math> и <math>XA=B</math>.</p> <p>Обратная матрица. Критерий обратимости и формула для вычисления обратной матрицы. Свойства обратной матрицы.</p>

		<p>Нахождение обратной матрицы с помощью элементарных преобразований.</p> <p>Ранг матрицы по строкам, по столбцам и по минорам. Теорема о ранге матрицы. Ранг произведения матриц. Теорема Кронекера-Капелли.</p> <p>Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений. Теорема о размерности пространства решений однородной системы. Векторная запись общего решения произвольной системы линейных уравнений.</p>
8	Линейные операторы	<p>Линейный оператор, матрица оператора в базисе. Понятие и примеры линейного оператора. Теорема существования и единственности линейного оператора. Матрица линейного оператора в базисе. Матрица перехода от одного базиса к другому. Изменение матрицы оператора при замене базиса. Изоморфизм векторных пространств линейных операторов и матриц. Значение многочлена от линейного оператора. Характеристический многочлен линейного оператора и теорема Гамильтона-Кэли для линейных операторов.</p> <p>Образ и ядро линейного оператора. Понятия образа и ядра. Ранг и дефект линейного оператора. Теорема о ранге и дефекте. Алгоритмы нахождения базисов образа и ядра. Алгоритм Чуркина их одновременного нахождения.</p> <p>Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Определение собственных векторов и собственных значений. Теоремы о собственных векторах, относящихся к одному и тому же собственному значению и к разным собственным значениям. Собственные значения и корни характеристического уравнения оператора. Критерий приводимости линейного оператора к диагональному виду.</p> <p>Инвариантные подпространства. Понятие инвариантного подпространства. Инвариантные подпространства и полураспавшиеся матрицы. Теорема о прямой сумме инвариантных подпространств.</p> <p>Нильпотентные операторы. Определение нильпотентного оператора. Клеточно-диагональная матрица, клетка Жордана и жорданова нормальная форма матрицы. Нильслои и их свойства. Жордановы системы и таблицы. Теорема о жордановом базисе для нильпотентного оператора. Основная теорема о нильпотентных операторах. Характеристический многочлен и собственное значение нильпотентного оператора.</p> <p>Приведение матрицы оператора к жордановой нормальной форме. Цепочки ядер и образов степеней линейного оператора. Разложение Фитинга. Корневые подпространства. Теорема о корневом разложении. Жорданов базис. Теорема о приведении матрицы оператора к жордановой нормальной форме. Алгоритм приведения матрицы оператора к жордановой нормальной форме. Применение жордановой нормальной формы для вычисления степеней матрицы.</p>

<p style="text-align: center;"><b>9</b></p>	<p style="text-align: center;">Эвклидовы и унитарные пространства</p>	<p>Скалярное произведение в векторном пространстве. Определение евклидовых и унитарных пространств. Ослабленный закон сокращения в таких пространствах. Длина вектора. Неравенство Коши-Буняковского. Угол между векторами. Матрица Грама. Вычисление скалярного произведения с помощью матрицы Грама. Критерий линейной независимости на языке матрицы Грама.</p> <p>Ортогональность. Ортогональные и ортонормированные наборы векторов. Линейная независимость ортогонального набора ненулевых векторов. Вычисление скалярного произведения в ортонормированном базисе. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Дополнение ортогональной системы ненулевых векторов до ортогонального базиса. Ортогональное дополнение к подпространству и его свойства. Ортогональное разложение векторного пространства. Псевдорешения систем линейных уравнений. Унитарные и ортогональные матрицы. Унитарность матрицы перехода от одного ортонормированного базиса к другому и ортогональность такой матрицы в евклидовом пространстве.</p> <p>Нормальные операторы. Оператор, сопряженный к данному оператору: определение, доказательство существования, единственности и линейности, свойства. Матрица самосопряженного оператора. Определение нормального оператора. Свойства собственных значений и собственных векторов нормального оператора. Критерий нормальности оператора в унитарном пространстве. Комплексификация линейного оператора в евклидовом пространстве. Критерий нормальности оператора в евклидовом пространстве.</p> <p>Самосопряженные и симметрические операторы, полярное разложение. Определение самосопряженного оператора. Эрмитовы и симметрические матрицы. Матрица самосопряженного оператора в ортонормированном базисе. Основная теорема о самосопряженном операторе. Определение изометрического оператора. Эквивалентность изометричности оператора и сохранения оператором длины вектора. Изометрические операторы и ортонормированные базисы. Нормальность изометрического оператора. Изометричность оператора в евклидовом пространстве и его комплексификации. Унитарные и ортогональные операторы. Критерии унитарности и ортогональности оператора. Полярное разложение на языке операторов и на языке матриц. Неотрицательные и положительные операторы. Критерий неотрицательности оператора на языке его собственных значений. Существование и единственность квадратного корня из неотрицательного оператора. Лемма о метрически равных операторах. Доказательство теоремы о полярном разложении.</p>
<p style="text-align: center;"><b>10</b></p>	<p style="text-align: center;">Квадратичные формы</p>	<p>Приведение формы к каноническому виду и закон инерции. Понятие квадратичной формы. Невырожденная линейная замена переменных. Канонический вид квадратичной формы. Приведение квадратичной формы к каноническому виду</p>

		<p>методом Лагранжа и методом приведения к главным осям. Закон инерции квадратичных форм.</p> <p>Положительно определенные квадратичные формы. Определение положительно определенной формы. Критерий положительной определенности формы в терминах ее канонического вида. Критерий Сильвестра.</p>
11	Квадрики на плоскости	<p>Эллипс. Каноническое уравнение. Расположение эллипса на плоскости. Эксцентриситет, фокусы, директрисы. Характеризации эллипса как геометрического места точек (фокальное и директориальное свойства эллипса). Оптическое свойство эллипса.</p> <p>Гипербола. Каноническое уравнение. Асимптоты. Расположение гипербола на плоскости. Эксцентриситет, фокусы, директрисы. Характеризации гипербола как геометрического места точек (фокальное и директориальное свойства гипербола). Оптическое свойство гипербола. «Школьное» уравнение гипербола. Равносторонняя гипербола.</p> <p>Парабола. Каноническое уравнение. Расположение параболы на плоскости. Фокус и директриса. Теорема о параболе. Оптическое свойство параболы. «Школьное» уравнение параболы.</p> <p>Классификация квадрик на плоскости. Уравнения, задающие «вырожденные» квадрики на плоскости. Классификационная теорема.</p>
12	Квадрики в пространстве	<p>Цилиндрические и конические поверхности. Определение цилиндрической поверхности. Каноническое уравнение цилиндрической поверхности. Эллиптический, гиперболический и параболический цилиндры. Определение конической поверхности. Конус второго порядка как коническая поверхность.</p> <p>Эллипсоиды, гиперболоиды, параболоиды. Канонические уравнения эллипсоида, однополостного и двуполостного гиперболоидов, эллиптического и гиперболического параболоидов. Исследование формы этих поверхностей методом сечений.</p> <p>Классификация квадрик в пространстве. Уравнения, задающие «вырожденные» квадрики в пространстве. Классификационная теорема.</p> <p>Прямолинейные образующие квадрик в пространстве. Определение прямолинейной образующей. Два семейства прямолинейных образующих однополостного гиперболоида и гиперболического параболоида. Взаимное расположение прямолинейных образующих однополостного гиперболоида и гиперболического параболоида, принадлежащих одному и тому же семейству и разным семействам. Параметрические и общие уравнения прямолинейных образующих</p>

		однополостного гиперболоида и гиперболического параболоида.
--	--	---

### 1.3. Направление, виды воспитательной деятельности и используемые технологии

Таблица 1.2

Направление воспитательной деятельности	Вид воспитательной деятельности	Технология воспитательной деятельности	Компетенция	Результаты обучения
Профессиональное воспитание	учебно-исследовательская, научно-исследовательская	Технология формирования уверенности и готовности к самостоятельной успешной профессиональной деятельности	ПК-1 - Способность демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий	З-1 - Формулировать основные теоремы и понятия математических и естественных наук У-1 - Решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области математики и компьютерных наук

1.4. Программа дисциплины реализуется на государственном языке Российской Федерации .

