

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина»

УТВЕРЖДАЮ  
Директор по образовательной  
деятельности

\_\_\_\_\_ С.Т. Князев  
«\_\_» \_\_\_\_\_

### РАБОЧАЯ ПРОГРАММА МОДУЛЯ

<b>Код модуля</b>	<b>Модуль</b>
1156769	Экстремальные задачи теории функций

Екатеринбург

<b>Перечень сведений о рабочей программе модуля</b>	<b>Учетные данные</b>
<b>Образовательная программа</b> 1. Современные проблемы математики	<b>Код ОП</b> 1. 01.04.01/33.01
<b>Направление подготовки</b> 1. Математика	<b>Код направления и уровня подготовки</b> 1. 01.04.01

Программа модуля составлена авторами:

<b>№ п/п</b>	<b>Фамилия Имя Отчество</b>	<b>Ученая степень, ученое звание</b>	<b>Должность</b>	<b>Подразделение</b>
1	Арестов Виталий Владимирович	доктор физико-математических наук, профессор	Профессор	математического анализа
2	Дейкалова Марина Валерьевна	кандидат физико-математических наук, доцент	Доцент	математического анализа

**Согласовано:**

Управление образовательных программ

Р.Х. Токарева

# 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА МОДУЛЯ Экстремальные задачи теории функций

## 1.1. Аннотация содержания модуля

В модуль входит одна дисциплина «Экстремальные задачи теории функций». Основная цель курса – познакомить студентов с классическими результатами, методами и современными проблемами нескольких разделов теории функций: неравенства Колмогорова и взаимосвязанные экстремальные задачи для классов дифференцируемых функций, экстремальные свойства полиномов и целых функций, включая неравенства Маркова, Бернштейна, Никольского, Сегё, Зигмунда, экстремальные задачи для положительно определенных функций, включая задачи Турана, Дельсарта. Будет обсуждаться состояние и направление развития тематики в мире, на кафедре математического анализа УрФУ и в Институте математики и механики УрО РАН. Курс призван расширить научный кругозор студентов, вывести на современный уровень результатов, методов и приложений рассматриваемых в нем разделов непрерывной математики

## 1.2. Структура и объем модуля

Таблица 1

№ п/п	Перечень дисциплин модуля в последовательности их освоения	Объем дисциплин модуля и всего модуля в зачетных единицах
1	Экстремальные задачи теории функций	3
ИТОГО по модулю:		3

## 1.3. Последовательность освоения модуля в образовательной программе

Пререквизиты модуля	Не предусмотрены
Постреквизиты и кореквизиты модуля	1. Учебно-научный семинар "Аппроксимация и регуляризация"

## 1.4. Распределение компетенций по дисциплинам модуля, планируемые результаты обучения (индикаторы) по модулю

Таблица 2

Перечень дисциплин модуля	Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы)
1	2	3
Экстремальные задачи теории функций	ОПК-1 - Способен выявлять, формулировать и решать фундаментальные и прикладные задачи в	З-1 - Демонстрировать понимание фундаментальных принципов, методов и подходов к решению фундаментальных и прикладных задач в профильной области

	<p>области своей профессиональной деятельности и в междисциплинарных направлениях с использованием фундаментальных знаний и практических навыков</p>	<p>деятельности и междисциплинарных направлениях</p> <p>У-1 - Выявлять и определять цели и пути решения фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности, опираясь на фундаментальные законы и принципы, с использованием соответствующих целям подходов и методов</p> <p>П-1 - Предлагать пути решения фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности и междисциплинарных направлениях, опираясь на фундаментальные законы и принципы с использованием соответствующих целям подходов и методов</p> <p>Д-1 - Демонстрировать аналитические умения и креативное мышление</p>
	<p>ПК-1 - Способен применять фундаментальные знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий</p>	<p>З-1 - Изложить актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики</p> <p>У-2 - Решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики в профильной области деятельности и междисциплинарных направлениях</p> <p>П-2 - Иметь практический опыт научно-исследовательской деятельности в математике и информатике</p> <p>Д-1 - Демонстрировать аналитические и системные умения, способность к поиску информации</p>
	<p>ПК-2 - Способен анализировать и обрабатывать научную информацию и результаты исследований</p>	<p>У-1 - Анализировать научные проблемы по тематике проводимых исследований и разработок</p>

