

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
 Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
 высшего образования  
 «Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина»

УТВЕРЖДАЮ  
 Проректор по учебной работе

\_\_\_\_\_ С.Т. Князев  
 «\_\_» \_\_\_\_\_ 2018 г.

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА МОДУЛЯ  
 КОМПЬЮТЕРНАЯ И НЕПРЕРЫВНАЯ МАТЕМАТИКА**

<b>Перечень сведений о рабочей программе модуля</b>	<b>Учетные данные</b>
<b>Модуль</b> Компьютерная и непрерывная математика	<b>Код модуля</b> 1117698 Учебный план № 5347
<b>Образовательная программа</b> Компьютерная безопасность	<b>Код ОП</b> 10.05.01/01.02
<b>Траектория образовательной программы (ТОП)</b>	Не предусмотрены
<b>Направление подготовки</b> Компьютерная безопасность	<b>Код направления и уровня подготовки</b> 10.05.01
<b>Уровень подготовки</b> Специалитет	
<b>ФГОС ВО</b>	<b>Реквизиты приказа Минобрнауки РФ об утверждении ФГОС ВО:</b> 1 декабря 2016 г. № 1512

Екатеринбург, 2018

Программа модуля составлена авторами:

<b>№ п/п</b>	<b>ФИО</b>	<b>Ученая степень, ученое звание</b>	<b>Должность</b>	<b>Кафедра</b>	<b>Подпись</b>
1	Шур Арсений Михайлович	д-р физ.-мат. наук, профессор	профессор	алгебры и дискретной математики	
2	Филатова Мария Александровна	к.ф.м.н.	доцент	математического анализа и теории функций	

**Руководитель модуля**

М.А. Филатова

**Рекомендовано учебно-методическим советом  
института математики и компьютерных наук**

**Председатель учебно-методического совета  
Протокол №12 от 15.12.2016 г.**

А.Ю. Коврижных

**Согласовано:**

Дирекция образовательных программ

Р.Х. Токарева

**Руководитель образовательной программы (ОП),  
для которой реализуется модуль**

В.А. Баранский

# 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА МОДУЛЯ Компьютерная и непрерывная математика

## 1.1. Объем модуля, 18 з. е.

## 1.2. Аннотация содержания модуля

Модуль является обязательным к изучению, состоит из четырех дисциплин: «Комбинаторные алгоритмы», «Лингвистические основы информатики» (дисциплины базовой части), «Теория функций комплексного переменного», «Функциональный анализ» (дисциплины вариативной части ВУЗа).

Дисциплины модуля служат основой большого числа профессиональных дисциплин, закладывают фундамент математического мышления, прививают обстоятельность аргументации в математических рассуждениях, формируют высокий уровень математической культуры.

## 2. СТРУКТУРА МОДУЛЯ И РАСПРЕДЕЛЕНИЕ УЧЕБНОГО ВРЕМЕНИ ПО ДИСЦИПЛИНАМ

Наименования дисциплин с указанием, к какой части образовательной программы они относятся: базовой (Б), вариативной – по выбору вуза (ВВ), вариативной - по выбору студента (ВС).		Семестр изучения	Объем времени, отведенный на освоение дисциплин модуля							
			Аудиторные занятия, час.				Самостоятельная работа, включая все виды текущей аттестации, час.	Промежуточная аттестация (зачет, экзамен), час.	Всего по дисциплине	
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Всего			Час.	Зач. ед.
1.	(Б) Комбинаторные алгоритмы	4-5	68	34	34	136	94	22 (3, Э)	252	7
2.	(Б) Лингвистические основы информатики	6-7	68	34		102	92	22 (3, Э)	216	6
3.	(ВВ) Теория функций комплексного переменного	6	34	34		68	36	4(3)	108	3
4.	(ВВ) Функциональный анализ	4	34	17		51	17	4(3)	72	2
<b>Всего на освоение модуля</b>			<b>204</b>	<b>119</b>	<b>34</b>	<b>357</b>	<b>239</b>	<b>52</b>	<b>648</b>	<b>18</b>

## 3. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЬ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИН В МОДУЛЕ

3.1.	Пререквизиты и постреквизиты в модуле	Порядок освоения дисциплин в модуле указан в табл.2
3.2.	Кореквизиты	-

#### 4. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ МОДУЛЯ

##### 4.1. Планируемые результаты освоения модуля и составляющие их компетенции

Коды ОП, для которых реализуется модуль	Планируемые в ОХОП результаты обучения - РО, которые формируются при освоении модуля	Компетенции в соответствии с ФГОС ВО, а также дополнительные из ОХОП, формируемые при освоении модуля
10.05.01/01.02	РО-02 Способность применять основополагающие принципы и современные достижения физико-математических наук, математического описания и построения компьютерных систем, а также современные информационные технологии в разработке технологических решений с использованием программного кода.	ПК-4, способность проводить анализ и участвовать в разработке математических моделей безопасности компьютерных систем; ОПК-1, способность анализировать физические явления и процессы при решении профессиональных задач; ОПК-2, способность корректно применять при решении профессиональных задач аппарат математического анализа, геометрии, алгебры, дискретной математики, математической логики, теории алгоритмов, теории вероятностей, математической статистики, теории информации, теоретико-числовых методов; ПСК-2.2, способность на основе анализа применяемых математических методов и алгоритмов оценивать эффективность средств и методов защиты информации в компьютерных системах; ПСК-2.3, способность строить математические модели для оценки безопасности компьютерных систем и анализировать компоненты системы безопасности с использованием современных математических методов;
	РО-04 Способность обеспечивать защищенность и функциональность компьютерных систем, производить их администрирование и профилактику работоспособности.	ПСК-2.4, способность разрабатывать, анализировать и обосновывать адекватность математических моделей процессов, возникающих при работе программно-аппаратных средств защиты информации; ДПК-1, способность разрабатывать планы и программы проведения научных исследований и технических разработок, подготавливать отдельные задания для исполнителей и контролировать их выполнение.

	<p>РО-08 Способность к разработке, анализу и обоснованию адекватности математических моделей процессов, возникающих при функционировании программно-аппаратных средств защиты информации, а также к разработке математических моделей для оценки безопасности компьютерных систем.</p>	<p>ПСК-2.1, способность разрабатывать вычислительные алгоритмы, реализующие современные методы защиты информации;  ПСК-2.2, способность на основе анализа применяемых математических методов и алгоритмов оценивать эффективность средств и методов защиты информации в компьютерных системах;  ПСК-2.3, способность строить математические модели для оценки безопасности компьютерных систем и анализировать компоненты системы безопасности с использованием современных математических методов;  ПСК-2.4, способность разрабатывать, анализировать и обосновывать адекватность математических моделей процессов, возникающих при работе программно-аппаратных средств защиты информации;</p>
--	--	--

#### 4.2. Распределение формирования компетенций по дисциплинам модуля

Дисциплины модуля		ОПК-1	ОПК-2	ПК-4	ДПК-1	ПСК-2.1	ПСК-2.2	ПСК-2.3	ПСК-2.4
1	(Б) Комбинаторные алгоритмы	+	+	+	+	+	+	+	+
2	(Б) Лингвистические основы информатики	+	+	+	+	+	+	+	+
3	(ВВ) Теория функций комплексного переменного	+	+				+	+	+
4	(ВВ) Функциональный анализ	+	+				+	+	+

#### 5. ПРОМЕЖУТОЧНАЯ АТТЕСТАЦИЯ ПО МОДУЛЮ

Не предусмотрена



МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина»

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**КОМБИНАТОРНЫЕ АЛГОРИТМЫ**

<b>Перечень сведений о рабочей программе дисциплины</b>	<b>Учетные данные</b>
<b>Модуль</b> Компьютерная и непрерывная математика	<b>Код модуля</b> 1117698 Учебный план № 5347
<b>Образовательная программа</b> Компьютерная безопасность	<b>Код ОП</b> <b>10.05.01/01.02</b>
<b>Направление подготовки</b> Компьютерная безопасность	<b>Код направления и уровня подготовки</b> 10.05.01
<b>Уровень подготовки</b> Специалитет	
<b>ФГОС ВО</b>	<b>Реквизиты приказа Минобрнауки РФ об утверждении ФГОС ВО:</b> 1 декабря 2016 г. № 1512

Екатеринбург, 2018

Рабочая программа дисциплины составлена авторами:

№ п/п	ФИО	Ученая степень, ученое звание	Должность	Кафедра	Подпись
1	Асанов Магаз Оразкимович	Канд. физ.-мат. наук, доцент	доцент	Кафедра мате- матической экономики	
2	Березин Денис Александрович	К. эк. наук, доцент	доцент	Кафедра мате- матической экономики	
3	Гальперин Александр Лео- нидович		старший преподава- тель	Кафедра мате- матической экономики	
4	Кругова Людмила Игоревна		старший преподава- тель	Кафедра мате- матической экономики	

**Руководитель модуля**

М.А. Филатова

**Рекомендовано** учебно-методическим советом института математики и компьютерных наук

Председатель учебно-методического совета  
Протокол №12 от 15.12.2016 г.

А. Ю. Коврижных

**Согласовано:**

Дирекция образовательных программ

Р.Х. Токарева

# 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ДИСЦИПЛИНЫ КОМБИНАТОРНЫЕ АЛГОРИТМЫ

## 1.1. Аннотация содержания дисциплины

Дисциплина «Комбинаторные алгоритмы» изучается одной из первых в обязательном модуле «Компьютерная и непрерывная математика».

Курс посвящен изучению классических алгоритмов решения оптимизационных задач на графах и сетях с применением различных приемов программирования; построению новых и модификации и комбинации известных алгоритмов для решения конкретных задач (для конкретных конфигураций компьютеров); оценке эффективности указанных алгоритмов.

Курс опирается на знания, полученные студентами в рамках дисциплин «Языки и технологии программирования» и «Дискретная математика».

Знания, полученные студентами в данном курсе, могут быть использованы в ходе изучения специального курса «Сложность комбинаторных вычислений» и для участия в специальном семинаре «Алгоритмы и структуры данных».

## 1.2. Язык реализации программы – русский

## 1.3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Результатом обучения в рамках дисциплины является формирование у студента следующих компетенций:

ПК-4, способность проводить анализ и участвовать в разработке математических моделей безопасности компьютерных систем;

ОПК-1, способность анализировать физические явления и процессы при решении профессиональных задач;

ОПК-2, способность корректно применять при решении профессиональных задач аппарат математического анализа, геометрии, алгебры, дискретной математики, математической логики, теории алгоритмов, теории вероятностей, математической статистики, теории информации, теоретико-числовых методов;

ПСК-2.1, способность разрабатывать вычислительные алгоритмы, реализующие современные методы защиты информации;

ПСК-2.2, способность на основе анализа применяемых математических методов и алгоритмов оценивать эффективность средств и методов защиты информации в компьютерных системах;

ПСК-2.3, способность строить математические модели для оценки безопасности компьютерных систем и анализировать компоненты системы безопасности с использованием современных математических методов;

ПСК-2.4, способность разрабатывать, анализировать и обосновывать адекватность математических моделей процессов, возникающих при работе программно-аппаратных средств защиты информации;

ДПК-1, способность разрабатывать планы и программы проведения научных исследований и технических разработок, подготавливать отдельные задания для исполнителей и контролировать их выполнение.

В результате освоения дисциплины студент должен:

### **Знать**

основные объекты и понятия сложности алгоритмов, основные понятия теории графов (обыкновенные графы, ориентированные графы, мультиграфы, сети, маршруты, цепи, пути, деревья, двудольные графы, потоки в сетях, паросочетания, маршруты коммивояжера), основные дискретные оптимизационные задачи (задача о минимальном остове, о кратчайших путях в графах, основные задачи о потоках в сетях, о наибольшем паросочетании, о полном паросочетании, о назначениях), составлять рекуррентные соотношения

для использования в динамическом программировании, основные труднорешаемые задачи и методы их решения (методы ветвей и границ, моделирование отжига).

**Уметь**

- строить эффективные алгоритмы решения основных задач оптимизации (задача о минимальном остове, о кратчайших путях в графах, о максимальном потоке в сети, о потоке заданной величины, о потоке минимальной стоимости, транспортная задача, о наибольшем паросочетании, о полном паросочетании, о назначениях, задача коммивояжера), оценивать их вычислительную сложность;
- анализировать неверные алгоритмы;
- решать вычислительные комбинаторные задачи, оптимизационные задачи на сетях и графах, составлять и решать рекуррентные соотношения;
- доказывать корректность приводимых алгоритмов.

**Демонстрировать навыки и опыт деятельности** по программной реализации алгоритмов на языках высокого уровня, тестированию, анализу и оптимизации написанных программ.

**1.4. Объем дисциплины**

Виды учебной работы, формы контроля	Всего часов		Учебные семестры, номер	
	Всего часов	В т.ч. контактная работа	IV	V
<b>Аудиторные занятия</b>	<b>136</b>	<b>136</b>	<b>68</b>	<b>68</b>
Лекции	68	68	34	34
Практические занятия	34	34	17	17
Лабораторные работы	34	34	17	17
<b>Самостоятельная работа студентов, включая все виды текущей аттестации</b>	<b>94</b>	<b>20.40</b>	<b>36</b>	<b>58</b>
<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>22</b>	<b>2.58</b>	<b>3(4)</b>	<b>Э(18)</b>
<b>Общий объем по учебному плану, час.</b>	<b>252</b>	<b>158.98</b>	<b>108</b>	<b>144</b>
<b>Общий объем по учебному плану, з.е.</b>	<b>7</b>		<b>3</b>	<b>4</b>

**2. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

Код раздела, темы	Раздел, тема дисциплины	Содержание
<b>I</b>	<b>Графы, поиск в графе</b>	Основные понятия теории графов. Машинное представление графов. Матрицы смежностей, списки смежностей, массив смежности. Поиск. Поиск в глубину в графе. Поиск в ширину в графе. Случайный поиск. Построения путей в графах. Деревья поиска. Поиск в лабиринте. Задача о построении пути с минимальным числом поворотов.
<b>II</b>	<b>Минимальный остов</b>	Задача о минимальном остове. Алгоритмы Прима-Ярника-Дейкстры и Борувки-Краскла. Структуры данных задач НАЙТИ-ОБЪЕДИНИТЬ в алгоритме Борувки-Краскла. Штейнеровы деревья. Практические интерпретации задачи о минимальном остове.