## 2. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### Алгебра и геометрия

#### Электронные ресурсы (издания)

1. Проскуряков, И. В., Люстерник, Л. А., Янпольский, А. Р., Рашевский, П. К.; Высшая алгебра : справочник.; Гос. изд-во физико-математической лит., Москва; 1962; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=112179> (Электронное издание)
2. Кострикин, А. И.; Введение в алгебру : учебник. 1. Основы алгебры; МЦНМО, Москва; 2009; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63140> (Электронное издание)
3. Кострикин, А. И.; Введение в алгебру : учебник. 2. Линейная алгебра; МЦНМО, Москва; 2009; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63144> (Электронное издание)
4. Курош, А. Г.; Лекции по общей алгебре; Гос. изд-во физико-математической лит., Москва; 1962; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=220855> (Электронное издание)

## Печатные издания

1. Верников, Б. М.; Начальные главы аналитической геометрии и линейной алгебры : учебное пособие.; Издательство Уральского университета, Екатеринбург; 2009 (67 экз.)
2. Овсянников, А. Я.; Сборник задач по линейной алгебре : учебное пособие.; Гуманитарный университет, Екатеринбург; 2001 (80 экз.)
3. Данко, П. Е.; Высшая математика в упражнениях и задачах : [учебное пособие для вузов] : в 2 ч. Ч. 1. ; ОНИКС : Мир и Образование, Москва; 2006 (63 экз.)

## Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы

Общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru/>

Научная электронная библиотека eLibrary.ru <http://www.elibrary.ru/>

Сайт издательства Elsevier <http://www.sciencedirect.com/>

Сайт издательства Springer <https://ezproxу.urfu.ru:4641>

Сайт издательства «Лань» <https://e.lanbook.com>

## Материалы для лиц с ОВЗ

Весь контент ЭБС представлен в виде файлов специального формата для воспроизведения синтезатором речи, а также в тестовом виде, пригодном для прочтения с использованием экранной лупы и настройкой контрастности.

## Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

Портал информационно-образовательных ресурсов УрФУ <http://study.urfu.ru>

Зональная научная библиотека ФГАОУ ВО УрФУ <http://lib.urfu.ru>

## 3. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### Алгебра и геометрия

### Сведения об оснащённости дисциплины специализированным и лабораторным оборудованием и программным обеспечением

Таблица 3.1

№ п/п	Виды занятий	Оснащённость специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения
1	Лекции	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов  Рабочее место преподавателя	Office 365 EDUA3 ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr B Faculty EES  Google Chrome

		<p>Доска аудиторная</p> <p>Периферийное устройство</p> <p>Подключение к сети Интернет</p>	
2	Практические занятия	<p>Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов</p> <p>Рабочее место преподавателя</p> <p>Доска аудиторная</p>	<b>Не требуется</b>
3	Консультации	<p>Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов</p> <p>Рабочее место преподавателя</p> <p>Доска аудиторная</p> <p>Периферийное устройство</p> <p>Подключение к сети Интернет</p>	<p>Office 365 EDUA3 ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr B Faculty EES</p> <p>Google Chrome</p>
4	Текущий контроль и промежуточная аттестация	<p>Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов</p> <p>Рабочее место преподавателя</p> <p>Доска аудиторная</p>	<b>Не требуется</b>
5	Самостоятельная работа студентов	<p>Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов</p> <p>Доска аудиторная</p> <p>Подключение к сети Интернет</p>	Google Chrome



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Дискретная математика**

Рабочая программа дисциплины составлена авторами:

<b>№ п/п</b>	<b>Фамилия Имя Отчество</b>	<b>Ученая степень, ученое звание</b>	<b>Должность</b>	<b>Подразделение</b>
1	Бродская Лариса Игоревна	без ученой степени, без ученого звания	Старший преподаватель	Департамент математики, механики и компьютерных наук
2	Верников Борис Муневич	доктор физико-математических наук, доцент	Профессор	алгебры и фундаментальной информатики
3	Щербакова Валентина Александровна	кандидат физико-математических наук, без ученого звания	Доцент	Департамент математики, механики и компьютерных наук

**Рекомендовано учебно-методическим советом института Естественных наук и математики**

Протокол № 2 от 13.04.2021 г.

# 1. СОДЕРЖАНИЕ И ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ

Авторы:

- Бродская Лариса Игоревна, Старший преподаватель, Департамент математики, механики и компьютерных наук
- Верников Борис Муневич, Профессор, алгебры и фундаментальной информатики
- Щербакова Валентина Александровна, Доцент, Департамент математики, механики и компьютерных наук

## 1.1. Технологии реализации, используемые при изучении дисциплины модуля

- Традиционная (репродуктивная) технология
- Разноуровневое (дифференцированное) обучение
  - Базовый уровень

*\*Базовый I уровень – сохраняет логику самой науки и позволяет получить упрощенное, но верное и полное представление о предмете дисциплины, требует знание системы понятий, умение решать проблемные ситуации. Освоение данного уровня результатов обучения должно обеспечить формирование запланированных компетенций и позволит обучающемуся на минимальном уровне самостоятельности и ответственности выполнять задания;*

*Продвинутый II уровень – углубляет и обогащает базовый уровень как по содержанию, так и по глубине проработки материала дисциплины. Это происходит за счет включения дополнительной информации. Данный уровень требует умения решать проблемы в рамках курса и смежных курсов посредством самостоятельной постановки цели и выбора программы действий. Освоение данного уровня результатов обучения позволит обучающемуся повысить уровень самостоятельности и ответственности до творческого применения знаний и умений.*

## 1.2. Содержание дисциплины

Таблица 1.1

Код раздела, темы	Раздел, тема дисциплины*	Содержание
1	Теория множеств	Множества и бинарные отношения. Свойства отношений. Матрицы отношений. Умножение, обращение и замыкание отношений, соответствующие операции над множествами. Отношения порядка и упорядоченные множества (ЧУМ). Отношение покрытия и диаграммы Хассе. Минимальные, максимальные, наименьшие и наибольшие элементы ЧУМ. Условия минимальности, индуктивности и обрыва убывающих цепей. Изоморфизм ЧУМ. Линейно упорядоченные множества. Вполне упорядоченные множества. Ординалы. Мощность множества. Критерий бесконечности множества. Мощности числовых множеств. Теорема Бернштейна-Кантора. Теорема Кантора о булеане. Кардиналы и континуум-гипотеза. Парадоксы теории множеств. Система аксиом Цермело-Френкеля. Аксиома выбора.
2	Комбинаторика	Правила суммы и произведения. Принцип двойного подсчета. Принцип Дирихле. Перестановки. Биномиальные коэффициенты и их свойства. Принцип включения-исключения. Число сюръекций. Числа Стерлинга и числа Белла. Функция Эйлера. Число перемещений. Линейные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами. Теорема об общем решении для однородных соотношений.