### 1.5. Форма обучения

Обучение по дисциплинам модуля может осуществляться в очной формах.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**Экстремальные задачи теории функций**

Рабочая программа дисциплины составлена авторами:

<b>№ п/п</b>	<b>Фамилия Имя Отчество</b>	<b>Ученая степень, ученое звание</b>	<b>Должность</b>	<b>Подразделение</b>
1	Арестов Виталий Владимирович	доктор физико- математических наук, профессор	Профессор	математического анализа

**Рекомендовано учебно-методическим советом института** Естественных наук и математики

Протокол № 6 от 15.10.2021 г.

# 1. СОДЕРЖАНИЕ И ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ

Авторы:

- Арестов Виталий Владимирович, Профессор, математического анализа

## 1.1. Технологии реализации, используемые при изучении дисциплины модуля

- Традиционная (репродуктивная) технология
- Разноуровневое (дифференцированное) обучение
  - Базовый уровень

*\*Базовый I уровень – сохраняет логику самой науки и позволяет получить упрощенное, но верное и полное представление о предмете дисциплины, требует знание системы понятий, умение решать проблемные ситуации. Освоение данного уровня результатов обучения должно обеспечить формирование запланированных компетенций и позволит обучающемуся на минимальном уровне самостоятельности и ответственности выполнять задания;*

*Продвинутый II уровень – углубляет и обогащает базовый уровень как по содержанию, так и по глубине проработки материала дисциплины. Это происходит за счет включения дополнительной информации. Данный уровень требует умения решать проблемы в рамках курса и смежных курсов посредством самостоятельной постановки цели и выбора программы действий. Освоение данного уровня результатов обучения позволит обучающемуся повысить уровень самостоятельности и ответственности до творческого применения знаний и умений.*

## 1.2. Содержание дисциплины

Таблица 1.1

Код раздела, темы	Раздел, тема дисциплины*	Содержание
1	Неравенства Колмогорова для дифференцируемых функций	Неравенства между нормами функций и их производных в равномерной и интегральных нормах. Теорема сравнения Колмогорова; неравенство Колмогорова между равномерными нормами производных функций на оси. Точные неравенства типа Колмогорова в пространстве $L_2$ на оси и полуоси. Задача Стечкина о приближении операторов дифференцирования на классах гладких функций. Связь задачи Стечкина с неравенством Колмогорова. Конкретные случаи решения задачи Стечкина.
2	Экстремальные свойства полиномов и целых функций	Классические ортогональные многочлены на отрезке. Многочлены Чебышева первого и второго рода, многочлены Лежандра. Неравенство Маркова между равномерными нормами многочлена и его производной на отрезке. Неравенство Никольского между различными нормами многочлена на отрезке. Общие сведения о тригонометрических полиномах. Тригонометрическая интерполяция. Интерполяционные формулы Рисса и Сеге для тригонометрического полинома и сопряженного тригонометрического полинома. Неравенства Бернштейна, Сеге и Зигмунда в пространствах $L_p$ при $p$ , больших или равных 1. Целые функции экспоненциального типа. Неравенство Бернштейна для целых функций. Неравенство Бернштейна и другие экстремальные задачи в $L_p$ при $p < 1$ .

3	Задача Турана для положительно определенных функций	Преобразование Фурье функций нескольких переменных. Положительно определенные функции на евклидовом пространстве. Задача Турана для положительно определенных функций одного и нескольких переменных с малым носителем. Одномерная периодическая задача (С.Б.Стечкин, Д.В.Горбачев, А.С.Манюшина, Ю.Д.Рудомазина, В.И.Иванов). Задача на оси (R.P.Voas, M.Kac). Конкретные многомерные случаи (Д.В.Горбачев, Е.Е.Бердышева, В.В.Арестов). Связь с другими экстремальными задачами.
4	Задача Дельсарта	Положительно определенные функции на отрезке. Теорема Шенберга. Применение в экстремальных задачах для сферических кодов. Коды с заданным угловым расстоянием минимальной мощности. Контактные числа евклидовых пространств. Задача о диктаторах на евклидовой сфере. Конкретные случаи. Задача Томсона. Задача В.А.Юдина для положительно определенных функций в оценке значения задачи Томсона. Конкретные случаи.