III	Пути в графах	Задачи о кратчайших путях, а именно, min-сумм, max-сумм, maxmin-задачи. Алгоритмы Форда-Беллмана и Дейкстры. Кратчайшие пути в бесконечных сетях. Сетевые графики планирования работ. Расчеты основных характеристик в методе критического пути. Пути между всеми парами вершин. Алгоритм Флойда. Динамическое программирование.
IV	Потоки в сетях	Потоки в сетях. Задача о максимальном потоке. Алгоритм Форда-Фалкерсона. Теорема Эдмондса-Карпа. Потоки в сетях с ограничениями снизу. Задача о потоке минимальной стоимости, прямой и двойственный алгоритмы ее решения. Транспортная задача.
V	Паросочетания	Паросочетания произвольных графах. Основные теоремы. Паросочетания в двудольных графах. Задача о наибольшем паросочетании. Модификация алгоритма Форда-Фалкерсона. Алгоритм Хопкрофта-Карпа. Оценка сложности алгоритма Хопкрофта – Карпа. Задача о полном паросочетании. Алгоритм Куна. Задача о назначениях. Венгерский алгоритм. Задача о разбиении на наименьшее число паросочетаний. Теорема Мендельсона-Далмеджа. Задача составления расписания.
VI	Труднорешаемые задачи	Гамильтонов цикл. Задача коммивояжера. Метод ветвей и границ. Алгоритмы с гарантированной оценкой точности: минимальная вставка и остовный обход. Общая схема стохастических алгоритмов. Стохастический алгоритм решения задачи коммивояжера. Моделирование отжига.

### 3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ УЧЕБНОГО ВРЕМЕНИ

#### 3.1. Распределение аудиторной нагрузки и мероприятий самостоятельной работы по разделам дисциплины



Раздел дисциплины		Аудиторные занятия (час.)					Самостоятельная работа: виды, количество и объемы мероприятий																							
Код раздела, темы	Наименование раздела, темы	Всего по разделу, теме (час.)	Всего аудиторной работы (час.)			Всего самостоятельной работы студентов (час.)	Подготовка к аудиторным занятиям (час.)						Выполнение самостоятельных внеаудиторных работ (колич.)						Подготовка к контрольным мероприятиям текущей аттестации (колич.)			Подготовка к промежуточной аттестации по дисциплине (час.)		Подготовка в рамках дисциплины к промежуточной аттестации по модулю (час.)						
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы		Всего (час.)	Лекция	Практ., семинар, занятие	Лабораторное занятие	Н/и семинар, семинар-конференция, коллоквиум (магистратура)	Всего (час.)	Домашняя работа*	Графическая работа*	Реферат, эссе, творч. работа*	Проектная работа*	Расчетная работа, разработка программного продукта*	Расчетно-графическая работа*	Домашняя работа на иностранном языке*	Перевод иноязычной литературы*	Курсовая работа*	Курсовой проект*	Всего (час.)	Контрольная работа*	Коллоквиум*	Зачет	Экзамен	Интегрированный экзамен по модулю	Проект по модулю	
IV	<b>Потоки в сетях</b>	<b>54</b>	32	16	8	8	8	3.2	1.8	3		7	1																	
V	<b>Паросочетания</b>	<b>44</b>	24	12	6	6	13	6	2.4	1.6	2		7	1																
VI	<b>Труднорешаемые задачи</b>	<b>28</b>	12	6	3	3	30	3	1.2	0.8	1		7	1									20	2						
	<b>Всего (час), без учета промежуточной аттестации:</b>	<b>126</b>	68	34	17	17	58	17	6.8	4.2	6		21	21								20	20	0						
	<b>Всего по дисциплине (час.):</b>	<b>144</b>	<b>68</b>				<b>76</b>	В т.ч. промежуточная аттестация															<b>0</b>	<b>18</b>	<b>0</b>	<b>0</b>				

\*Суммарный объем в часах на мероприятие указывается в строке «Всего (час.)» без учета промежуточной аттестации

#### 4. ОРГАНИЗАЦИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ, САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

##### 4.1. Лабораторные работы

Код раздела, темы	Номер работы	Наименование работы	Время на выполнение работы (час.)
семестр 4			
I	1	Машинное представление графов и сетей	2
I	2-3	Поиск в графе	3
II	3-4	Деревья	2
II	4-5	Алгоритм Борувки-Краскла	2
II	5-6	Алгоритм Ярника-Прима-Дейкстры	2
III	6-7	Алгоритм Форда-Беллмана	2
III	7-8	Алгоритм Дейкстры	2
III	8-9	Бесконтурные графы	2
семестр 5			
IV	1	Задача о максимальном потоке	2
IV	2	Алгоритм Форда-Фалкерсона	2
IV	3	Прямой алгоритм построения потока	2
IV	4	Двойственный алгоритм	2
V	5	Алгоритм Хопкрофта-Карпа	2
V	6	Алгоритм Куна	2
V	7	Венгерский алгоритм	2
VI	8	Задача коммивояжера. Метод ветвей и границ	2
VI	9	Моделирование отжига	1
<b>Всего:</b>			34

##### 4.2. Практические занятия

Код раздела, темы	Номер занятия	Тема занятия	Время на проведение занятия (час.)
семестр 4			
I	1	Машинное представление графов и сетей	2
I	2-3	Поиск в графе	3
II	3-4	Деревья	2
II	4-5	Алгоритм Борувки-Краскла	2
II	5-6	Алгоритм Ярника-Прима-Дейкстры	2
III	6-7	Алгоритм Форда-Беллмана	2
III	7-8	Алгоритм Дейкстры	2
III	8-9	Бесконтурные графы	2
семестр 5			
IV	1	Задача о максимальном потоке	2
IV	2	Алгоритм Форда-Фалкерсона	2
IV	3	Прямой алгоритм построения потока	2
IV	4	Двойственный алгоритм	2
V	5	Алгоритм Хопкрофта-Карпа	2

V	6	Алгоритм Куна	2
V	7	Венгерский алгоритм	2
VI	8	Задача коммивояжера. Метод ветвей и границ	2
VI	9	Моделирование отжига	1
<b>Всего</b>			<b>34</b>

#### **4.3.Примерная тематика самостоятельной работы**

##### **4.3.1. Примерный перечень тем домашних работ**

- 1) Поиск в графе
- 2) Минимальный остов
- 3) Кратчайшие пути в графах
- 4) Потоки в сетях
- 5) Паросочетания
- 6) Задача коммивояжера

##### **4.3.2. Примерный перечень тем графических работ не предусмотрено**

##### **4.3.3. перечень тем рефератов (эссе, творческих работ) не предусмотрено**

##### **4.3.4. Примерная тематика индивидуальных или групповых проектов Не предусмотрено**

##### **4.3.5. Примерный перечень тем расчетных работ (программных продуктов) не предусмотрено**

##### **4.3.6. Примерный перечень тем расчетно-графических работ не предусмотрено**

##### **4.3.7. Примерная перечень тем курсовых проектов (курсовых работ) не предусмотрено**

##### **4.3.8. Примерная тематика контрольных работ**

Семестр 4.

*Контрольная работа на лекции по темам разделов I-III.*

*Контрольные работы на практических занятиях I-III.*

Семестр 5.

*Контрольная работа на лекции по темам разделов IV-VI.*

*Контрольные работы на практических занятиях IV-VI.*

##### **4.3.9. Примерная тематика коллоквиумов не предусмотрено**

## 5. СООТНОШЕНИЕ РАЗДЕЛОВ ДИСЦИПЛИНЫ И ПРИМЕНЯЕМЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ОБУЧЕНИЯ\*

Код раздела, темы дисциплины	Активные методы обучения						Дистанционные образовательные технологии и электронное обучение					
	Проектная работа	Кейс-анализ	Деловые игры	Проблемное обучение	Командная работа	Другие (указать, какие)	Сетевые учебные курсы	Виртуальные практикумы и тренажеры	Вебинары и видеоконференции	Асинхронные web-конференции и семинары	Совместная работа и разработка контента	Другие (указать, какие)
I. Графы, поиск в графе				*								
II. Минимальный остов				*								
III. Пути в графах				*								
IV. Потoki в сетях				*								
V. Паросочетания				*								
VI. Труднорешаемые задачи				*								

## 6. ПРОЦЕДУРЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ (Приложение 1)

## 7. ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ НЕЗАВИСИМОГО ТЕСТОВОГО КОНТРОЛЯ (Приложение 2)

## 8. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (Приложение 3)

## 9. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 9.1. Рекомендуемая литература

#### 9.1.1. Основная литература

- 1) Асанов М.О., Баранский В.А., Расин В.В. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы. Санкт-Петербург, Лань, 2010. URL: <https://e.lanbook.com/reader/book/536/>

#### 9.1.2. Дополнительная литература

- 1) Микони С. В. Дискретная математика для бакалавра: множества, отношения, функции, графы. Санкт-Петербург, Лань, 2012  
URL: [https://e.lanbook.com/book/4316#book\\_name](https://e.lanbook.com/book/4316#book_name)

## **9.2.Методические разработки**

- 1) Оценка эффективности алгоритмов для задач большой размерности: Учебно-методическое пособие для практических занятий по курсу «Комбинаторные алгоритмы, анализ алгоритмов, структуры данных»/ Сост.: Ленский С.В., Крутова Л.И.Екатеринбург: Изд-во УрГУ, 2005.

## **9.3.Программное обеспечение**

C++, Java, Python

## **9.4. Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы**

<http://www.edu.ru/> - Федеральный портал. Российское образование.

<http://fgosvo.ru/> -ФГОС ВО

<http://study.urfu.ru> –портал информационно-образовательных ресурсов УрФУ

<http://lib.urfu.ru> - Зональная научная библиотека ФГАОУ ВО УрФУ

<http://biblioclub.ru> - портал-библиотека электронных книг

<http://lib.urfu.ru/course/view.php?id=81> - заказ литературы из электронного каталога

<http://acm.timus.ru.-> Электронный ресурс для выполнения заданий по решению практических задач

## **9.5.Электронные образовательные ресурсы**

не используются

## **10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

### **Сведения об оснащённости дисциплины специализированным и лабораторным оборудованием**

Аудитории, оснащённые компьютерами, мультимедийным оборудованием (проектор, экран); компьютерные классы.

**ПРИЛОЖЕНИЕ 1**  
**к рабочей программе дисциплины**

**6. ПРОЦЕДУРЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**6.1. Весовой коэффициент значимости дисциплины**

**6.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине**

**IV семестр**

<b>1. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – к лек. = 0.4</b>		
<b>Текущая аттестация на лекциях</b>	<b>Сроки – семестр, учебная неделя</b>	<b>Максимальная оценка в баллах</b>
<i>Посещение лекций</i>	IV, 1-17	40
<i>Контрольная работа</i>	IV, 1-17	60
<b>Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – к тек.лек.=0.4</b>		
<b>Промежуточная аттестация по лекциям – зачет</b>		
<b>Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – к пром.лек.=0.6</b>		
<b>2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – к прак. =0.3</b>		
<b>Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях</b>	<b>Сроки – семестр, учебная неделя</b>	<b>Максимальная оценка в баллах</b>
<i>Посещение практических /семинарских занятий</i>	IV, 1-17	20
<i>Выполнение контрольной работы на занятии (2) по темам Р4-Р6</i>	IV, 6,10	60
<i>СРС - выполнение домашних работ № 1,2</i>	IV, 1-17	20
<b>Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям – к тек.прак.=1</b>		
<b>Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям – не предусмотрена</b>		
<b>Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям – к пром.прак. =0</b>		
<b>3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий – к лаб. = 0,3</b>		
<b>Текущая аттестация на лабораторных занятиях</b>	<b>Сроки – семестр, учебная неделя</b>	<b>Максимальная оценка в баллах</b>
<i>Выполнение лабораторных работ (по разделам/темам Р1-Р3)</i>	IV, 1-17	75
<i>СРС - выполнение домашней работы № 3</i>	IV, 1-17	25
<b>Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям – к тек.лаб.= 1</b>		
<b>Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям – не предусмотрена</b>		
<b>Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям – к пром.лаб. = 0</b>		

**V семестр**

<b>1. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – к лек. = 0.4</b>		
<b>Текущая аттестация на лекциях</b>	<b>Сроки – семестр, учебная неделя</b>	<b>Максимальная оценка в баллах</b>
<i>Посещение лекций</i>	V, 1-18	40
<i>Контрольная работа</i>	V, 1-18	60
<b>Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – к тек.лек.=0.4</b>		
<b>Промежуточная аттестация по лекциям – экзамен</b>		
<b>Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – к пром.лек.=0.6</b>		
<b>2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – к прак. =0.3</b>		
<b>Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях</b>	<b>Сроки – семестр, учебная неделя</b>	<b>Максимальная оценка в баллах</b>
<i>Посещение практических /семинарских занятий</i>	V, 1-18	20
<i>Выполнение контрольной работы на занятии по темам Р4-Р6</i>	V, 7,13	60
<i>СРС - выполнение домашних работ №1,2</i>	V, 1-18	20
<b>Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям – к тек.прак.=1</b>		
<b>Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям – не предусмотрена</b>		
<b>Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям – к пром.прак. =0</b>		