		Разрешение неоднородностей. Нелинейные соотношения. Сложность сортировки слиянием. Нижняя оценка на сложность сортировки. Сравнение функций. Свойства отношений $O$ , $\Omega$ и $\Theta$ . Иерархия классов функций. Вычисление сумм. Формула Эйлера-Маклорена. Формула Стирлинга.
3	Теория графов	Геометрическое и алгебраическое определение графа. Матрица смежности. Равенство и изоморфизм графов. Степени вершин. Подграфы. Маршруты, цепи, циклы. Лемма о разрыве цикла. Связность, компоненты связности. Эйлеров цикл. Теорема Эйлера о циклах. Мосты и точки сочленения. Двусвязность, блоки, дерево блоков. Гамильтонов цикл. Теорема Оре. Обобщенные точки сочленения и необходимое условие гамильтоновости. Деревья. Корневое изображение. Теорема о деревьях. Двудольные графы. Критерий двудольности. Паросочетания. Теорема Холла о свадьбах. Плоские и планарные графы. Укладка на сфере. Многогранники и планарность. Теорема Эйлера о многогранниках (в двух формулировках). Следствия о числе ребер и непланарности полного графа на пяти вершинах и полного двудольного графа с тремя верхними и тремя нижними вершинами. Стягивание и миноры. Теорема Понтрягина-Куратовского. Раскраски графов. Хроматическое число. Точные значения. Нижние оценки. Теорема о графах без треугольников. Верхние оценки: жадная раскраска, теорема Хивуда. Орграфы. Сильная связность. Число маршрутов между вершинами орграфа.
4	Алгебра логики	Булевы функции и булевы формулы. ДНФ, КНФ, СДНФ и СКНФ, их построение. Суперпозиция булевых функций. Полные системы. Штрих Шеффера и стрелка Пирса. Полиномы Жегалкина. Замкнутые классы. Линейные, монотонные, самодвойственные и сохраняющие константы функции. Теорема Поста. Следствия о базисах и о максимальных замкнутых классах.
5	Общая алгебра	Алгебраические структуры. Универсальная алгебра и реляционная модель. Полугруппы преобразований. Теорема Кэли. Свободные полугруппы. Гомоморфизмы. Теорема о гомоморфном образе свободной полугруппы. Подполугруппы. Порождающие множества. Классификация циклических полугрупп. Группы перестановок. Теорема о разложении на циклы. Теорема Кэли для групп. Построение свободной группы. Единственность редуцированного слова. Циклические группы. Подгруппы и смежные классы. Теорема Лагранжа. Нормальные подгруппы. Ядро гомоморфизма. Теорема о гомоморфизмах групп. Решетки и решеточно упорядоченные множества, их эквивалентность. Дистрибутивность и модулярность. Решетки с дополнениями. Булевы алгебры.

### 1.3. Направление, виды воспитательной деятельности и используемые технологии

Таблица 1.2

Направление воспитательной	Вид воспитательной	Технология воспитательной	Компетенция	Результаты обучения
----------------------------	--------------------	---------------------------	-------------	---------------------

деятельности	деятельности	деятельности		
Профессиональное воспитание	учебно-исследовательская, научно-исследовательская	Технология формирования уверенности и готовности к самостоятельной успешной профессиональной деятельности	ПК-1 - Способность демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий	У-1 - Решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области математики и компьютерных наук

1.4. Программа дисциплины реализуется .

## 2. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### Дискретная математика

#### Электронные ресурсы (издания)

1. Хаггарти, Р., Р.; Дискретная математика для программистов : учебное пособие.; РИЦ Техносфера, Москва; 2012; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=89024> (Электронное издание)
2. Васильева, А. В.; Дискретная математика : учебное пособие.; Сибирский федеральный университет (СФУ), Красноярск; 2016; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=497748> (Электронное издание)

#### Печатные издания

1. , Шеврин, Л. Н.; Сборник задач по общей алгебре и дискретной математике : учеб. пособие.; Изд-во Урал. ун-та, Екатеринбург; 2003 (180 экз.)

#### Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы

Общероссийский математический портал <http://www.mathnet.ru/>

Научная электронная библиотека eLibrary.ru <http://www.elibrary.ru/>

Сайт издательства Elsevier <http://www.sciencedirect.com/>

Сайт издательства Springer <https://ezproxy.urfu.ru:4641>

Сайт издательства «Лань» <https://e.lanbook.com>

#### Материалы для лиц с ОВЗ

Весь контент ЭБС представлен в виде файлов специального формата для воспроизведения синтезатором речи, а также в тестовом виде, пригодном для прочтения с использованием экранной лупы и настройкой контрастности.

#### Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

### 3. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### Дискретная математика

#### Сведения об оснащённости дисциплины специализированным и лабораторным оборудованием и программным обеспечением

Таблица 3.1

№ п/п	Виды занятий	Оснащённость специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения
1	Лекции	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная Периферийное устройство Подключение к сети Интернет	Office 365 EDUA3 ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr B Faculty EES Google Chrome
2	Практические занятия	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная	Не требуется
3	Консультации	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная	Не требуется
4	Текущий контроль и промежуточная аттестация	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная	Не требуется

5	Самостоятельная работа студентов	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Доска аудиторная Подключение к сети Интернет	Google Chrome
---	----------------------------------	--	---------------

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Теория вероятностей и математическая**  
**статистика**

Рабочая программа дисциплины составлена авторами:

<b>№ п/п</b>	<b>Фамилия Имя Отчество</b>	<b>Ученая степень, ученое звание</b>	<b>Должность</b>	<b>Подразделение</b>
1	Бродская Лариса Игоревна	без ученой степени, без ученого звания	Старший преподавате ль	Департамент математики, механики и компьютерных наук
2	Каюмов Рашид Ильфатович	кандидат физико- математических наук, доцент	Доцент	Департамент математики, механики и компьютерных наук

**Рекомендовано учебно-методическим советом института Естественных наук и математики**

Протокол № 2 от 13.04.2021 г.