### 1.3. Направление, виды воспитательной деятельности и используемые технологии

Направления воспитательной деятельности сопрягаются со всеми результатами обучения компетенций по образовательной программе, их освоение обеспечивается содержанием всех дисциплин модулей.

1.4. Программа дисциплины реализуется на государственном языке Российской Федерации .

## 2. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### Экстремальные задачи теории функций

#### Электронные ресурсы (издания)

1. Корнейчук, Н. П., Голубов, Б. И., Пирогова, Г. Я.; Экстремальные задачи теории приближения; Наука, Москва; 1976; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=456961> (Электронное издание)
2. Зигмунд, А., А., Бари, Н. К.; Тригонометрические ряды; Мир, Москва; 1965; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459824> (Электронное издание)
3. Поля, Г., Г.; Задачи и теоремы из анализа 2. Теория функций (специальная часть). Распределение нулей. Полиномы. Определители. Теория чисел; Наука, Москва; 1978; <https://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=447988> (Электронное издание)

#### Печатные издания

1. Харди, Г. Г., Годфри Г., Левин, В. И.; Неравенства; URSS, Москва; 2006 (2 экз.)
2. Харди, Г. Г., Литлвуд, Д. Е., Поля, Г., Левин, В. И., Стечкин, С. Б.; Неравенства; [КомКнига], Москва; 2006 (1 экз.)
3. Зигмунд, А., Ивашев-Мусатов, О. С., Бари, Н. К.; Тригонометрические ряды Т. 2. ; Мир, Москва; 1965 (2 экз.)

#### Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы

1. Стечкин С.Б. Наилучшее приближение линейных операторов // Матем. заметки. 1967. Т.1, №2. С.137–148.

<http://mi.mathnet.ru/mz5358>

2. Арестов В.В. Приближение неограниченных операторов ограниченными и родственные экстремальные задачи // Успехи матем. наук. 1996. Т.51, вып.6. С.89–124.

<http://mi.mathnet.ru/umn1019>

3. Субботин Ю.Н., Тайков Л.В. Наилучшее приближение оператора дифференцирования в пространстве  $L^2$  // Матем. заметки. 1968. Т. 3. № 2. С. 257–264.

<http://mi.mathnet.ru/mz6662>

4. Arestov V.V., Filatova M.A. Best approximation of the differentiation operator in the space  $L^2$  on the semiaxis // Journal of Approximation Theory. 2014. Vol.187. P. 65–81.

<https://doi.org/10.1016/j.jat.2014.08.001>

5. Ахиезер, Н.И. Лекции по теории аппроксимации / Н.И. Ахиезер. – М. ; Л. : ОГИЗ. Гос. изд-во технико-теорет. лит., 1947. – 323 с.

<http://books.e-heritage.ru/book/10079015>

6. Арестов В.В. Об интегральных неравенствах для тригонометрических полиномов и их производных // Изв. АН СССР. Сер. мат. 1981. Т. 45, № 1. С. 3–22.

<http://mi.mathnet.ru/izv1545>

7. Golitschek M.V., Lorentz G.G. Bernstein inequalities in  $L_p$  // Rocky Mount. J. Math. 1989. Vol.19, № 1. P.145–156.

<https://projecteuclid.org/euclid.rmjm/1250125954>

8. Стечкин С.Б. Одна экстремальная задача для тригонометрических рядов с неотрицательными коэффициентами // Acta Math. Acad. Scient. Hungaricae. 1972. Т. 23, №3–4. P. 289–291.

<https://doi.org/10.1007/BF01896947>

9. Арестов В.В., Бердышева Е.Е. Задача Турана для положительно определенных функций с носителем в шестиугольнике. // Тр. Ин-та мат. мех. 2001. Т. 7, № 1. С. 21–29.

<http://mi.mathnet.ru/timm297>

10. Горбачев Д.В. Экстремальная задача для периодических функций с носителем в шаре // Матем. заметки. 2001. Т. 69, вып. 3. С. 346–352.