<b>ям– к тек.прак.=1</b>		
<b>Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям– не предусмотрена</b>		
<b>Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям– к пром.прак. =0</b>		
<b>3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий – к лаб. = 0,3</b>		
<b>Текущая аттестация на лабораторных занятиях</b>	<b>Сроки – семестр, учебная неделя</b>	<b>Максимальная оценка в баллах</b>
<i>Выполнение лабораторных работ (по разделам/темам Р4-Р6)</i>	V, 1-18	75
<i>СРС - выполнение домашней работы №3</i>	V, 1-18	25
<b>Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям– к тек.лаб.= 1</b>		
<b>Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям– не предусмотрена</b>		
<b>Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям– к пром.лаб. = 0</b>		

**6.3. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы**  
*не предусмотрена*

**6.4. Коэффициент значимости семестровых результатов освоения дисциплины**

<b>Порядковый номер семестра по учебному плану, в котором осваивается дисциплина</b>	<b>Коэффициент значимости результатов освоения дисциплины в семестре</b>
Семестр IV	<b>0,4</b>
Семестр V	<b>0,6</b>

## **7. ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ НЕЗАВИСИМОГО ТЕСТОВОГО КОНТРОЛЯ**

*Дисциплина и ее аналоги, по которым возможно тестирование, отсутствуют на сайте ФЭПО <http://fepo.i-exam.ru>.*

*Дисциплина и ее аналоги, по которым возможно тестирование, отсутствуют на сайте Интернет-тренажеры <http://training.i-exam.ru>.*

*Дисциплина и ее аналоги, по которым возможно тестирование, отсутствуют на портале СМУДС УрФУ.*

*В связи с отсутствием Дисциплины и ее аналогов, по которым возможно тестирование, на сайтах ФЭПО, Интернет-тренажеры и портале СМУДС УрФУ, тестирование в рамках НТК не проводится.*

## **8. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

### **8.1. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ МЕРОПРИЯТИЙ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ В РАМКАХ БРС**

В рамках БРС применяются утвержденные на кафедре критерии оценивания достижений студентов по каждому контрольно-оценочному мероприятию. Система критериев оценивания, как и при проведении промежуточной аттестации по модулю, опирается на три уровня освоения компонентов компетенций: пороговый, повышенный, высокий.

<b>Компоненты компетенций</b>	<b>Признаки уровня освоения компонентов компетенций</b>		
	<b>пороговый</b>	<b>повышенный</b>	<b>высокий</b>
<b>Знания</b>	Студент демонстрирует знание-знакомство, знание-копию: узнает объекты, явления и понятия, находит в них различия, проявляет знание источников получения информации, может осуществлять самостоятельно репродуктивные действия над знаниями путем самостоятельного воспроизведения и применения информации.	Студент демонстрирует аналитические знания: уверенно воспроизводит и понимает полученные знания, относит их к той или иной классификационной группе, самостоятельно систематизирует их, устанавливает взаимосвязи между ними, продуктивно применяет в знакомых ситуациях.	Студент может самостоятельно извлекать новые знания из окружающего мира, творчески их использовать для принятия решений в новых и нестандартных ситуациях.
<b>Умения</b>	Студент умеет корректно выполнять предписанные действия по инструкции, алгоритму в известной ситуации, самостоятельно выполняет действия по решению типовых задач, требующих выбора из числа известных методов, в предсказуемо изменяющейся ситуации	Студент умеет самостоятельно выполнять действия (приемы, операции) по решению нестандартных задач, требующих выбора на основе комбинации известных методов, в непредсказуемо изменяющейся ситуации	Студент умеет самостоятельно выполнять действия, связанные с решением исследовательских задач, демонстрирует творческое использование умений (технологий)
<b>Личностные качества</b>	Студент имеет низкую мотивацию учебной деятельности, проявляет безразличное, безответственное отношение к учебе, порученному делу	Студент имеет выраженную мотивацию учебной деятельности, демонстрирует позитивное отношение к обучению и будущей трудовой деятельности, проявляет активность.	Студент имеет развитую мотивацию учебной и трудовой деятельности, проявляет настойчивость и увлеченность, трудолюбие, самостоятельность, творческий подход.

## 8.2. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ НЕЗАВИСИМОГО ТЕСТОВОГО КОНТРОЛЯ

НТК не проводится

### 8.3. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

#### 8.3.1. Примерные задания для проведения мини-контрольных в рамках учебных занятий

1. Предложите два алгоритма, проверяющих за время  $O(n+m)$  ацикличность данного графа  $G=(V, E)$ , где  $V$  – вершины,  $E$  – ребра,  $|V|=n$ ,  $|E|=m$ .
2. Разработайте программные реализации алгоритмов Борувки-Краскала и Ярника-Прима-Дейкстры.
3. Предложите алгоритмы решения  $\max\min$  и  $\min\max$  задачи о кратчайшем пути.
4. Как доказать существование потока заданной величины минимальной стоимости?
5. Предложите алгоритмы решения задачи о наибольшем паросочетании в двудольном графе. Оцените их вычислительную сложность.
6. Как выглядит метод моделирования отжига для задачи коммивояжера?

#### 8.3.2. Примерные домашние задания

1. Используйте алгоритмы поиска в глубину и поиска в ширину для получения числа компонент связности неориентированного графа и самих компонент связности, представленных списками вершин.

2. Дорожное управление планирует строительство автомобильных дорог, которые соединят  $n$  населенных пунктов. Все эти пункты должны быть соединены друг с другом либо непосредственно, либо дорогой, проходящей через другой пункт. Затраты (в миллионах рублей) на строительство дорог приводятся в таблице. Какие дороги следует построить?

- 1) Какой стандартной задаче оптимизации соответствует эта задача?
- 2) Какие алгоритмы следует применить?
- 3) Разработайте программные реализации этих алгоритмов.
- 4) Оцените их вычислительную сложность.

3. В стране  $N$  городов, некоторые из которых соединены между собой дорогами. Для того чтобы проехать по одной дороге требуется один бак бензина. Дороги двусторонние. В каждом городе бак бензина имеет разную стоимость. Требуется добраться из города  $A$  в город  $B$ , потратив как можно меньшее количество денег. Предложите модель этой задачи как задачи оптимизации на графе, опишите алгоритм, который определил бы самый экономный маршрут от  $A$  до  $B$ .

4. Предложите эффективный алгоритм решения задачи:

На железной дороге между узловыми станциями  $d_0$  и  $d_n$  расположены промежуточные станции  $d_1 \dots d_{n-1}$ . Число товарных поездов, которые могут пройти по линиям от  $d_i$  к  $d_j$  (и обратно от  $d_j$  к  $d_i$ ) за один день ограничено и задается таблицей  $C_{ij}$  ( $i=0, \dots, n, j=0, \dots, n$ ). Найти максимальное за один день число поездов, которые могут пройти от  $d_0$  к  $d_n$ .

5. Какой оптимизационной задаче на сетях и графах соответствует следующая задача?

В школе работают  $k$  учителей  $x_1, \dots, x_k$  и имеется  $m$  классов  $y_1, \dots, y_m$ . Известно, что учитель  $x_i$  должен провести в классе  $y_j$   $c_{ij}$  уроков. Необходимо составить расписание таким образом, чтобы время проведения занятий было наименьшим из возможных.

6. Методом ветвей и границ решить задачу коммивояжера.

#### 8.3.3. Примерные контрольные кейсы

Не предусмотрено

#### 8.3.4. Перечень примерных вопросов для зачета

1. Основные понятия теории графов. Теорема об эквивалентности различных определений дерева.
2. Путь в лабиринте с минимальным числом изгибов.

3. Задача о минимальном остове. Основная лемма и ее следствия.
4. Реализация алгоритма Борувки-Краскла.
5. Реализация алгоритма Ярника-Прима-Дейкстры.
6. Задача о кратчайшем пути в сети. Алгоритм Форда-Беллмана.
7. Задача о кратчайшем пути в сети с неотрицательными весами. Алгоритм Дейкстры.
8. Задача о кратчайшем пути в бесконтурной сети.
9. Сетевое планирование.
10. Пути между всеми парами вершин. Алгоритм Флойда.
11. Динамическое программирование. Распределительная задача.
12. Потоки в сетях. Теорема о существовании максимального потока. Основные леммы.
13. Теорема Форда-Фалкерсона.
14. Алгоритм Форда-Фалкерсона.
15. Задача о потоке в сети с ограничениями снизу.

### **8.3.5. Перечень примерных вопросов для экзамена**

1. Основные понятия теории графов. Теорема об эквивалентности различных определений дерева.
2. Путь в лабиринте с минимальным числом изгибов.
3. Задача о минимальном остове. Основная лемма и ее следствия.
4. Реализация алгоритма Борувки-Краскла.
5. Реализация алгоритма Ярника-Прима-Дейкстры.
6. Задача о кратчайшем пути в сети. Алгоритм Форда-Беллмана.
7. Задача о кратчайшем пути в сети с неотрицательными весами. Алгоритм Дейкстры.
8. Задача о кратчайшем пути в бесконтурной сети.
9. Сетевое планирование.
10. Пути между всеми парами вершин. Алгоритм Флойда.
11. Динамическое программирование. Распределительная задача.
12. Потоки в сетях. Теорема о существовании максимального потока. Основные леммы.
13. Теорема Форда-Фалкерсона.
14. Алгоритм Форда-Фалкерсона.
15. Задача о потоке в сети с ограничениями снизу.
16. Задача о потоке минимальной стоимости. Транспортная задача.
17. Критерий  $\mu$ -оптимальности потока.
18. Прямой алгоритм построения потока минимальной стоимости.
19. Двойственный алгоритм построения потока минимальной стоимости.
20. Паросочетания в двудольных графах. Теорема Бержа. Связь понятий паросочетания и потока в соответствующей цепи. Модификация алгоритма Форда-Фалкерсона для построения наибольшего паросочетания.
21. Алгоритм Хопкрофта-Карпа. Основные процедуры этого алгоритма.
22. Оценка сложности алгоритма Хопкрофта-Карпа.
23. Задача о полном паросочетании. Алгоритм Куна.
24. Задача о назначениях. Основные леммы.
25. Венгерский алгоритм решения задачи о назначениях.
26. Задача о разбиении на наименьшее число паросочетаний. Теорема Мендельсона-Далмеджа и алгоритм разбиения на наименьшее число паросочетаний.
27. Задача составления учебного расписания.
28. Задача коммивояжера. Алгоритмы с гарантированной оценкой точности.
29. Метод ветвей и границ, схема для задачи коммивояжера.
30. Моделирование отжига.

### **8.3.6. Ресурсы АПИМ УрФУ, СКУД УрФУ для проведения тестового контроля в рамках текущей и промежуточной аттестации**

Не используются

### **8.3.7. Ресурсы ФЭПО для проведения независимого тестового контроля**

Не используются

### 8.3.8. Интернет-тренажеры

Не используются

### 8.3.9 Архив задач <http://acm.timus.ru>

### 8.3.10. Примерные варианты контрольных работ

Семестр 4.

*Контрольная работа на лекции по темам разделов I-III.*

*Контрольные работы на практических занятиях I-III.*

#### 1) Поиск в графе.

## Погоня в метро

Милиционеры упустили преступника — он скрылся от них в запутанной сетке линий Екатеринбургского метрополитена, где преследование лишено всякого смысла. Преступник не знает о том, что на его одежде — радиомаяк, который дает сигнал в милицию с каждой станции, которую посещает или проезжает преступник (в тоннелях между станциями запеленговать преступника невозможно, сигнал маяка для этого слишком слаб). Получая информацию о последовательности станций, которые проезжает преступник, милиционеры хотят сузить круг поисков: установить, на какие станции преступник может отправляться, чтобы установить дежурные посты именно на этих станциях.

Милиционерам известно, что преступник ведет себя вполне логично: скрывшись в метро, он сразу наметил себе цель (ту станцию, около которой расположено его укрытие) и движется туда по какому-либо из кратчайших путей. Длина пути с точки зрения преступника определяется исключительно количеством перегонов на пути, и не зависит ни от длины перегонов, ни от количества пересадок.

#### Исходные данные

В первой строке записано число  $N$  — количество линий метро в Городе,  $1 \leq N \leq 50$ . Далее следуют  $N$  строк, каждая из которых содержит описание линии. Описание линии начинается с целого числа  $K$  (количество станций),  $2 \leq K \leq 50$ , далее через пробел следуют цифровые индексы станций линии ( $K$  чисел, в том порядке, в котором следуют остановки) — целые числа в пределах от 1 до 32767. Если в описании двух различных линий встречается один и тот же индекс станции, это значит, что эти линии на данной станции пересекаются и имеют точку пересадки. Две линии могут пересекаться друг с другом несколько раз, линия также может иметь произвольное количество точек самопересечения. В последней строке следуют данные пеленга: целое число  $M \geq 1$  (количество станций, на которых был запеленгован преступник) и далее через пробел  $M$  чисел — индексы станций, с которых был получен пеленг, в том порядке, в котором преступник их проследовал.

#### Результат

Выведите в порядке возрастания, по одному числу в строке, индексы всех тех станций, на которые может направляться преступник.