# 1. СОДЕРЖАНИЕ И ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ

Авторы:

- Бродская Лариса Игоревна, Старший преподаватель, Департамент математики, механики и компьютерных наук
- Каюмов Рашид Ильфатович, Доцент, Департамент математики, механики и компьютерных наук

## 1.1. Технологии реализации, используемые при изучении дисциплины модуля

- Традиционная (репродуктивная) технология
- Разноуровневое (дифференцированное) обучение
  - Базовый уровень

*\*Базовый I уровень – сохраняет логику самой науки и позволяет получить упрощенное, но верное и полное представление о предмете дисциплины, требует знание системы понятий, умение решать проблемные ситуации. Освоение данного уровня результатов обучения должно обеспечить формирование запланированных компетенций и позволит обучающемуся на минимальном уровне самостоятельности и ответственности выполнять задания;*

*Продвинутый II уровень – углубляет и обогащает базовый уровень как по содержанию, так и по глубине проработки материала дисциплины. Это происходит за счет включения дополнительной информации. Данный уровень требует умения решать проблемы в рамках курса и смежных курсов посредством самостоятельной постановки цели и выбора программы действий. Освоение данного уровня результатов обучения позволит обучающемуся повысить уровень самостоятельности и ответственности до творческого применения знаний и умений.*

## 1.2. Содержание дисциплины

Таблица 1.1

Код раздела, темы	Раздел, тема дисциплины*	Содержание
1	Основные понятия теории вероятностей.	Основные понятия теории вероятностей. Случайные события и их описание. Непосредственное вычисление вероятностей. Сумма и произведение событий. Геометрические вероятности
2	Условная вероятность. Независимость событий	Формула полной вероятности и формула Байеса. Повторение опытов. Формула Бернулли.
3	Случайные величины и их распределения	Случайные величины (СВ). Законы распределения случайных величин и их формы. Типичные дискретные и абсолютно непрерывные распределения.
4	Предельные теоремы теории вероятностей	. Предельные теоремы теории вероятностей. Закон больших чисел и центральная предельная теорема. Неравенство Чебышева. Теоремы Чебышева, Бернулли, Хинчина. Теоремы Пуассона, Муавра-Лапласа Характеристические функции и их свойства. Центральная предельная теорема
5	Основные понятия и задачи математической статистики	Основные понятия и задачи математической статистики. Выборочный метод. Выборочные характеристики случайных величин. Выборочное пространство, выборка, вариационный ряд, эмпирическая функция распределения, гистограмма, ряд распределения, их свойства.



6	Числовые характеристики выборочных распределений	Числовые характеристики выборочных распределений. Оценки (несмещенные, состоятельные, эффективные) и их свойства. Несмещенные оценки для математического ожидания и дисперсии. Неравенство Рао-Крамера
7	Интервальные оценки параметров	Интервальные оценки параметров. Точные и приближенные методы построения доверительных интервалов для математического ожидания, дисперсии, коэффициента корреляции. Распределение Стьюдента и критерий Стьюдента. Критерий Фишера. F-распределение.
8	Статистическая проверка гипотез.	Статистическая проверка гипотез. Ошибки первого и второго рода. Критерии согласия. Мощность критерия. Процедуры проверки гипотез. Проверка некоторых гипотез о математических ожиданиях, дисперсиях, частотах и законах распределений
9	Корреляционный анализ	Корреляционный анализ. Показатели тесноты связи переменных. Коэффициент корреляции, корреляционное отношение и их свойства. Ранговые коэффициенты корреляции Спирмана и Кендала. Проверка гипотез о показателях тесноты связи
10	Методы многомерного статистического анализа	Методы многомерного статистического анализа. Регрессионный анализ. Линейные и нелинейные модели. Оценивание параметров регрессий. Проверка гипотез о регрессии

### 1.3. Направление, виды воспитательной деятельности и используемые технологии

Таблица 1.2

Направление воспитательной деятельности	Вид воспитательной деятельности	Технология воспитательной деятельности	Компетенция	Результаты обучения
Профессиональное воспитание	учебно-исследовательская, научно-исследовательская	Технология формирования уверенности и готовности к самостоятельной успешной профессиональной деятельности	ПК-1 - Способность демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий	У-1 - Решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области математики и компьютерных наук

### 1.4. Программа дисциплины реализуется на государственном языке Российской Федерации .

## 2. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### Теория вероятностей и математическая статистика

#### Электронные ресурсы (издания)

1. Бочаров, П. П.; Теория вероятностей: математическая статистика : учебное пособие.; Физматлит, Москва; 2005; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=67302> (Электронное издание)
2. Кибзун, А. И., Кибзун, А. И.; Теория вероятностей и математическая статистика: Базовый курс с примерами и задачами : учебное пособие.; Физматлит, Москва; 2007; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69320> (Электронное издание)

#### Печатные издания

1. Севастьянов, Б. А.; Курс теории вероятностей и математической статистики : Для спец. "Математика" и "Механика".; Наука, Москва; 1982 (12 экз.)

#### Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы

#### Материалы для лиц с ОВЗ

Весь контент ЭБС представлен в виде файлов специального формата для воспроизведения синтезатором речи, а также в тестовом виде, пригодном для прочтения с использованием экранной лупы и настройкой контрастности.

#### Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

## 3. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### Теория вероятностей и математическая статистика

#### Сведения об оснащении дисциплины специализированным и лабораторным оборудованием и программным обеспечением

Таблица 3.1

№ п/п	Виды занятий	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения
1	Лекции	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная Периферийное устройство Подключение к сети Интернет	Office 365 EDUA5 ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr B Faculty EES Google Chrome

2	Практические занятия	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов  Рабочее место преподавателя  Доска аудиторная	<b>Не требуется</b>
3	Консультации	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов  Рабочее место преподавателя  Доска аудиторная	<b>Не требуется</b>
4	Самостоятельная работа студентов	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов  Доска аудиторная  Подключение к сети Интернет	Google Chrome
5	Текущий контроль и промежуточная аттестация	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов  Рабочее место преподавателя  Доска аудиторная	<b>Не требуется</b>

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Математический анализ**

Рабочая программа дисциплины составлена авторами:

<b>№ п/п</b>	<b>Фамилия Имя Отчество</b>	<b>Ученая степень, ученое звание</b>	<b>Должность</b>	<b>Подразделение</b>
1	Акопян Роман Размикович	кандидат физико-математических наук, доцент	Доцент	математического анализа
2	Алексеева Ульяна Алексеевна	кандидат физико-математических наук, доцент	Доцент	математического анализа
3	Бродская Лариса Игоревна	без ученой степени, без ученого звания	Старший преподаватель	Департамент математики, механики и компьютерных наук
4	Глазырина Полина Юрьевна	кандидат физико-математических наук, доцент	Заведующий кафедрой	математического анализа

**Рекомендовано учебно-методическим советом института Естественных наук и математики**

Протокол № 2 от 13.04.2021 г.