<http://mi.mathnet.ru/mz508>

11. Иванов В.И. О задачах Турана и Дельсарта для периодических положительно определенных функций // Матем. заметки. 2006. Т. 80, № 6. С. 934–939.

<http://mi.mathnet.ru/mz3369>

12. Conway J. H., Sloane N. J. A. Sphere Packings, Lattices and Groups. Springer-Verlag, New York, 1999.

<https://doi.org/10.1007/978-1-4757-6568-7>

13. Юдин В.А. Минимум потенциальной энергии точечной системы зарядов // Дискрет. математика. 1992. Т. 4, № 2. С. 115–121.

<http://mi.mathnet.ru/dm737>



14. Куклин Н.А. Аналитические методы в экстремальных геометрических задачах на сфере. Диссерт. канд. наук. Екатеринбург, 2014.

[http://www.imm.uran.ru/rus/Dissertation\\_councils/D\\_004.006.04/Pages/Old.aspx](http://www.imm.uran.ru/rus/Dissertation_councils/D_004.006.04/Pages/Old.aspx)

15. Харди Г., Литтлвуд Дж., Поля Г. Неравенства. М., ИЛ., 1948.

<https://ikfia.ysn.ru/wp-content/uploads/2018/01/HardiLitlvudPoja1948ru.pdf>

16. Бабенко В.Ф., Корнейчук Н.П., Кофанов В.А., Пичугов С.А. Неравенства для производных и их приложения. К.: Наук. думка, 2003.

[https://www.researchgate.net/publication/258221576\\_Neravenstva\\_dla\\_proizvodnyh\\_i\\_ih\\_prilozenia\\_Inequalities\\_for\\_derivatives\\_and\\_their\\_applications](https://www.researchgate.net/publication/258221576_Neravenstva_dla_proizvodnyh_i_ih_prilozenia_Inequalities_for_derivatives_and_their_applications)

17. Купцов Н. П. Колмогоровские оценки для производных в  $2L [0, \square]$  // Тр. МИАН СССР. 1975. Т.138. С.94–117.

<http://mi.mathnet.ru/tm2630>

18. Коновалов В.Н. Точные неравенства для норм функций, третьих частных, вторых смешанных или косых производных // Матем. заметки. 1978. Т. 23. № 1. С. 67–78.

<http://mi.mathnet.ru/mz8120>

19. Иванов В.И., Горбачев Д.В., Рудомазина Ю.Д. Некоторые экстремальные задачи для периодических функций с условиями на их значения и коэффициенты Фурье // Тр. Ин-та мат. мех. УрО РАН. 2005. Т. 11, № 2. С. 92–111.

<http://mi.mathnet.ru/timm192>

### **Материалы для лиц с ОВЗ**

Весь контент ЭБС представлен в виде файлов специального формата для воспроизведения синтезатором речи, а также в тестовом виде, пригодном для прочтения с использованием экранной лупы и настройкой контрастности.

### **Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы**

<http://www.edu.ru/> – Федеральный портал. Российское образование.

<http://study.urfu.ru> – портал информационно-образовательных ресурсов УрФУ

<http://lib.urfu.ru> – зональная научная библиотека ФГАОУ ВО УрФУ

<http://www.mathnet.ru/> – общероссийский математический портал

<http://biblioclub.ru> – портал-библиотека электронных книг

<http://www.elibrary.ru/> – научная электронная библиотека

<http://www.sciencedirect.com/> – сайт издательства Elsevier

### 3. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

#### Экстремальные задачи теории функций

Сведения об оснащенности дисциплины специализированным и лабораторным оборудованием и программным обеспечением

Таблица 3.1

№ п/п	Виды занятий	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения
1	Практические занятия	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная Периферийное устройство Подключение к сети Интернет	Office 365 EDUA3 ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr B Faculty EES Google Chrome
2	Консультации	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная Периферийное устройство Подключение к сети Интернет	Office 365 EDUA3 ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr B Faculty EES Google Chrome
3	Текущий контроль и промежуточная аттестация	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Периферийное устройство Подключение к сети Интернет	Office 365 EDUA3 ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr B Faculty EES Google Chrome
4	Самостоятельная работа студентов	Подключение к сети Интернет	Office 365 EDUA3 ShrdSvr ALNG SubsVL MVL PerUsr B Faculty EES Google Chrome