#### 2) Минимальный остров.

## Метро не в Екатеринбурге

В небольшом городке началось строительство метрополитена. Особенностью городка является то, что он стоит на маленьких островах, некоторые из которых соединены тоннелями или мостами. По убеждению мэра, метро должно быть проложено под землей, поэтому в проекте строительства должно использоваться как можно меньше мостов. Единственное требование, которое предъявляется к метрополитену, заключается в том, чтобы жители города могли добраться на метро (возможно, с пересадками) с любого острова на любой другой. К счастью, известно, что мостов и тоннелей для этого достаточно. Из соображений экономии было решено построить как можно меньше переездов между островами.

Ваша задача: зная план города, определить минимально возможное количество мостов, которые необходимо задействовать при строительстве метрополитена.

### Исходные данные

В первой строке через пробел записаны три целых числа  $N$  (количество островов,  $1 \leq N \leq 10000$ ),  $K$  (количество тоннелей,  $0 \leq K \leq 12000$ ) и  $M$  (количество мостов,  $0 \leq M \leq 12000$ ). Затем следуют  $K$  строк, в каждой из которых записаны два числа — номера островов, соединённых соответствующим тоннелем. Последние  $M$  строк описывают мосты в аналогичном формате.

### Результат

должен содержать единственное число — минимальное число мостов, которые необходимо задействовать при строительстве метрополитена.

## 3) Кратчайшие пути в графах.

### Встреча

$K$  друзей решили отпраздновать свою победу на олимпиаде по программированию. Но в связи с повышением цен на билеты возникла следующая проблема: все они живут в разных частях города, поэтому им нужно выбрать место встречи так, чтобы на поездки не пришлось тратить слишком много денег. Вы должны помочь им сделать наилучший выбор.

Пусть остановки пронумерованы целыми числами от 1 до  $N$  включительно, а в городе ходит  $M$  маршрутов трамвая (все друзья ездят исключительно на трамваях и не ходят пешком между остановками). Для каждого маршрута известны номера составляющих его остановок. Для каждого человека известно, сколько у него денег и есть ли у него проездной на трамвай. Цена билета равна 4 рублям.

Вам требуется найти номер такой остановки, чтобы все могли доехать до неё, и сумма денег, потраченных ими на проезд, была минимальной. Естественно, можно делать пересадки с маршрута на маршрут, но учтите, что каждый раз, делая пересадку, требуется покупать новый билет: друзья зайцами не ездят. За дорогу до места встречи каждый платит сам. Денег на обратную дорогу оставлять не требуется.

### Исходные данные

В первой строке даны два целых числа  $N$  и  $M$ ;  $1 \leq N$ ,  $M \leq 100$ . В следующих  $M$  строках идёт описание маршрутов трамвая следующим образом: в начале строки находится целое число  $L$  ( $2 \leq L \leq 100$ ), задающее число остановок в маршруте. Затем идут  $L$  целых чисел, задающих номера остановок в маршруте. Все числа в строке разделены пробелами. Затем следует строка с целым числом  $K$  ( $1 \leq K \leq 100$ ). В следующих  $K$  строках дана информация для каждого из них, по строке на человека. В начале строки указано целое положительное число, задающее количество денег в рублях у человека. Затем указан номер остановки, до которой он доходит от дома пешком. За ним следует либо число 0, если этот человек не имеет проездного, либо 1, если имеет. Числа в строке разделены пробелами. Никто из друзей не имеет больше 1000 рублей.

### Результат

Выведите два числа: номер остановки, на которой друзья должны встретиться (если таких номеров несколько, выведите наименьший), и суммарное количество рублей, затраченное на поездки друзьями. Числа должны быть разделены пробелом. Если друзья не смогут все встретиться на одной остановке, выведите единственное число 0.

Семестр 5.

*Контрольная работа на лекции по темам разделов IV-VI.*

*Контрольные работы на практических занятиях IV-VI.*

### 1) Потоки в сетях.

#### **Увеличение потока**

А) Предложите алгоритм, который в заданной сети находит все ребра такие, что увеличение пропускной способности каждого из них приводит к увеличению величины максимального потока, либо выдает сообщение, что таких ребер нет.

В) Предложите алгоритм, который в заданной сети находит наименьшее по количеству ребер множество такое, что увеличение пропускной способности у всех ребер этого множества приводит к увеличению величины максимального потока в сети.

С) Дана сеть  $G=(V,E,c,d)$ , где  $c(e)$  – пропускная способность,  $d(e)$  – стоимость замены ребра  $e$  на ребро большей пропускной способности. Обе функции целочисленны. Требуется найти минимальное по стоимости множество ребер, замена которых приводит к увеличению величины максимального потока.

### 2) Паросочетания.

#### **Кубики**

Родители подарили дошкольнику Пете набор кубиков с буквами. На каждой из шести граней написана буква. Теперь Петя хочет похвастаться перед старшей сестрой, что научился читать. Для этого он хочет сложить из кубиков ее имя. Но это сделать не так просто – ведь разные буквы могут оказаться на одном и том же кубике, и тогда Петя не сможет использовать обе буквы в слове. Правда, одна и та же буква может встречаться на разных кубиках. Предложите математическую модель и алгоритм определения того, что из заданного набора кубиков можно составить заданное слово.

#### **Бесполезные ребра**

*Ребро  $e$  двудольного графа  $G = (X, Y, E)$  назовем бесполезным, если оно не входит ни в одно  $X$ -полное паросочетание.*

Предложите алгоритм построения в заданном двудольном графе всех бесполезных ребер.

#### **Система различных представителей**

*Пусть  $S_1, S_2, \dots, S_n$  – набор конечных множеств. Системой различных представителей называется набор элементов  $x_1, x_2, \dots, x_n$  такой, что  $x_k$  принадлежит  $S_k$  и все  $x_k$  различны.*

Предложите алгоритм построения системы различных представителей для заданного набора множеств.

### 3) Задача коммивояжера.

Применяя метод ветвей и границ, решить задачу коммивояжера с матрицей расстояний, заданной табл.

		До города				
		1	2	3	4	5
От города	1	–	48	27	31	43
	2	33	–	28	44	43
	3	41	28	–	40	36
	4	37	35	29	–	46
	5	48	48	25	29	–

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина»

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**ЛИНГВИСТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИНФОРМАТИКИ**

<b>Перечень сведений о рабочей программе дисциплины</b>	<b>Учетные данные</b>
<b>Модуль</b> Компьютерная и непрерывная математика	<b>Код модуля</b> 1117698 Учебный план № 5347
<b>Образовательная программа</b> Компьютерная безопасность	<b>Код ОП</b> <b>10.05.01/01.02</b>
<b>Направление подготовки</b> Компьютерная безопасность	<b>Код направления и уровня подготовки</b> 10.05.01
<b>Уровень подготовки</b> Специалитет	
<b>ФГОС ВО</b>	<b>Реквизиты приказа Минобрнауки РФ об утверждении ФГОС ВО:</b> 1 декабря 2016 г. № 1512

Екатеринбург, 2018

Рабочая программа дисциплины составлена авторами:

<b>№ п/п</b>	<b>ФИО</b>	<b>Ученая степень, ученое звание</b>	<b>Должность</b>	<b>Кафедра</b>	<b>Подпись</b>
1	Шур Арсений Михайлович	доктор физ.-мат. наук, профессор	профессор	алгебры и дискретной математики	

**Руководитель модуля**

М.А.Филатова

**Рекомендовано** учебно-методическим советом института математики и компьютерных наук

Председатель учебно-методического совета  
Протокол № 5 от 18 апреля 2016 г.

А.Ю.Коврижных

**Согласовано:**

Дирекция образовательных программ

Р.Х. Токарева

# 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ДИСЦИПЛИНЫ ЛИНГВИСТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИНФОРМАТИКИ

## 1.1. Аннотация содержания дисциплины

Дисциплина входит в модуль «Компьютерная и непрерывная математика».

В курсе изучается раздел теоретической информатики, посвященный формальным языкам, способам их порождения (грамматики) и распознавания (автоматы). Основную часть курса занимает приложение теоретических методов, идей и алгоритмов к формализации языков программирования и построению компиляторов для них. На математическом уровне строгости описывается фаза анализа (front end) современных компиляторов, понимание принципов работы которых необходимо для всех, кто профессионально связан с программированием.

Дисциплина опирается на курсы «Дискретная математика», «Теория автоматов», «Теория алгоритмов». Изучается после дисциплины «Комбинаторные алгоритмы» модуля «Компьютерная и непрерывная математика».

## 1.2. Язык реализации программы - русский

## 1.3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Результатом обучения в рамках дисциплины является формирование у студента следующих компетенций:

ПК-4, способность проводить анализ и участвовать в разработке математических моделей без-опасности компьютерных систем;

ОПК-1, способность анализировать физические явления и процессы при решении профессиональных задач;

ОПК-2, способность корректно применять при решении профессиональных задач аппарат математического анализа, геометрии, алгебры, дискретной математики, математической логики, теории алгоритмов, теории вероятностей, математической статистики, теории информации, теоретико-числовых методов;

ПСК-2.1, способность разрабатывать вычислительные алгоритмы, реализующие современные методы защиты информации;

ПСК-2.2, способность на основе анализа применяемых математических методов и алгоритмов оценивать эффективность средств и методов защиты информации в компьютерных системах;

ПСК-2.3, способность строить математические модели для оценки безопасности компьютерных систем и анализировать компоненты системы безопасности с использованием современных математических методов;

ПСК-2.4, способность разрабатывать, анализировать и обосновывать адекватность математических моделей процессов, возникающих при работе программно-аппаратных средств защиты информации;

ДПК-1, способность разрабатывать планы и программы проведения научных исследований и технических разработок, подготавливать отдельные задания для исполнителей и контролировать их выполнение.

В результате освоения дисциплины студент должен:

**Знать:** основные объекты и понятия теории формальных языков; основные теоремы о контекстно-свободных языках и МП-автоматах, обуславливающие их практическое применение и границы такого применения; общую структуру компилятора и детальную реализацию фазы анализа, включая доказательства корректности используемых алгоритмов.

**Уметь:** строить контекстно-свободные грамматики, атрибутные грамматики, лексические, синтаксические и семантические анализаторы для обработки заданных языков, преобразовывать и оптимизировать грамматики и анализаторы.

**Владеть:** алгоритмами Кока-Янгера-Касами, лексического анализа, LL- и LR-анализа, нисходящего и восходящего семантического анализа.

#### 1.4. Объем дисциплины

№ п/п	Виды учебной работы	Объем дисциплины		Распределение объема дисциплины по семестрам (час.)	
		Всего часов	В т.ч. контактная работа (час.)*	6	7
1.	<b>Аудиторные занятия</b>	<b>102</b>	<b>102</b>	<b>51</b>	<b>51</b>
2.	Лекции	68	68	34	34
3.	Практические занятия	34	34	17	17
4.	Лабораторные работы				
5.	<b>Самостоятельная работа студентов, включая все виды текущей аттестации</b>	<b>92</b>	<b>15.30</b>	<b>53</b>	<b>39</b>
6.	<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>22</b>	<b>2.58</b>	<b>3(4)</b>	<b>Э(18)</b>
7.	<b>Общий объем по учебному плану, час.</b>	<b>216</b>	<b>119.88</b>	<b>108</b>	<b>108</b>
8.	<b>Общий объем по учебному плану, з.е.</b>	<b>6</b>		<b>3</b>	<b>Э</b>

\*Контактная работа составляет:

в п/п 2,3,4 - количество часов, равное объему соответствующего вида занятий;

в п.5 – количество часов, равное сумме объема времени, выделенного преподавателю на консультации в группе (15% от объема аудиторных занятий) и объема времени, выделенного преподавателю на руководство курсовой работой/проектом одного студента, если она предусмотрена.

в п.6 – количество часов, равное сумме объема времени, выделенного преподавателю на проведение соответствующего вида промежуточной аттестации одного студента и объема времени, выделенного в рамках дисциплины на руководство проектом по модулю (если он предусмотрен) одного студента.