# 1. СОДЕРЖАНИЕ И ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ

Авторы:

- Акопян Роман Размикович, Доцент, математического анализа
- Алексеева Ульяна Алексеевна, Доцент, математического анализа
- Бродская Лариса Игоревна, Старший преподаватель, Департамент математики, механики и компьютерных наук
- Глазырина Полина Юрьевна, Заведующий кафедрой, математического анализа

## 1.1. Технологии реализации, используемые при изучении дисциплины модуля

- Традиционная (репродуктивная) технология
- Разноуровневое (дифференцированное) обучение
  - Базовый уровень

*\*Базовый I уровень – сохраняет логику самой науки и позволяет получить упрощенное, но верное и полное представление о предмете дисциплины, требует знание системы понятий, умение решать проблемные ситуации. Освоение данного уровня результатов обучения должно обеспечить формирование запланированных компетенций и позволит обучающемуся на минимальном уровне самостоятельности и ответственности выполнять задания;*  
*Продвинутый II уровень – углубляет и обогащает базовый уровень как по содержанию, так и по глубине проработки материала дисциплины. Это происходит за счет включения дополнительной информации. Данный уровень требует умения решать проблемы в рамках курса и смежных курсов посредством самостоятельной постановки цели и выбора программы действий. Освоение данного уровня результатов обучения позволит обучающемуся повысить уровень самостоятельности и ответственности до творческого применения знаний и умений.*

## 1.2. Содержание дисциплины

Таблица 1.1

Код раздела, темы	Раздел, тема дисциплины*	Содержание
1	Предмет математического анализа	Предмет математического анализа. Основные этапы становления дифференциального и интегрального исчисления.
2	Элементы математической логики и теории множеств. Декартово произведение. Функция	Операции над множествами. Декартово произведение множеств; отображения (функции). Композиция отображений (сложная функция); обратное отображение. Мощность множества; счетное множество, множество мощности континуума. Элементы математической логики: логические операции, предикаты, кванторы. Метод математической индукции
3	Вещественные числа	Бесконечная десятичная дробь, арифметические операции и отношение порядка во множестве вещественных чисел и их свойства. Аксиоматика множества действительных чисел. Принцип Архимеда. Принципы полноты множества вещественных чисел: принцип вложенных отрезков, существование верхней и нижней граней числового множества. Числовая прямая.

4	Последовательность вещественных чисел	<p>Последовательности вещественных чисел. Предел последовательности: определение, основные свойства. Критерий Коши существования предела последовательности. Подпоследовательности. Теорема Больцано–Вейерштрасса о выделении сходящейся подпоследовательности. Частичные пределы последовательности. Верхний и нижний пределы последовательности.</p> <p>Предел монотонной последовательности. Число <math>e</math></p>
5	Предел вещественной функции одного вещественного переменного	<p>Элементы топологии прямой: предельная, внутренняя, изолированная, граничная точки множества; открытые и замкнутые множества; лемма Бореля о покрытиях; компактные множества. Два эквивалентных определения предела функции в точке, свойства функций, имеющих предел. Односторонние пределы функции. Предел монотонной функции. Критерий Коши существования конечного предела функции. Некоторые конкретные (замечательные) пределы. Сравнение поведения функций; символы "<math>o</math>", "<math>O</math>", эквивалентность; основные эквивалентности.</p>
6	Непрерывность функции в точке и на множестве	<p>Два определения непрерывности функции в точке; локальные свойства непрерывных функций. Непрерывность сложной функции. Точки разрыва; классификация точек разрыва; характер разрывов монотонной функции. Теорема о промежуточных значениях функций, непрерывных на отрезке (промежутке). Ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений функций, непрерывных на отрезке (компактном множестве). Непрерывность функции, обратной монотонной. Равномерная непрерывность функции на множестве. Теорема Кантора. Основные элементарные функции.</p>
7	Дифференцируемость вещественной функции одного вещественного переменного. Теоремы о дифференцируемых функциях. Формула Тейлора.	<p>Производная функции в точке, её геометрический и механический смысл; основные свойства. Таблица производных. Дифференцируемость функции в точке. Дифференциал функции в точке и его геометрический смысл. Непрерывность дифференцируемой функции. Производная сложной и обратной функций. Теоремы о дифференцируемых функциях: Ферма, Роля, Лагранжа, Коши, Дарбу. Правила Лопиталя раскрытия неопределенностей. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Инвариантность формы первого дифференциала при замене переменного. Формула Тейлора с различными формами остаточного члена: Пеано, Лагранжа, Коши. Формула Тейлора для элементарных функций.</p>
8	Применение дифференциального исчисления к исследованию функций	<p>Необходимое и достаточное условие постоянства функции на промежутке. Монотонность; критерий монотонности дифференцируемой функции на промежутке. Строгая монотонность. Экстремумы; необходимое условие локального экстремума; достаточные условия локального экстремума</p>

		<p>функции в точке в терминах поведения первой производной функции в окрестности точки. Выпуклость функции на промежутке; критерий выпуклости дифференцируемой функции; условие выпуклости дважды дифференцируемой функции; положение касательной относительно графика выпуклой функции. Точка перегиба. Достаточные условия точки локального экстремума и точки перегиба в терминах знака старших производных в точке. Асимптоты. Построение графиков функций. Применение свойства выпуклости для доказательства некоторых классических неравенств.</p>
9	Первообразная, неопределённый интеграл	<p>Первообразная, неопределённый интеграл Свойства неопределённого интеграла. Замена переменной в неопределённом интеграле, интегрирование по частям. Таблица первообразных. Интегрирование рациональных функций, некоторых типов иррациональных (дифференциальный бином), тригонометрических функций.</p>
10	Определённый интеграл Римана по отрезку, 1	<p>Определение определённого интеграла. Ограниченность интегрируемой функции. Суммы Дарбу и их свойства; критерии Римана и Дарбу интегрируемости функции. Классы интегрируемых функций: непрерывные, монотонные, ограниченные с конечным числом точек разрыва, с множеством точек разрыва жордановой меры ноль. Свойства интеграла по функции: линейность интеграла, интегрируемость суммы и произведения функций. Аддитивность интеграла по множеству. Оценки интегралов; первая теорема о среднем. Интеграл как функция верхнего предела: непрерывность и дифференцируемость. Существование первообразной непрерывной функции на промежутке. Формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование по частям. Замена переменной. Вторая теорема о среднем.</p>
11	Определённый интеграл Римана по отрезку, 2	<p>Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме Коши. Геометрические приложения интеграла. Кривая; спрямляемость; спрямляемость и длина гладкой (кусочно-гладкой) кривой. Мера Жордана на плоскости (в <math>n</math>-мерном пространстве). Условие квадратуемости множества в терминах его границы. Свойства площади (плоской меры Жордана). Квадратуемость подграфика интегрируемой функции; вычисление площади. Геометрические приложения интеграла. Вычисление длины дуги. Приближённое вычисление интеграла. Механические и физические приложения интеграла. Использование в экономике и информатике.</p>

12	Метрическое, линейное нормированное пространство	Метрическое и нормированное пространства. Сходимость последовательности элементов метрического пространства. Топология метрического пространства. Полнота метрического пространства; принцип вложенных шаров. Принцип сжимающего отображения полного метрического пространства.
13	Конечномерное пространство $R^n$	Пространство $R^n$ . Связь сходимости в $R^n$ с покомпонентной сходимостью. Лемма Больцано–Вейерштрасса. Полнота $R^n$ . Компактные множества. Ограниченность и замкнутость компактного множества. Критерий компактности множества в $R^n$ .
14	Предел и непрерывность функций многих переменных	Функции многих переменных. Предел функции в точке. Связь двойного и повторного пределов. Непрерывность функции. Свойства функций, непрерывных на множествах: теорема о промежуточных значениях на связном множестве, об ограниченности и достижении верхней и нижней граней, о равномерной непрерывности на ограниченном, замкнутом множестве.
15	Дифференцируемость функций нескольких переменных	Дифференцируемость функции нескольких переменных. Частная производная функции нескольких переменных. Необходимое условие дифференцируемости. Достаточное условие дифференцируемости. Дифференцируемость по направлению. Градиент. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Производная сложного отображения. Частные производные и дифференциалы высших порядков. Условия равенства смешанных производных. Формула Тейлора с остаточным членом Лагранжа. Вектор–функции.
16	Неявные функции	Неявные функции: определение; теоремы о неявных функциях одного и нескольких переменных; дифференцирование неявной функции. Непрерывность, дифференцируемость, матрица производной; якобиан. Неявное отображение, заданное системой; локальное обращение отображения $R^n$ в $R^n$ .
17	Экстремумы функции нескольких переменных	Локальный (безусловный) экстремум. Необходимое условие локального экстремума (теорема Ферма). Достаточное условие локального экстремума. Условный экстремум; метод неопределённых множителей Лагранжа. Неравенства Юнга, Минковского, Гёльдера для сумм.
18	Числовые ряды	Числовые ряды: сходимость, простейшие свойства. Критерий Коши и необходимое условие сходимости ряда. Абсолютная и условная сходимость. Признаки Коши, Даламбера, интегральный признак сходимости знакопостоянных рядов. Признаки Абеля и Дирихле сходимости знакопеременных рядов. Ряд Лейбница, его сходимость. Оценка остатка ряда Лейбница. Сочетательное свойство сходящегося ряда. Перестановка членов в абсолютно



		сходящихся рядах. Теорема Римана. Степенной ряд. Промежуток сходимости.
19	Функциональные последовательности и ряды. Степенные ряды.	Функциональные последовательности и ряды. Поточечная и равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Равномерная сходимость степенного ряда на отрезке, принадлежащем области сходимости ряда. Свойства равномерно сходящихся рядов; почленный переход к пределу, почленное интегрирование, почленное дифференцирование. Свойства степенных рядов: непрерывность, почленная интегрируемость и дифференцируемость степенного ряда. Ряд Тейлора и условие его сходимости. Ряды Тейлора для основных функций. Применение степенных рядов.
20	Несобственные интегралы. Интегралы, зависящие от параметра.	Несобственные интегралы, признаки сходимости. Интегралы, зависящие от параметра. Поточечная и равномерная сходимость. Предельный переход, дифференцирование и интегрирование интеграла по параметру. Интегралы Дирихле и Пуассона. Бета-функция и Гамма-функция Эйлера.
21	Ряды Фурье	Ряды Фурье по тригонометрической системе. Сходимость ряда Фурье для кусочно-дифференцируемой функции. Равномерная сходимость ряда Фурье. Полнота и замкнутость ортогональной системы. Экстремальное свойство отрезков ряда Фурье. Полнота тригонометрической системы. Алгебраическая и тригонометрическая теоремы Вейерштрасса о равномерном приближении.
22	Криволинейные интегралы	Криволинейные интегралы первого и второго рода по кусочно-гладкой кривой. Определение массы кривой; координаты центра тяжести кривой.
23	Кратные интегралы	Кратные интегралы. Квадрируемость множества. Двойной интеграл. Двойной интеграл по области. Основные свойства интеграла. Связь с повторным. Замена переменных в двойном интеграле. Теорема Грина о связи двойного и криволинейного интегралов. Потенциальное поле. Условие независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования. Тройной интеграл, способы вычисления. Геометрические и механические приложения двойных и тройных интегралов. Кратные интегралы.
24	Поверхностные интегралы	Поверхностные интегралы. Ориентация поверхности. Площадь поверхности. Поверхностные интегралы первого и второго рода и их связь с двойными.

25	Элементы теории поля	Элементы теории поля. Работа, циркуляция вектора вдоль кривой. Поток вектора через сторону поверхности. Дивергенция. Ротор, потенциальное поле. Формулы Гаусса–Остроградского и Стокса.
----	----------------------	---

### 1.3. Направление, виды воспитательной деятельности и используемые технологии

Таблица 1.2

Направление воспитательной деятельности	Вид воспитательной деятельности	Технология воспитательной деятельности	Компетенция	Результаты обучения
Профессиональное воспитание	учебно-исследовательская, научно-исследовательская	Технология формирования уверенности и готовности к самостоятельной успешной профессиональной деятельности	ПК-1 - Способность демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий	З-1 - Формулировать основные теоремы и понятия математических и естественных наук

1.4. Программа дисциплины реализуется на государственном языке Российской Федерации .

## 2. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### Математический анализ

#### Электронные ресурсы (издания)

- Ильин, В. А.; Основы математического анализа : учебник. I. ; Физматлит, Москва; 2009; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=76686> (Электронное издание)
- Демидович, Б. П.; Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие.; ЧеРо, Москва; 1997; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459722> (Электронное издание)
- Фихтенгольц, Г. М., Флоринский, А. А.; Курс дифференциального и интегрального исчисления : учебное пособие.; Физматлит, Москва; 2001; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=83037> (Электронное издание)
- Кудрявцев, Л. Д.; Краткий курс математического анализа : учебник.; Физматлит, Москва; 2010; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=82818> (Электронное издание)
- Никольский, С. М.; Курс математического анализа : учебник.; Физматлит, Москва; 2001; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=69500> (Электронное издание)
- Гурьянова, К. Н.; Математический анализ : учебное пособие.; Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, Екатеринбург; 2014; <http://www.iprbookshop.ru/66542.html> (Электронное издание)

#### Печатные издания

- Никольский, С. М.; Курс математического анализа : учебник для студентов физ. и мех.-мат. специальностей вузов.; Наука. Физматлит : Лаборатория Базовых Знаний, Москва; 2000 (98 экз.)
- Фихтенгольц, Г. М.; Курс дифференциального и интегрального исчисления : в 3 т. : учебник для

- студентов физ. и мех.-мат. специальностей вузов. Т. 1. ; Физматлит : Невский диалект, Москва : Санкт-Петербург; 2001 (38 экз.)
3. Фихтенгольц, Г. М.; Курс дифференциального и интегрального исчисления : в 3 т. : учебник для студентов физ. и мех.-мат. специальностей вузов. Т. 2. ; Физматлит : Невский диалект, Москва : Санкт-Петербург; 2001 (39 экз.)
4. Фихтенгольц, Г. М.; Курс дифференциального и интегрального исчисления : в 3 т. : учеб. для студентов физ. и мех.-мат. специальностей вузов. Т. 3. ; Физматлит: Невский диалект, Москва ; Санкт-Петербург; 2002 (40 экз.)
5. Кудрявцев, Л. Д.; Курс математического анализа : учеб. для физ.-мат. и инженер.-физ. специальностей вузов : в 2 т. Т. 1. ; Высшая школа, Москва; 1981 (118 экз.)
6. Кудрявцев, Л. Д.; Курс математического анализа : учеб. для физ.-мат. и инженер.-физ. специальностей вузов : в 2 т. Т. 2. ; Высшая школа, Москва; 1981 (163 экз.)
7. Демидович, Б. П.; Сборник задач и упражнений по математическому анализу : для физ. и мех.-мат. специальностей вузов.; Наука, Москва; 1990 (39 экз.)
8. , Бутузов, В. Ф.; Математический анализ в вопросах и задачах : учеб. пособие для вузов.; Лань, Санкт-Петербург [и др.]; 2008 (53 экз.)
9. Гурьянова, К. Н.; Математический анализ : [учебное пособие для студентов, обучающихся по программе бакалавриата по направлениям подготовки 010200 "Математика и компьютерные науки", 010300 "Фундаментальная информатика и информационные технологии", 230700 "Прикладная информатика", 222900 "Нанотехнологии и микросистемная техника", 011200 "Физика", 011800 "Радиофизика", 221700 "Стандартизация и метрология", 230400 "Информационные системы и технологии"]; Издательство Уральского университета, Екатеринбург; 2014 (196 экз.)
10. Бояршинов, В. В.; Математический анализ. Функции одной переменной : учеб. пособие для вузов.; Изд-во Урал.ун-та, Екатеринбург; 2006 (97 экз.)