#### 2. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Код раздела, темы	Раздел, тема дисциплины	Содержание
1	<b>Теория контекстно-свободных языков</b>	<p>Функции и структура языка. Схема компилятора. Front end и back end. Языки, генераторы и распознаватели. Грамматики. Выводимость. Вывод. Формы. Классы грамматик. Иерархия Хомского. Связь с классами языков и типами распознавателей. Контекстно-свободные грамматики и языки. Дерево вывода. Левый и правый выводы. Неоднозначность КСГ и КСЯ. Неразрешимость неоднозначности.</p> <p>Достижимые и производящие символы. Теорема о приведенной грамматике. Теорема об <math>\epsilon</math>-свободной грамматике. Устранение циклов. Теорема о нормальной форме Хомского.</p> <p>Лемма о накачке. Следствия о неКСЯ. Теорема об унарных языках и периодических множествах. Операции над КСЯ.</p> <p>Теорема о подстановке. Следствия об операциях. Пересечение КСЯ. Следствие о длинах слов. Теорема о пересечении с регулярным языком. МП-автоматы. Принцип работы. Конфигурации. Эквивалентные варианты распознавания. ДМПА и НМПА. Неэквивалентность ДМПА и НМПА. Неэффективность НМПА: язык произведений палиндромов.</p> <p>Проблема вхождения для КСЯ. Распознавание КСЯ: алгоритм Кока-Янгера-Касами.</p>

		Теорема о распознавании КСЯ при помощи НМПА. Обратная теорема.
II	<b>Лексический и синтаксический анализ в формализованных языках</b>	<p>Задача лексического анализа. Лексемы, токены, шаблоны. Атрибуты и таблица символов. Ввод: два буфера и два указателя. Принцип наидлиннейшей лексемы. Автоматы для распознавания шаблонов. Регистрация токенов. Построение единого автомата для ЛА.</p> <p>Задача синтаксического анализа. Нисходящий анализ. Левая рекурсия и ее устранение. Проблема общих префиксов и левая факторизация. Применение МПА для нисходящего анализа. Множества FIRST и FOLLOW, алгоритмы их построения. Множества SELECT. LL(1)-грамматики. Таблица LL-анализа. Обработка ошибок. Нераспознаваемые ошибки. Стратегия: метод паники.</p> <p>LL(k)-грамматики и языки, их иерархия. Метод рекурсивного спуска.</p> <p>Восходящий анализ. Основа. Свертка, её эквивалентность обрезке левого куста. Технология перенос-свертка. Произведение стека на непросмотренную часть входа. Местоположение основы в стеке.</p> <p>Отношения предшествования. Распознавание основы по ОП. Грамматика простого и слабого предшествования. Вычисление отношений предшествования.</p> <p>Отношения операторного предшествования. Анализ на основе приоритета операторов. Роль нетерминалов. Реализация анализа «перенос-свертка» с помощью таблицы приоритетов. Обнаружение ошибок по таблице и при свертке. Граф приоритетов. Функции приоритета. Построение таблиц по грамматике, его недостатки.</p> <p>LR-анализ: идея и пример. Активные префиксы, LR(0)-пункты, допустимость пункта.</p> <p>Автомат пунктов. Основная теорема LR-анализа. Следствия. Построение по грамматике ДКА, распознающего язык активных префиксов (LR(0)-автомата).</p> <p>Анализ при помощи LR(0)-автомата и стека. LR(0)-языки. Построение таблиц ACTION и GOTO. Конфликты перенос-свертка и свертка-свертка. Разрешение конфликтов при помощи множеств FOLLOW (SLR(1)-анализ).</p> <p>LR(1)-пункты, LR(1)-автомат и канонический LR(1)-анализ. LALR(1)-анализ.</p> <p>Распознавание и обработка синтаксических ошибок при LR-анализе. Использование неоднозначных грамматик в LR-анализе</p> <p>Классы LR(k)-грамматик и LR(k)-языков.</p> <p>Совпадение классов SLR(1), LR и Det.</p>
III	<b>Семантический анализ в формализованных</b>	Задачи семантического анализа. Атрибутные грамматики. Виды атрибутов. Примеры.

	<p><b>языках</b></p>	<p>Граф зависимости. Ацикличность. Стратегии семантического анализа. Синтаксические деревья и даги, их построение.</p> <p>S-атрибутные грамматики. Вычисление атрибутов в стеке при восходящем анализе.</p> <p>L-атрибутные грамматики и стандартный обход в глубину. Пример: фрагмент TeXa. Схемы трансляции. Устранение левой рекурсии.</p> <p>Рекурсивный нисходящий транслятор L-атрибутных грамматик.</p> <p>Восходящий анализ L-атрибутных грамматик.</p> <p>Маркеры и размещение наследуемых атрибутов в стеке. Пример: фрагмент TeXa. Сохранение класса LL(1)-грамматик (но не LR(1)-грамматик) при маркировке. Алгоритм восходящего анализа L-атрибутной грамматики. Доступность атрибутов.</p> <p>Три примера атрибутных грамматик, не реализуемых при синтаксическом анализе: несвоевременные действия; различные обходы, сложная зависимость атрибутов (пример: вывод и назначение типов).</p> <p>Статические и динамические семантические проверки. Типы проверок, выполняемых компилятором. Типы данных и выражения типа.</p> <p>Представление деревьями и дагами.</p> <p>Эквивалентность типов. Типы void и type_error.</p> <p>Система типов, представление атрибутной грамматикой.</p> <p>Преобразование типов. Перегруженные операторы.</p> <p>Полиморфизмы; работа с переменными типа для проверки, вывода и уточнения типов.</p> <p>Промежуточные представления. Линейные и графовые ПП. Работа с ПП.</p>
--	----------------------	--

### 3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ УЧЕБНОГО ВРЕМЕНИ

#### 3.1. Распределение аудиторной нагрузки и мероприятий самостоятельной работы по разделам дисциплины



Раздел дисциплины		Аудиторные занятия (час.)					Самостоятельная работа: виды, количество и объемы мероприятий																					
Код раздела, темы	Наименование раздела, темы	Всего по разделу, теме (час.)	Всего аудиторной работы (час.)	Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	Всего самостоятельной работы студентов (час.)	Подготовка к аудиторным занятиям (час.)				Выполнение самостоятельных внеаудиторных работ (колич.)								Подготовка к контрольным мероприятиям текущей аттестации (колич.)			Подготовка к промежуточной аттестации по дисциплине (час.)		Подготовка в рамках дисциплины к промежуточной аттестации по модулю (час.)			
								Всего (час.)	Лекция	Практ., семинар, занятие	Лабораторное занятие	Н/и семинар, семинар-конфер.,	Всего (час.)	Домашняя работа*	Графическая работа*	Реферат, эссе, творч. работа*	Проектная работа*	Расчетная работа, разработка*	Расчетно-графическая работа*	Домашняя работа на иностр. языке*	Перевод инояз. литературы*	Курсовая работа*	Курсовой проект*	Всего (час.)	Контрольная работа*	Коллоквиум*	Зачет	Экзамен
II	Лексический и синтаксический анализ в формализованных языках (окончание)	37	18	12	6		19	6	2.4	3.6			8	2									5	1				
III	Семантический анализ в формализованных языках	53	33	22	11		20	11	4.4	6.6			4	1									5	1				
	<b>Всего (час), без учета промежуточной аттестации:</b>	<b>90</b>	<b>51</b>	<b>34</b>	<b>17</b>	<b>0</b>	<b>39</b>	<b>17</b>	<b>6.8</b>	<b>10.2</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>12</b>	<b>12</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>0</b>	<b>10</b>	<b>10</b>	<b>0</b>			
	<b>Всего по дисциплине (час.):</b>	<b>108</b>	<b>51</b>				<b>57</b>	В т.ч. промежуточная аттестация														<b>0</b>	<b>18</b>	<b>0</b>	<b>0</b>			

#### 4. ОРГАНИЗАЦИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ, САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

##### 4.1. Лабораторные работы

не предусмотрено

##### 4.2. Практические занятия

6 семестр

Код раздела, темы	Номер занятия	Тема занятия	Время на проведение занятия (час.)
I	1	Конечные автоматы. Построение, детерминирование и минимизация $\epsilon$ -НКА	2
I	2	Построение грамматик по языкам	2
I	3	Контекстно-свободные грамматики, деревья вывода	2
I	4	Преобразования КС-грамматик	2
I	5	Распознавание языков МП-автоматами	2
II	6	Построение лексических анализаторов	2
II	7-8	Нисходящий синтаксический анализ, LL(1)-грамматики, метод рекурсивного спуска	3
II	8-9	Восходящий синтаксический анализ, метод приоритета операторов	2

**Всего:** 17

7 семестр

Код раздела, темы	Номер занятия	Тема занятия	Время на проведение занятия (час.)
II	1	LR-анализ	2
II	2	LR-анализ – обработка ошибок	2
II	3	LR-анализ – использование неоднозначных грамматик	2
III	4	Атрибуты грамматических символов, граф зависимости	2
III	5	Построение и анализ атрибутивных грамматик	2
III	6	Построение схем трансляции и рекурсивных нисходящих трансляторов	2
III	7	Маркированные грамматики и вычисление атрибутов при восходящем анализе	2
III	8	Семантические проверки. Атрибутивные грамматики для проверки типов	2
III	9	Промежуточные представления	1

**Всего:** 17

##### 4.3. Примерная тематика самостоятельной работы

###### 4.3.1. Примерный перечень тем домашних работ

6 семестр

*Домашняя работа № 1*

- 1) Конечные автоматы. Построение, детерминирование и минимизация  $\epsilon$ -НКА
- 2) Построение грамматик по языкам

*Домашняя работа № 2*

- 3) Распознавание языков МП-автоматами
- 4) Построение лексических анализаторов

*Домашняя работа № 3*

- 5) Нисходящий синтаксический анализ, LL(1)-грамматики, метод рекурсивного спуска
- 6) Восходящий синтаксический анализ, метод приоритета операторов

7 семестр

*Домашняя работа № 4*

- 1) Построение LR-анализатора
- 2) Построение обработчика ошибок для LR-анализатора

*Домашняя работа № 5*

- 3) Построение атрибутивной грамматики и схемы трансляции
- 4) Построение рекурсивного нисходящего транслятора

*Домашняя работа № 6*

- 5) Построение маркированной грамматики для восходящего вычисления атрибутов
- 6) Построение атрибутивной грамматики для проверки типов

**4.3.2. Примерный перечень тем графических работ**

не предусмотрено

**4.3.3. Примерный перечень тем рефератов (эссе, творческих работ)**

не предусмотрено

**4.3.4. Примерная тематика индивидуальных или групповых проектов**

не предусмотрено

**4.3.5. Примерный перечень тем расчетных работ (программных продуктов)**

не предусмотрено

**4.3.6. Примерный перечень тем расчетно-графических работ**

не предусмотрено

**4.3.7. Примерный перечень тем курсовых проектов (курсовых работ)**

не предусмотрено

**4.3.8. Примерная тематика контрольных работ**

6 семестр

- 1) Граматики и языки
- 2) Нисходящий и восходящий синтаксический анализ

7 семестр

- 1) LR-анализ
- 2) Построение и семантический анализ атрибутивных грамматик

**4.3.9. Примерная тематика коллоквиумов**

не предусмотрено

**5. СООТНОШЕНИЕ РАЗДЕЛОВ, ТЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ПРИМЕНЯЕМЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ОБУЧЕНИЯ**

Код раздела, темы дисциплины	Активные методы обучения					Дистанционные образовательные технологии и электронное обучение						
	Проектная работа	Кейс-анализ	Деловые игры	Проблемное обучение	Командная работа	Другие (указать, какие)	Сетевые учебные курсы	Виртуальные практикумы и тренажеры	Вебинары и видеоконференции	Асинхронные web-конференции и семинары	Совместная работа и разработка контента	Другие (указать, какие)
Теория контекстно-свободных языков				+	+							
Лексический и синтаксический анализ в формализованных языках				+	+							
Семантический анализ в формализованных языках				+	+							

## 6. ПРОЦЕДУРЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ (Приложение 1)

## 7. ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ НЕЗАВИСИМОГО ТЕСТОВОГО КОНТРОЛЯ (Приложение 2)

## 8. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (Приложение 3)

## 9. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 9.1. Рекомендуемая литература

#### 9.1.1. Основная литература

А.П. Замятин, А.М. Шур. Языки, грамматики, распознаватели : учеб. пособие для студентов вузов, обучающихся по группе мат. направлений и специальностей / А. П. Замятин, А. М. Шур ; Федер. агентство по образованию, Урал. гос. ун-т им. А. М. Горького. — Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2007. — 247 с. (97 экз.)

#### 9.1.2. Дополнительная литература

- 1) А.В. Ахо, М.С. Лам, Р. Сети, Дж.Д. Ульман. Компиляторы. Принципы, технологии и инструментарий. 2-е изд. СПб.: Вильямс, 2008. Доступ: <http://linux-doc.ru/programming/assembler/book/compiler.pdf>
- 2) Cooper K.D., Torczon L. Engineering a compiler. 2nd Ed. Elsevier, 2012. Доступ: <https://github.com/germanoa/compiladores/blob/master/doc/ebook/Engineering%20a%20Compiler%20-%202nd%20Edition%20-%20K.%20Cooper,%20L.%20Torczon%20%28Morgan%20Kaufman,%202012%29.pdf>
- 3) А. Е. Пентус, М. Р. Пентус. Теория формальных языков: Учебное пособие. — М.: Изд-во ЦПИ при механико-математическом ф-те МГУ, 2004. Доступ: <https://www.mccme.ru/free-books/pentus/pentus.pdf>
- 4) Мартыненко Б.К. Языки и трансляции: Учебное пособие. СПб.: Изд-во СПбГУ, 2004. Доступ: <http://www.math.spbu.ru/user/mbk/PDF/%D0%AF%D0%97%D0%AB%D0%9A%D0%98%20%D0>

[%98%20%D0%A2%D0%A0%D0%90%D0%9D%D0%A1%D0%9B%D0%AF%D0%A6%D0%98%D0%98%20\(1-%D0%B8%D0%B7%D0%B4.\)%202004/%D0%AF%D0%97%D0%AB%D0%9A%D0%98%20%D0%98%20%D0%A2%D0%A0%D0%90%D0%9D%D0%A1%D0%9B%D0%AF%D0%A6%D0%98%D0%98.pdf.pdf](#)

## **9.2. Методические разработки**

не используются

## **9.3. Программное обеспечение**

не используется

## **9.4. Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы**

Библиотека УрФУ lib.urfu.ru

## **9.5. Электронные образовательные ресурсы**

1. Герасимов А.С. Лекции по теории формальных языков. <http://gas-teach.narod.ru/au/tfl>

## **10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Сведения об оснащённости дисциплины специализированным и лабораторным оборудованием**