### **Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы**

#### **Материалы для лиц с ОВЗ**

Весь контент ЭБС представлен в виде файлов специального формата для воспроизведения синтезатором речи, а также в тестовом виде, пригодном для прочтения с использованием экранной лупы и настройкой контрастности.

### **Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы**

## **3. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Математический анализ**

**Сведения об оснащённости дисциплины специализированным и лабораторным оборудованием и программным обеспечением**

№ п/п	Виды занятий	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения
1	Лекции	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная Периферийное устройство Подключение к сети Интернет	Office 365 EDUA5 ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr B Faculty EES Google Chrome
2	Практические занятия	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная Подключение к сети Интернет	Google Chrome
3	Консультации	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная Подключение к сети Интернет	Google Chrome
4	Самостоятельная работа студентов	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Доска аудиторная Подключение к сети Интернет	Google Chrome
5	Текущий контроль и промежуточная аттестация	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная	<b>Не требуется</b>

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Дифференциальные уравнения**

Рабочая программа дисциплины составлена авторами:

<b>№ п/п</b>	<b>Фамилия Имя Отчество</b>	<b>Ученая степень, ученое звание</b>	<b>Должность</b>	<b>Подразделение</b>
1	Бродская Лариса Игоревна	без ученой степени, без ученого звания	Старший преподаватель	Департамент математики, механики и компьютерных наук
2	Коврижных Антон Юрьевич	кандидат физико-математических наук, без ученого звания	Доцент	вычислительной математики и компьютерных наук
3	Пьянзина Елена Сергеевна	кандидат физико-математических наук, без ученого звания	Доцент	Кафедра теоретической и математической физики

**Рекомендовано учебно-методическим советом института Естественных наук и математики**

Протокол № 2 от 13.04.2021 г.

# 1. СОДЕРЖАНИЕ И ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ

Авторы:

- Бродская Лариса Игоревна, Старший преподаватель, Департамент математики, механики и компьютерных наук
- Коврижных Антон Юрьевич, Доцент, вычислительной математики и компьютерных наук
- Пьянзина Елена Сергеевна, Доцент, Кафедра теоретической и математической физики

## 1.1. Технологии реализации, используемые при изучении дисциплины модуля

- Традиционная (репродуктивная) технология
- Разноуровневое (дифференцированное) обучение
  - Базовый уровень

*\*Базовый I уровень – сохраняет логику самой науки и позволяет получить упрощенное, но верное и полное представление о предмете дисциплины, требует знание системы понятий, умение решать проблемные ситуации. Освоение данного уровня результатов обучения должно обеспечить формирование запланированных компетенций и позволит обучающемуся на минимальном уровне самостоятельности и ответственности выполнять задания;*

*Продвинутый II уровень – углубляет и обогащает базовый уровень как по содержанию, так и по глубине проработки материала дисциплины. Это происходит за счет включения дополнительной информации. Данный уровень требует умения решать проблемы в рамках курса и смежных курсов посредством самостоятельной постановки цели и выбора программы действий. Освоение данного уровня результатов обучения позволит обучающемуся повысить уровень самостоятельности и ответственности до творческого применения знаний и умений.*

## 1.2. Содержание дисциплины

Таблица 1.1

Код раздела, темы	Раздел, тема дисциплины*	Содержание
1	Введение в курс дифференциальных уравнений. Дифференциальные уравнения первого порядка, разрешенные относительно производной. Интегрируемые типы	Краткая историческая справка. Основные понятия и определения. Геометрическая интерпретация дифференциального уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной. Задача Коши. Формулировка теоремы существования и единственности решения задачи Коши. Уравнения с разделяющимися переменными, линейные уравнения, однородные уравнения, уравнения Бернулли и Риккати, уравнения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель
2	Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной	Геометрическая интерпретация дифференциального уравнения первого порядка, не разрешенного относительно производной. Общий метод введения параметра, неполные уравнения, уравнения, разрешенные относительно $x$ или $y$ , уравнения Лагранжа и Клеро.
3	Доказательство теоремы Коши.	Вспомогательные понятия и предложения. Доказательство существования решения задачи Коши. Доказательство единственности решения задачи Коши. Определения общего, частного и особого решения. Методы нахождения особых решений.

4	Нелинейные системы дифференциальных уравнений и уравнения высших порядков	Задача и теорема Коши для системы и уравнения $n$ -го порядка. Определение общего решения. Уравнения $n$ -го порядка, интегрируемые в квадратурах. Уравнения, допускающие понижение порядка. Первые интегралы и понижение порядка. Симметричная форма системы дифференциальных уравнений. Сведение системы к одному уравнению.
7	Системы линейных дифференциальных уравнений	Свойства однородной системы, принцип суперпозиции. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений. Теоремы об общем решении линейных однородных и неоднородных систем дифференциальных уравнений. Метод вариации постоянных. Формула Коши
8	Линейные системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами	Характеристическое уравнение. Решение однородной системы в случае простых, комплексных и кратных корней. Решение неоднородной системы методом неопределенных коэффициентов.
5	Линейные дифференциальные уравнения $n$ -го порядка	Основные свойства линейных уравнений. Линейные однородные уравнения. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений. Теоремы об общем решении линейных однородных и неоднородных уравнений
6	Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами	Оператор дифференцирования. Характеристическое уравнение. Решение линейных однородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами в случае простых, комплексных и кратных корней характеристического уравнения. Решение линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами в случае квазимногочлена в правой части методом неопределенных коэффициентов
9	Динамические системы.	Механическая (динамическая) интерпретация систем дифференциальных уравнений. Понятие фазового пространства и фазового портрета. Автономные динамические системы: групповое свойство движений, точки покоя, основные виды фазовых траекторий. Фазовые портреты линейной однородной системы. Точки покоя и фазовые портреты двумерных динамических систем. Корни характеристического уравнения действительные и различные (узел, седло). Корни характеристического уравнения комплексные (фокус, центр). Вырожденные случаи: корни характеристического уравнения действительные и равные, один или оба корня характеристического уравнения равны нулю. Фазовая плоскость нелинейной системы. Понятие линеаризованной системы.
10	Устойчивость. Метод функций Ляпунова.	Дифференциальные уравнения возмущенного движения. Определения основных понятий (устойчивость, асимптотическая устойчивость, неустойчивость, функция Ляпунова). Теорема Ляпунова об устойчивости (доказательство с геометрической интерпретацией). Теорема Ляпунова об асимптотической устойчивости. Теорема Ляпунова о неустойчивости. Устойчивость линейных систем с постоянными коэффициентами. Устойчивость по первому приближению