Аудитория с проектором

**ПРИЛОЖЕНИЕ 1**  
**к рабочей программе дисциплины**

**6. ПРОЦЕДУРЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

**6.1. Весовой коэффициент значимости дисциплины –**

**6.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине**

**6 семестр**

<b>1. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – k лек. = 0.6</b>		
Текущая аттестация на лекциях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>Посещение лекций</i>	1-17	25
<i>Письменные опросы</i>	5, 10, 15	75
<b>Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – k тек.лек.=0.4</b>		
Промежуточная аттестация по лекциям – <i>зачет</i>		
<b>Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – k пром.лек.=0.6</b>		
<b>2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – k прак. =0.4</b>		
Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>Посещение практических /семинарских занятий</i>	1-17	20
<i>Выполнение контрольных работ на занятиях</i>	6, 14	60
<i>СРС - выполнение домашних работ и т.д.</i>	1-17	20
<b>Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям – k тек.прак.=1</b>		
Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям – <i>не предусмотрена</i>		
<b>3. Лабораторные занятия: не предусмотрены</b>		

**7 семестр**

<b>1. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – k лек. = 0.6</b>		
Текущая аттестация на лекциях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>Посещение лекций</i>	1-17	25
<i>Письменные опросы</i>	5, 10, 15	75
<b>Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – k тек.лек.=0.4</b>		
Промежуточная аттестация по лекциям – <i>экзамен</i>		
<b>Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – k пром.лек.=0.6</b>		
<b>2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – k прак. =0.4</b>		
Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>Посещение практических /семинарских занятий</i>	постоянно	20
<i>Выполнение контрольных работ на занятиях</i>	6, 16	60
<i>СРС - выполнение домашних работ и т.д.</i>	постоянно	20
<b>Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям – k тек.прак.=1</b>		
Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям – <i>не предусмотрена</i>		
<b>3. Лабораторные занятия: не предусмотрены</b>		

**6.3. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта**

Не предусмотрено

**6.4. Коэффициент значимости семестровых результатов освоения дисциплины**

<b>Порядковый номер семестра по учебному плану, в котором осваивается дисциплина</b>	<b>Коэффициент значимости результатов освоения дисциплины в семестре</b>
Семестр 6	0.5
Семестр 7	0.5

## **7. ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ НЕЗАВИСИМОГО ТЕСТОВОГО КОНТРОЛЯ**

*Дисциплина и ее аналоги, по которым возможно тестирование, отсутствуют на сайте ФЭПО <http://fepo.i-exam.ru>.*

*Дисциплина и ее аналоги, по которым возможно тестирование, отсутствуют на сайте Интернет-тренажеры <http://training.i-exam.ru>.*

*Дисциплина и ее аналоги, по которым возможно тестирование, отсутствуют на портале СМУДС УрФУ.*

*В связи с отсутствием Дисциплины и ее аналогов, по которым возможно тестирование, на сайтах ФЭПО, Интернет-тренажеры и портале СМУДС УрФУ, тестирование в рамках НТК не проводится.*

## **8. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

### **8.1. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ МЕРОПРИЯТИЙ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ В РАМКАХ БРС**

В рамках БРС применяются утвержденные на кафедре критерии оценивания достижений студентов по каждому контрольно-оценочному мероприятию. Система критериев оценивания, как и при проведении промежуточной аттестации по модулю, опирается на три уровня освоения компонентов компетенций: пороговый, повышенный, высокий.

<b>Компоненты компетенций</b>	<b>Признаки уровня освоения компонентов компетенций</b>		
	<b>пороговый</b>	<b>повышенный</b>	<b>высокий</b>
<b>Знания</b>	Студент демонстрирует знание-знакомство, знание-копию: узнает объекты, явления и понятия, находит в них различия, проявляет знание источников получения информации, может осуществлять самостоятельно репродуктивные действия над знаниями путем самостоятельного воспроизведения и применения информации.	Студент демонстрирует аналитические знания: уверенно воспроизводит и понимает полученные знания, относит их к той или иной классификационной группе, самостоятельно систематизирует их, устанавливает взаимосвязи между ними, продуктивно применяет в знакомых ситуациях.	Студент может самостоятельно извлекать новые знания из окружающего мира, творчески их использовать для принятия решений в новых и нестандартных ситуациях.
<b>Умения</b>	Студент умеет корректно выполнять предписанные действия по инструкции, алгоритму в известной ситуации, самостоятельно выполняет действия по решению типовых задач, требующих выбора из числа известных методов, в предсказуемо изменяющейся ситуации	Студент умеет самостоятельно выполнять действия (приемы, операции) по решению нестандартных задач, требующих выбора на основе комбинации известных методов, в непредсказуемо изменяющейся ситуации	Студент умеет самостоятельно выполнять действия, связанные с решением исследовательских задач, демонстрирует творческое использование умений (технологий)
<b>Личностные качества</b>	Студент имеет низкую мотивацию учебной деятельности, проявляет безразличное, безответственное отношение к учебе, порученному делу	Студент имеет выраженную мотивацию учебной деятельности, демонстрирует позитивное отношение к обучению и будущей трудовой деятельности, проявляет активность.	Студент имеет развитую мотивацию учебной и трудовой деятельности, проявляет настойчивость и увлеченность, трудолюбие, самостоятельность, творческий подход.

## **8.2. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ НЕЗАВИСИМОГО ТЕСТОВОГО КОНТРОЛЯ**

НТК не проводится

## **8.3. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**

### **8.3.1. Примерные задания для проведения мини-контрольных в рамках учебных занятий**

1 семестр

Опрос по определениям теории контекстно-свободных языков

2 семестр

Опрос по определениям синтаксического анализа

### **8.3.2. Примерные контрольные задачи в рамках учебных занятий**

6 семестр

Работа №1

Доказать не-контекстно-свободность языка при помощи леммы о накачке.

Работа № 2

Построить LL-анализатор для заданной грамматики.

7 семестр

Работа №1

Дополнить LR-анализатор обработчиком ошибок.

Работа № 2

Построить L-атрибутную грамматику для передачи параметров.

### **8.3.3. Примерные домашние работы**

6 семестр

*Домашняя работа № 1*

- 1) Детерминировать  $\epsilon$ -НКА, заданный графом переходов.
- 2) Построить грамматику для заданного описания языка.

*Домашняя работа № 2*

- 3) Построить недетерминированный МП-автомат, распознающий заданный язык.

*Домашняя работа № 3*

- 5) Построить контекстно-свободную грамматику для заданного описания языка.
- 6) Построить восходящий анализатор для языка выражений.

7 семестр

*Домашняя работа № 4*

Построить LR-анализатор для заданной грамматики.

*Домашняя работа № 5*

Построить S-атрибутную грамматику для вычисления значения выражения.

*Домашняя работа № 6*

Построить схему трансляции для атрибутной грамматики.

### **8.3.4. Перечень примерных вопросов для зачета**

1. Задан язык (в виде множества слов с определенными свойствами), построить порождающую его грамматику. Проверить принадлежность языка к классу КС-языков.
2. Задана грамматика (не контекстно-свободная). Проверить принадлежность порождаемого ей языка к классу КС-языков.
3. Задана КС-грамматика. Проверить принадлежность порождаемого ей языка к классу регулярных языков.

4. Заменить заданную КС-грамматику на эквивалентную приведенную грамматику, устранить циклы.
5. Устранить левую рекурсию из КС-грамматики, произвести левую факторизацию.
6. Определить и охарактеризовать класс  $LL(0)$ -языков.
7. Привести заданную КС-грамматику в нормальную форму Хомского, продемонстрировать работу алгоритма Кока-Янгера-Касами.
8. По заданной КС-грамматике построить МП-автомат, распознающий порождаемый ею язык.
9. Проверить принадлежность языка, порожденного КС-грамматикой, к классу  $LL(1)$ . В зависимости от ответа, построить  $LL(1)$ -анализатор либо анализатор методом рекурсивного спуска

### 8.3.5. Перечень примерных вопросов для экзамена

1. Отношения предшествования. Правило распознавания основы по отношениям предшествования.
2. Устранение левой рекурсии из схемы трансляции.
3. Теорема об  $LR(0)$ -автомате.
4. Преобразование выражений типа.
5. КС-грамматики и языки. Вывод. Дерево вывода. Левосторонний и правосторонний вывод. Неоднозначные грамматики и языки.
6. Нисходящий анализ методом рекурсивного спуска.
7. Активные префиксы.  $LR(0)$ -пункты. Следствия из теоремы об  $LR(0)$ -автомате.
8. Полиморфизмы.
9. Теорема о накачке.
10. Обработка синтаксических ошибок в  $LR$ -анализе.
11. Следствия о не контекстно-свободных языках из теоремы о накачке.
12. Схема  $LR$ -анализа. Состояния. Функции ACTION и GOTO.
13. Теорема о подстановке.
14. Использование неоднозначных грамматик в  $LR$ -анализе. Примеры неоднозначностей, разрешимых при  $LR$ -анализе.
15. Следствия из теоремы о подстановке.
16. Идея LALR-анализа.
17. Теорема об  $\epsilon$ -свободной грамматике.
18. Примеры атрибутивных грамматик, не вычисляемых в ходе синтаксического анализа.
19. Анализ на основе  $LR(0)$ -автомата. SLR-анализ.
20. Синтаксическое дерево, даг. Атрибутивная грамматика для построения дага. Проверка существования узла.
21. Построение управляющей таблицы МП-автомата.  $LL(1)$ -грамматики.
22. Базовые типы, конструкторы и выражения типа. Представление выражения типа дагом. Эквивалентность выражений типа.
23. Распознавание КС-языков методом динамического программирования.
24. Обработка ошибок в нисходящем анализе. Метод паники. Нераспознаваемые ошибки.
25. МП-автоматы. Варианты распознавания. ДМПА и НМПА, их неэквивалентность.
26. L-атрибутивные грамматики. Вычисление атрибутов при обходе в глубину. Схемы трансляции.
27. Распознаваемость КС-языков МП-автоматами.
28. Конфликты перенос-свёртка и свёртка-свёртка, их разрешение средствами  $LR$ -анализа.
29. Множества FIRST, FOLLOW и SELECT. Алгоритмы их построения.
30. S-атрибутивные грамматики. Реализация при восходящем анализе.
31.  $LR(1)$ -автомат. Канонический  $LR$ -анализ.
32. Языки выражений и операторные грамматики. Отношения операторного предшествования. Анализ приоритета операторов.
33. Преобразования КС-грамматик: устранение левой рекурсии, левая факторизация.
34. Виды атрибутов грамматических символов. Атрибутивная грамматика. Граф зависимости. Топологическая сортировка.

35. Идея нисходящего синтаксического анализа. Использование МП-автомата для нисходящего анализа.
36. L-атрибутные грамматики: вычисление при восходящем анализе. Маркеры. Доступность атрибутов в стеке.
37. Идея восходящего анализа. Основа. Свертка. Обрезка левого куста. Метод перенос-свёртка. Положение текущей основы в стеке.
38. Атрибутная грамматика для проверки типов.
39. Таблицы приоритетов. Распознавание ошибок. Граф приоритетов. Функции приоритета.
40. Реализация транслятора, совмещённого с нисходящим анализатором

**8.3.6. Ресурсы АПИМ УрФУ, СКУД УрФУ для проведения тестового контроля в рамках текущей и промежуточной аттестации**

Не используются

**8.3.7. Ресурсы ФЭПО для проведения независимого тестового контроля**

Не используются

**8.3.8. Интернет-тренажеры**

Не используются

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина»

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ**  
**ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО**

<b>Перечень сведений о рабочей программе дисциплины</b>	<b>Учетные данные</b>
<b>Модуль</b> Компьютерная и непрерывная математика	<b>Код модуля</b> 1117698 Учебный план № 5347
<b>Образовательная программа</b> Компьютерная безопасность	<b>Код ОП</b> 10.05.01/01.02
<b>Направление подготовки</b> Компьютерная безопасность	<b>Код направления и уровня подготовки</b> 10.05.01
<b>Уровень подготовки</b> Специалитет	
<b>ФГОС ВО</b>	<b>Реквизиты приказа Минобрнауки РФ об утверждении ФГОС ВО:</b> от 1 декабря 2016 г. № 1512

Екатеринбург, 2018

Рабочая программа дисциплины составлена авторами:

<b>№ п/п</b>	<b>ФИО</b>	<b>Ученая степень, ученое звание</b>	<b>Должность</b>	<b>Кафедра</b>	<b>Подпись</b>
1.	Камнева Людмила Валерьевна	к.ф.-м.н.	доцент	математического анализа и теории функций	
2.	Гурьянова Карманола Николаевна	к.ф.-м.н., доцент	профессор	математического анализа и теории функций	

**Руководитель модуля**

М.А. Филатова

**Рекомендовано** учебно-методическим советом института математики и компьютерных наук

Председатель учебно-методического совета  
Протокол № 12 от 15 декабря 2016 г.

А.Ю. Коврижных

**Согласовано:**

Дирекция образовательных программ

Р.Х. Токарева

# 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ДИСЦИПЛИНЫ ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

## 1.1. Аннотация содержания дисциплины

Дисциплина входит в модуль «Компьютерная и непрерывная математика».

Курс теории функций комплексного переменного посвящен теории и приложениям аналитических функций. Это классический раздел математики со своими оригинальными методами и идеями, зачастую не имеющими аналогов в курсе вещественного анализа.

Теория аналитических и гармонических функций, вычетов, конформных отображений, аналитического продолжения находит широкие применения при решении различных прикладных задач.

Задача дисциплины – дать студентам фундаментальные знания по теории аналитических функций, сформировать у них навыки использования методов комплексного анализа для математического моделирования.

## 1.2. Язык реализации программы - русский

## 1.3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Результатом обучения в рамках дисциплины является формирование у студента следующих компетенций:

ОПК-1 способность анализировать физические явления и процессы при решении профессиональных задач;

ОПК-2 способность корректно применять при решении профессиональных задач аппарат математического анализа, геометрии, алгебры, дискретной математики, математической логики, теории алгоритмов, теории вероятностей, математической статистики, теории информации, теоретико-числовых методов;

ПСК-2.2, способность на основе анализа применяемых математических методов и алгоритмов оценивать эффективность средств и методов защиты информации в компьютерных системах;

ПСК-2.3, способность строить математические модели для оценки безопасности компьютерных систем и анализировать компоненты системы безопасности с использованием современных математических методов;

ПСК-2.4, способность разрабатывать, анализировать и обосновывать адекватность математических моделей процессов, возникающих при работе программно-аппаратных средств защиты информации.

В результате освоения дисциплины студент должен:

### **Знать:**

- терминологию и основные понятия теории функций комплексного переменного, используемые в области фундаментальной математики и её приложениях;

– теорию и методы дифференциального и интегрального исчисления функций одного комплексного переменного: производная, дифференциал, интеграл по кривой в комплексной плоскости, свойства основных элементарных функций в областях комплексной плоскости, аналитические и гармонические функции и их основные свойства, методы разложения функций в ряды Тейлора и Лорана.

### **Уметь:**

– понимать место и роль комплексного анализа в математической культуре и приложениях математики;

– формулировать и доказывать основные теоремы;

– строить отображения областей комплексной плоскости с помощью основных элементарных функций (дробно-линейных, тригонометрических, экспоненциальных,

логарифмических, степенных);

– вычислять интегралы от комплексных функций одного переменного по комплексным кривым с использованием параметрического представления кривой, интегральной теоремы Коши, интегральной формулы Коши, теории вычетов.

**Владеть (демонстрировать навыки и опыт деятельности):**

– письменной и устной коммуникацией на математическом языке;  
 – опыт использования дифференциального исчисления комплексных функций одного переменного;  
 – в теории аналитических функций;  
 – навыки вычисления интегралов и разложения комплексных функций в ряды Тейлора и Лорана;  
 – навыки применения аппарата теории функции комплексного переменного в приложениях.

#### 1.4. Объем дисциплины

№ п/п	Виды учебной работы	Объем дисциплины		Распределение объема дисциплины по семестрам (час.)
		Всего часов	В т.ч. контактная работа (час.)*	6
1.	<b>Аудиторные занятия</b>	<b>68</b>	<b>68</b>	<b>68</b>
2.	Лекции	34	34	34
3.	Практические занятия	34	34	34
4.	Лабораторные работы			
5.	<b>Самостоятельная работа студентов, включая все виды текущей аттестации</b>	<b>36</b>	<b>10.2</b>	<b>36</b>
6.	<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>4</b>	<b>0.25</b>	<b>3(4)</b>
7.	<b>Общий объем по учебному плану, час.</b>	<b>108</b>	<b>78.45</b>	<b>108</b>
8.	<b>Общий объем по учебному плану, з.е.</b>	<b>3</b>		<b>3</b>

\*Контактная работа составляет:

в п/п 2,3,4 - количество часов, равное объему соответствующего вида занятий;

в п.5 – количество часов, равное сумме объема времени, выделенного преподавателю на консультации в группе (15% от объема аудиторных занятий) и объема времени, выделенного преподавателю на руководство курсовой работой/проектом одного студента, если она предусмотрена.

в п.6 – количество часов, равное сумме объема времени, выделенного преподавателю на проведение соответствующего вида промежуточной аттестации одного студента и объема времени, выделенного в рамках дисциплины на руководство проектом по модулю (если он предусмотрен) одного студента.

## 2. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Код раздела, темы	Раздел, тема дисциплины*	Содержание
<b>R.1</b>	Комплексные числа и последовательности комплексных чисел.	Множество комплексных чисел; комплексная плоскость. Алгебраическая, тригонометрическая и экспоненциальная форма записи комплексных чисел. Множества на плоскости: область, n-связная область,

		компакт. Последовательности и ряды комплексных чисел. Расширенная комплексная плоскость и сфера Римана.
<b>R.2</b>	Комплексные функции.	Комплекснозначная функция комплексного переменного. Предел функции. Непрерывность функции. Однолистные функции.
<b>R.3</b>	Дифференцируемые и аналитические функции.	Дифференцируемость функции комплексного переменного; условия Коши-Римана. Аналитические функции. Гармонические функции и их связь с аналитическими функциями. Геометрический смысл аргумента и модуля производной. Понятие о конформном отображении.
<b>R.4</b>	Основные элементарные функции	Основные элементарные функции и их свойства: дробно-линейные функции, функция Жуковского, экспонента, тригонометрические и гиперболические функции, логарифм, степенные функции.
<b>R.5</b>	Интеграл от функции комплексного переменного и основные теоремы интегрального исчисления	Интеграл комплекснозначной функции комплексного переменного по спрямляемой кривой и его свойства. Первообразная, формула Ньютона–Лейбница. Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши.
<b>R.6</b>	Степенные ряды в комплексном анализе	Степенные ряды. Круг сходимости степенного ряда; теорема Коши–Адамара. Характер сходимости степенного ряда. Разложение аналитической функции в степенной ряд.
<b>R.7</b>	Дальнейшее изучение аналитических функций	Бесконечная дифференцируемость аналитической функции. Теорема Лиувилля. Гармонические функции.
<b>R.8</b>	Ряд Лорана. Особые точки. Теория вычетов.	Ряд Лорана. Разложение аналитической в кольце функции в ряд Лорана Вычеты. Вычисление вычета в зависимости от типа особой точки. Вычисление интегралов с помощью вычетов.

### 3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ УЧЕБНОГО ВРЕМЕНИ

#### 3.1. Распределение аудиторной нагрузки и мероприятий самостоятельной работы по разделам дисциплины



#### 4. ОРГАНИЗАЦИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ, САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

4.1. Лабораторные работы  
не предусмотрено

4.2. Практические занятия

Код раздела, темы	Номер занятия	Тема занятия	Время на проведение занятия (час.)
R.1	1	Множество комплексных чисел; комплексная плоскость. Алгебраическая, тригонометрическая и экспоненциальная форма записи комплексных чисел.	2
R.1	2	Множества на плоскости: область, $n$ -связная область, компакт. Последовательности и ряды комплексных чисел. Расширенная комплексная плоскость и сфера Римана.	2
R.2	3	Комплекснозначная функция комплексного переменного. Предел функции.	2
R.2	4	Непрерывность функций комплексного переменного.	2
R.3	5	Дифференцируемость функции комплексного переменного; условия Коши-Римана.	2
R.3	6	Гармонические функции и их связь с аналитическими функциями.	2
R.4	7	Дробно-линейные функции, функция Жуковского.	2
R.4	8	Экспонента, тригонометрические и гиперболические функции, логарифм, степенные функции.	2
R.5	9	Интеграл от комплекснозначной функции комплексного переменного по спрямляемой кривой и его свойства. Первообразная, формула Ньютона–Лейбница.	2
R.5	10	Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши.	2
R.6	11	Степенные ряды. Круг сходимости степенного ряда; теорема Коши–Адамара.	2
R.6	12	Разложения аналитических функций в степенные ряды. Ряд Тейлора.	2
R.7	13	Применение теоремы Лиувилля.	2
R.8	14	Ряд Лорана. Разложение аналитической в кольце функции в ряд Лорана.	2
R.8	15	Изолированные особые точки аналитической функции.	2
R.8	16	Вычеты. Вычисление вычета в зависимости от типа особой точки.	2
R.8	17	Вычисление интегралов с помощью вычетов.	2

Всего: 34

### **4.3. Примерная тематика самостоятельной работы**

#### **4.3.1. Примерный перечень тем домашних работ**

- 1). Комплексные числа. Последовательности комплексных чисел. Комплексные функции. Дифференцируемые и аналитические функции
- 2). Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши. Степенные ряды. Аналитические функции.
- 3). Ряд Лорана. Особые точки Теория вычетов. Вычисление интегралов с помощью вычетов.

#### **4.3.2. Примерный перечень тем графических работ «не предусмотрено»**

#### **4.3.3. Примерный перечень тем рефератов (эссе, творческих работ) «не предусмотрено»**

#### **4.3.4. Примерная тематика индивидуальных или групповых проектов «не предусмотрено»**

#### **4.3.5. Примерный перечень тем расчетных работ (программных продуктов) «не предусмотрено»**

#### **4.3.6. Примерный перечень тем расчетно-графических работ «не предусмотрено»**

#### **4.3.7. Примерный перечень тем курсовых проектов (курсовых работ) «не предусмотрено»**

#### **4.3.8. Примерная тематика контрольных работ**

##### **Контрольная работа 1.**

Нахождение образов кривых и областей с помощью элементарных функций комплексного переменного, исследование функций на непрерывность и дифференцируемость.

##### **Контрольная работа 2.**

Техника нахождения интегралов по комплексным кривым с помощью параметризации кривых, интегральной теоремы Коши, интегральной формулы Коши и вычетов.

#### **4.3.9. Примерная тематика коллоквиумов**

не предусмотрено

## 5. СООТНОШЕНИЕ РАЗДЕЛОВ ДИСЦИПЛИНЫ И ПРИМЕНЯЕМЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ОБУЧЕНИЯ

Код раздела, темы дисциплины	Активные методы обучения						Дистанционные образовательные технологии и электронное обучение					
	Проектная работа	Кейс-анализ	Деловые игры	Проблемное обучение	Командная работа	Другие (указать, какие)	Сетевые учебные курсы	Виртуальные практикумы и тренажеры	Вебинары и видеоконференции	Асинхронные web-конференции и семинары	Совместная работа и разработка контента	Другие (указать, какие)
2.1 - 2.8		+		+	+							

## 6. ПРОЦЕДУРЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ (Приложение 1)

## 7. ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ НЕЗАВИСИМОГО ТЕСТОВОГО КОНТРОЛЯ (Приложение 2)

## 8. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (Приложение 3)

## 9. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 9.1. Рекомендуемая литература

#### 9.1.1. Основная литература

1. Маркушевич А.И. Краткий курс теории аналитических функций / А. И. Маркушевич ; под ред. Е. П. Долженко. – Изд. 5-е, испр. и доп. – М. : Мир, 2006. – 423 с. (1 экз.)

**Маркушевич, Алексей Иванович.** Краткий курс теории аналитических функций : [учебное пособие для университетов] / А. И. Маркушевич .— 4-е изд., испр. и доп. — Москва : Наука, 1978 .— 415 с. (65 экз.)

2. Маркушевич А.И. Теория аналитических функций: учебник [для вузов] / А. И. Маркушевич. – Изд. 3-е, стер. – СПб. [и др.] : Лань, 2009. Т. 1: Начала теории – 496 с. Т. 2: Дальнейшее построение теории. – 624 с. (9 экз. разных лет издания. Норма 1 кн. на 2-х. Только в доп. список)
3. Волковыский, Л. И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного [Электронный ресурс] / Волковыский Л. И. — М. : Физматлит, 2006. — 156 с. ISBN 978-5-9221-0264-3. — <URL: <http://www.biblioclub.ru/book/68541/>>
4. Привалов, Иван Иванович. Введение в теорию функций комплексного переменного : Учебник для вузов / И. И. Привалов. — 12-е изд., стер. — М. : Наука : ФИЗМАТЛИТ, 1977. — 444 с. (79 экз. разных лет издания)

### 9.1.2 Дополнительная литература

1. Евграфов М.А. Аналитические функции. М: Лань, 2008, 448 с. и электронная версия <URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=178&pl1\\_id=134](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=178&pl1_id=134)
2. Меленцов А.А. Введение в теорию конформных отображений. - Екатеринбург: Изд-во УрГУ, 2000. – 184с. (102 экз.).
3. Маркушевич А.И. Теория аналитических функций: В 2-х тт. М.: Наука, 1967–1968. Т.1. 486 с. Т.2. 624с.
4. Лаврентьев М.А. Методы теории функций комплексного переменного / М.А.Лаврентьев, Б.В.Шабат. – 6-е изд., стер. – М.: Лань, 2002. – 688 с. (а также 5-е изд., испр. М.: Наука, 1987. – 688с.)  
**Лаврентьев, М. А.** Методы теории функций комплексного переменного : учебное пособие / М.А. Лаврентьев ; Б.В. Шабат. — Изд. 3-е, испр. — Москва : Наука, 1965. — 716 с. — <URL:<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=464237>
5. Шабат Б.В. Введение в комплексный анализ: В 2-х ч. – М.: Наука, 1976. Ч.1. – 336с. (27 экз.)
6. Сидоров Ю.В. Лекции по теории функций комплексного переменного. – М.: Наука, 1976. – 477с. (197 экз. разных лет издания)

### 9.2 Методические разработки

1. Волковиский Л.И., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного: Учеб. пособие для вузов. – М. : ФИЗМАТЛИТ, 2004, 2006. – 312 с.
2. Шабунин М. И., Сидоров Ю. В. Теория функций комплексного переменного : Учеб. пособие для вузов — М. : ЮНИМЕДИАСТАЙЛ, 2002. — 248 с. (49)
3. Макаров А.В., Одвирко- Будко Б.И. Методическая разработка к практическим занятиям по теории функций комплексного переменного. Уральский государственный университет, 1983. – 20 стр.
4. Меленцов А.А. Введение в теорию конформных отображений. - Екатеринбург: Изд-во УрГУ, 2000. – 184с. (а также издание 1992 г.).