11	Введение в курс дифференциальных уравнений в частных производных.	<p>Основные определения (определения дифференциального уравнения в частных производных, его решения, порядка, линейного уравнения и квазилинейного уравнения). Примеры.</p> <p>Описание элементарных физических процессов при помощи уравнений в частных производных</p>
12	Дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка.	<p>Линейные дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка. Метод характеристик.</p> <p>Квазилинейные дифференциальные уравнения в частных производных первого порядка. Понятие задачи Коши и краевой задачи.</p>
13	Дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка	<p>Классификация дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка. Приведение к каноническому виду в окрестности (случай двух независимых переменных).</p> <p>Корректная постановка задач (Граничные и начальные условия).</p>
14	Дифференциальные уравнения гиперболического типа	<p>Вывод уравнения поперечных малых колебаний струны – волновое уравнение.</p> <p>Задача Коши для однородного волнового уравнения на бесконечной прямой. Формула Даламбера. Геометрическая интерпретация решения. Характеристический треугольник.</p> <p>Теорема Коши-Ковалевской (без доказательства). Теорема устойчивости решения задачи Коши. Леммы о свойствах решений на бесконечной прямой.</p> <p>Решение неоднородных волновых уравнений на бесконечной прямой.</p> <p>Решение волновых уравнений в полуограниченной области.</p> <p>Общая схема метод разделения переменных.</p> <p>Задача Штурма-Лиувилля (одномерный случай) и свойства её решений (ортогональность собственных функций, соответствующих различным собственным значениям; линейная зависимость функций, соответствующих одному собственному значению; положительность собственных функций, теорема Стеклова (без доказательства)).</p> <p>Обобщённый принцип суперпозиции.</p> <p>Единственность и устойчивость первой краевой задачи</p>
15	Дифференциальные уравнения параболического типа	<p>Вывод уравнения диффузии и теплопроводности. Физический смысл граничных условий первого, второго и третьего рода.</p> <p>Решения уравнения теплопроводности на отрезке.</p>



		<p>Общая схема метода интегральных преобразований. Интегральное преобразование Фурье.</p> <p>Задача Коши для уравнений параболического типа на прямой (формула Пуассона)</p> <p>Синус и косинус преобразования</p>
16	Уравнения эллиптического типа	<p>Физический смысл уравнений эллиптического типа. Граничные условия. Фундаментальные решения уравнений Лапласа в пространстве и на плоскости. Решение задачи Дирихле в декартовой системе координат.</p> <p>Решение внутренней и внешней задачи Дирихле для круга. Задача Дирихле в кольце. Уравнение Лапласа в сферических координатах.</p> <p>Свойства гармонических функций (теорема о потоке, теорема о среднем значении, принцип максимума и минимума для гармонических функций).</p> <p>Теорема единственности и устойчивости внутренней задачи Дирихле для круга.</p>

### 1.3. Направление, виды воспитательной деятельности и используемые технологии

Таблица 1.2

Направление воспитательной деятельности	Вид воспитательной деятельности	Технология воспитательной деятельности	Компетенция	Результаты обучения
Профессиональное воспитание	учебно-исследовательская, научно-исследовательская	Технология формирования уверенности и готовности к самостоятельной успешной профессиональной деятельности	ПК-1 - Способность демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий	З-1 - Формулировать основные теоремы и понятия математических и естественных наук

1.4. Программа дисциплины реализуется на государственном языке Российской Федерации .

## 2. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### Дифференциальные уравнения

#### Электронные ресурсы (издания)

1. Васильева, А. Б.; Дифференциальные и интегральные уравнения: вариационное исчисление в примерах и задачах : учебное пособие.; Физматлит, Москва; 2005; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68123> (Электронное издание)

2. Арнольд, В. И.; Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений : монография.; Издательство Наука, Главная редакция физико-математической литературы, Москва; 1978; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=479567> (Электронное издание)
3. Тихонов, А. Н.; Уравнения математической физики; Наука, Москва; 1977; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=468275> (Электронное издание)
4. Будак, Б. М.; Сборник задач по математической физике : сборник задач и упражнений.; Физматлит, Москва; 2004; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=67912> (Электронное издание)
5. Владимиров, В. С.; Уравнения математической физики : учебник.; Физматлит, Москва; 2000; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68126> (Электронное издание)

### **Печатные издания**

1. Понтрягин, Л. С.; Обыкновенные дифференциальные уравнения : учебник для ун-тов.; Наука, Москва; 1982 (5 экз.)
2. Бицадзе, А. В.; Сборник задач по уравнениям математической физики : [учеб. пособие для мех.-мат. и физ. спец. вузов].; Наука, Москва; 1985 (6 экз.)
3. Емельянов, В. М., Рыбакина, Е. А.; Уравнения математической физики. Практикум по решению задач : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по направлениям подгот. 140400 - "Техн. физика", 150300 - "Прикладная механика".; Лань, Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар; 2008 (6 экз.)
4. Фарлоу, С.; Уравнения с частными производными для научных работников; Мир, Москва; 1985 (6 экз.)
5. Шолохович, Ф. А.; Лекции по дифференциальным уравнениям (университетский курс) : учеб. пособие для вузов.; Урал. изд-во, Екатеринбург; 2005 (378 экз.)

### **Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы**

#### **Материалы для лиц с ОВЗ**

Весь контент ЭБС представлен в виде файлов специального формата для воспроизведения синтезатором речи, а также в тестовом виде, пригодном для прочтения с использованием экранной лупы и настройкой контрастности.

#### **Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы**

### **3. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

#### **Дифференциальные уравнения**

**Сведения об оснащённости дисциплины специализированным и лабораторным оборудованием и программным обеспечением**

Таблица 3.1

№ п/п	Виды занятий	Оснащённость специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения
-------	--------------	---	---

1	Лекции	<p>Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов</p> <p>Рабочее место преподавателя</p> <p>Доска аудиторная</p> <p>Периферийное устройство</p> <p>Подключение к сети Интернет</p>	<p>Office 365 EDUA3 ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr B Faculty EES</p> <p>Google Chrome</p>
2	Практические занятия	<p>Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов</p> <p>Рабочее место преподавателя</p> <p>Доска аудиторная</p>	<b>Не требуется</b>
3	Консультации	<p>Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов</p> <p>Рабочее место преподавателя</p> <p>Доска аудиторная</p>	<b>Не требуется</b>
4	Текущий контроль и промежуточная аттестация	<p>Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов</p> <p>Рабочее место преподавателя</p> <p>Доска аудиторная</p>	<b>Не требуется</b>
5	Самостоятельная работа студентов	<p>Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов</p> <p>Доска аудиторная</p> <p>Подключение к сети Интернет</p>	Google Chrome