### 9.3. Программное обеспечение

не используется

### 9.4. Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. <http://www.edu.ru/> - Федеральный портал. Российское образование.
2. <http://study.urfu.ru> –портал информационно-образовательных ресурсов УрФУ
3. Сайт кафедры: <http://kma.imkn.urfu.ru>
4. [http://fgosvo.ru/uploadfiles/fgosvob/010301\\_Matematika.pdf](http://fgosvo.ru/uploadfiles/fgosvob/010301_Matematika.pdf) -ФГОС ВО 01.03.01 «Математика»
5. <http://lib.urfu.ru> - Зональная научная библиотека ФГАОУ ВО УрФУ
6. <http://lib.urfu.ru/mod/resource/view.php?id=2320> - Списки рекомендованной литературы от ЗНБ
7. <http://biblioclub.ru> - портал-библиотека электронных книг
8. <http://lib.urfu.ru/course/view.php?id=81> - заказ литературы из электронного каталога
9. <http://ustu.antiplagiat.ru/index.aspx> - Пакет «Антиплагиат.ВУЗ»

### 9.5. Электронные образовательные ресурсы

Евграфов М.А. Аналитические функции. М: Лань, 2008, 448 с. и электронная версия <URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=178&pl1\\_id=134](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=178&pl1_id=134)>.

## 10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

## Сведения об оснащённости дисциплины специализированным и лабораторным оборудованием

Для проведения занятий достаточно лекционной аудитории, доски, мела и тряпки.

### ПРИЛОЖЕНИЕ 1 к рабочей программе дисциплины

## 6. ПРОЦЕДУРЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### 6.1. Весовой коэффициент значимости дисциплины –

### 6.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

1. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий - 0,5		
Текущая аттестация на лекциях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>Посещение лекций</i>	6, 1–17	17
<i>Мини-опрос и домашняя работа (знать основные элементарные функции, конформные отображения)</i>	6, 9	33
<b>Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – 0.4</b>		
<b>Промежуточная аттестация по лекциям – экзамен</b>		
<b>Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – 0.6</b>		
2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий -0,5		
Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>Посещение практических (семинарских) занятий</i>	6, 1–17	17
<i>Выполнение контрольных работ на занятии (уметь строить отображения областей комплексной плоскости с помощью дробно-линейных функций; вычислять интегралы)</i>	6, 4 и 9	23
<i>СРС - выполнение домашних работ (приобретать опыт использования дифференциального исчисления комплексных функций одного переменного; навыки вычисления интегралов и разложения комплексных функций в ряды Тейлора и Лорана)</i>	6, 2- 16	60
<b>Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям - 1</b>		
<b>Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям – не предусмотрено</b>		
<b>3. Лабораторные занятия: не предусмотрены</b>		

### 6.3. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы

не предусмотрено.

### 6.4. Коэффициент значимости семестровых результатов освоения модуля (дисциплины)

Порядковый номер семестра (по учебному плану), в котором осваивается модуль (дисциплина)	Коэффициент значимости результатов освоения модуля в семестре – k сем. n
<i>Семестр 6</i>	<i>1</i>

**7. ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ  
НЕЗАВИСИМОГО ТЕСТОВОГО КОНТРОЛЯ**

*Дисциплина и ее аналоги, по которым возможно тестирование, отсутствуют на сайте ФЭПО <http://fepo.i-exam.ru>.*

*Дисциплина и ее аналоги, по которым возможно тестирование, отсутствуют на сайте Интернет-тренажеры <http://training.i-exam.ru>.*

*Дисциплина и ее аналоги, по которым возможно тестирование, отсутствуют на портале СМУДС УрФУ.*

*В связи с отсутствием Дисциплины и ее аналогов, по которым возможно тестирование, на сайтах ФЭПО, Интернет-тренажеры и портале СМУДС УрФУ, тестирование в рамках НТК не проводится.*

## **8. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

### **8.1. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ МЕРОПРИЯТИЙ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ В РАМКАХ БРС**

В рамках БРС применяются утвержденные на кафедре критерии оценивания достижений студентов по каждому контрольно-оценочному мероприятию. Система критериев оценивания, как и при проведении промежуточной аттестации по модулю, опирается на три уровня освоения компонентов компетенций: пороговый, повышенный, высокий.

<b>Компоненты компетенций</b>	<b>Признаки уровня освоения компонентов компетенций</b>		
	<b>пороговый</b>	<b>повышенный</b>	<b>высокий</b>
<b>Знания</b>	Студент демонстрирует знание-знакомство, знание-копию: узнает объекты, явления и понятия, находит в них различия, проявляет знание источников получения информации, может осуществлять самостоятельно репродуктивные действия над знаниями путем самостоятельного воспроизведения и применения информации.	Студент демонстрирует аналитические знания: уверенно воспроизводит и понимает полученные знания, относит их к той или иной классификационной группе, самостоятельно систематизирует их, устанавливает взаимосвязи между ними, продуктивно применяет в знакомых ситуациях.	Студент может самостоятельно извлекать новые знания из окружающего мира, творчески их использовать для принятия решений в новых и нестандартных ситуациях.
<b>Умения</b>	Студент умеет корректно выполнять предписанные действия по инструкции, алгоритму в известной ситуации, самостоятельно выполняет действия по решению типовых задач, требующих выбора из числа известных методов, в предсказуемо изменяющейся ситуации	Студент умеет самостоятельно выполнять действия (приемы, операции) по решению нестандартных задач, требующих выбора на основе комбинации известных методов, в непредсказуемо изменяющейся ситуации	Студент умеет самостоятельно выполнять действия, связанные с решением исследовательских задач, демонстрирует творческое использование умений (технологий)
<b>Личностные качества</b>	Студент имеет низкую мотивацию учебной деятельности, проявляет безразличное, безответственное отношение к учебе, порученному делу	Студент имеет выраженную мотивацию учебной деятельности, демонстрирует позитивное отношение к обучению и будущей трудовой деятельности, проявляет активность.	Студент имеет развитую мотивацию учебной и трудовой деятельности, проявляет настойчивость и увлеченность, трудолюбие, самостоятельность, творческий подход.

## 8.2. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ НЕЗАВИСИМОГО ТЕСТОВОГО КОНТРОЛЯ

Независимый тестовый контроль не применяется.

## 8.3. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

### 8.3.1. Примерные задания для проведения мини-контрольных в рамках учебных занятий

не предусмотрено

### 8.3.2. Примерные контрольные задачи в рамках учебных занятий

*Контрольная работа № 1*

1. Найти  $\overline{z_2}$ ,  $z_1 + z_2$ ,  $z_1 - z_2$ ,  $z_1 \cdot z_2$ ,  $\frac{z_1}{z_2}$ , если  $z_1 = 5 + i$ ,  $z_2 = 2 + 3i$ .

2. Записав числа  $z_1 = \frac{i}{i-1}$  и  $z_2 = \frac{1}{2} - i \frac{\sqrt{3}}{2}$  в тригонометрической форме, найти  $z_1 \cdot z_2$ ,  $\frac{z_1}{z_2}$ .

3. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, удовлетворяющих условию:

a).  $|z + 5 - 2i| = 2$  ;

b).  $\text{Im}(z^2) > a$ ,  $a \geq 0$ .

4. Найти образ множества  $E = \{z : \text{Re } z + \text{Im } z = 1\}$  при отображении  $w = \frac{z-1}{z+1}$ .

5. Найти дробно-линейное отображение, которое точки  $z_1 = 1$  и  $z_2 = -1$  оставляет неподвижными, а точку  $z_3 = i$  переводит в точку  $w_3 = 0$ . Найти образ полуплоскости  $\text{Im}(z) > 0$  при данном отображении.

6. Отобразить конформно и однолистно множество:

a)  $E = \{z : z \notin [-i, 2i]\}$ ;

b)  $E = \{z : |z| < 1, |z + i| > 1\}$ ;

c)  $E = \{z : \text{Im } z < 2, -1 < \text{Re } z < 3\}$ ;

d)  $E = \{z : |z + i| > 1, |z + 3i| > 1\}$  на верхнюю полуплоскость

(на контрольной будет предложен один из вариантов этой задачи)

6. Если возможно, восстановить аналитическую в окрестности точки  $z_0$  функцию  $f(z)$  по известной мнимой части  $v(x, y) = \frac{x}{x^2 + y^2}$  и значению  $f(1) = 1 + i$ .

7. Исследовать функцию  $f(z) = |z^2|$  на дифференцируемость.

*Контрольная работа № 2*

1. Вычислить интеграл  $\int_0^{2\pi} \frac{dt}{4\sqrt{2} \sin t + 6}$ .

2. Вычислить интеграл  $\oint_{|z+\frac{1}{2}|=\frac{1}{2}} \frac{dz}{z^3(9z^2+1)}$ .

3. Вычислить интеграл  $\int_{-1}^1 \frac{dx}{(a-x)\sqrt{1-x^2}}$ .

4. В каком из 4 перечисленных ниже случаев для интеграла  $\int_{\Gamma} \frac{dz}{z^2 - 9}$  можно применить

интегральную теорему Коши?  $\Gamma$ : 1)  $|z| = \frac{1}{2}$ ; 2)  $|z - \frac{1}{2}| = \frac{1}{4}$ ; 3)  $|z - 1| = 5$ ; 4)  $|z| = 4$ .

5. Вычислить интеграл  $\int_{|z|=3} \frac{z \sin z}{(z - 2)^3} dz$

### 8.3.3. Примерные контрольные кейсы не предусмотрено

### 8.3.4. Перечень примерных вопросов для зачета

1. Множество комплексных чисел; операции над комплексными числами. Алгебраическая и тригонометрическая форма записи комплексных чисел. Комплексная плоскость. Последовательности комплексных чисел; сходимость и предел последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Ряды комплексных чисел. Сходимость; критерий Коши сходимости. Абсолютная сходимость. Свойства абсолютно сходящихся рядов; произведение рядов. Топология комплексной плоскости. Расширенная комплексная плоскость; бесконечно удаленная точка. Сфера Римана.
2. Комплекснозначная функция комплексного переменного; ее действительная и мнимая части, модуль и аргумент. Предел функции в точке. Непрерывность.
3. Дифференцируемость в точке; условия Коши – Римана.
4. Аналитические функции. Гармонические функции. Восстановление аналитической функции по ее вещественной или мнимой части.
5. Геометрическое истолкование производной. Конформные отображения.
6. Обращение аналитических функций. Однозначные аналитические ветви многозначных обратных функций.
7. Экспоненциальная функция. Многозначная обратная функция Логарифм. Области однолиственности экспоненциальной функции. Однозначные аналитические ветви Логарифма. Поверхность Римана многозначной функции Логарифм.
8. Степенная функция. Области однолиственности. Однозначные аналитические ветви корня  $n$ -й степени. Поверхность Римана корня  $n$ -й степени. Общестепенное выражение.
9. Тригонометрические и гиперболические функции.
10. Дробно-линейные отображения. Область определения. Характер отображения. Групповое свойство. Конформность.
11. Круговое свойство дробно-линейного отображения. Отображение круговых областей.
12. Построение дробно-линейного отображения по значениям в трех точках.
13. Общий вид дробно-линейного отображения единичного круга на себя.
14. Общий вид дробно-линейного отображения верхней полуплоскости на единичный круг.
15. Интеграл от функции комплексного переменного по кусочно непрерывно дифференцируемой (спрямляемой) кривой.
16. Первообразная функции в области – определение и обсуждение. Формула Ньютона – Лейбница. Три эквивалентных свойства функции в области, включая существование первообразной.
17. Интегральная теорема Коши. Интегральная теорема Коши. еской функции в неодносвязной области.
18. Интегральная формула Коши.
19. Интеграл типа Коши; бесконечная дифференцируемость.
20. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции. Формула Коши для производных аналитической функции. Последовательности и ряды аналитических функций. Поточечная и равномерная сходимость. Равномерная сходимость внутри области. Первая теоремы Вейерштрасса для рядов аналитических функций.
21. Степенные ряды. Область сходимости (круг и радиус сходимости); теорема Коши –

- Адамара. Первая теорема Абеля.
22. Характер сходимости и свойства суммы степенного ряда в круге сходимости.
  23. Разложение функции, аналитической в круге, в степенной ряд. Ряд Тейлора. Голоморфные функции в области.
  24. Теорема Лиувилля для целых функций.
  25. Теорема единственности для аналитических функций.
  26. Принцип максимума модуля аналитической функции. Вторая теорема Вейерштрасса для рядов аналитических функций.
  27. Принцип максимума и минимума гармонической функции.
  28. Ряд Лорана; кольцо сходимости. Характер сходимости и свойства суммы ряда Лорана в кольце сходимости.
  29. Разложение функции, аналитической в кольце, в ряд Лорана.
  30. Изолированные особые точки аналитической функции. Устраняемая особая точка.
  31. Нули и полюса. Характеризация нуля аналитической функции. Характеризация полюса. Связь между нулями и полюсами.
  32. Существенно особая точка. Теорема Сохоцкого о поведении функции в окрестности существенно особой точки. Понятие о теореме Пикара.
  33. Бесконечно удаленная точка как изолированная особенность. Тип особенности.
  34. Вычеты. Теорема Коши о вычетах.
  35. Вычисление вычета относительно полюса.
  36. Применение теории вычетов для вычисления несобственных интегралов по числовой оси.
  37. Лемма Жордана.
  38. Вычет относительно бесконечно удаленной точки.
  39. Теорема Коши о полной сумме вычетов.

### 8.3.5. Перечень примерных вопросов для экзамена «не предусмотрено»

### 8.3.6. Ресурсы АПИМ УрФУ, СКУД УрФУ для проведения тестового контроля в рамках текущей и промежуточной аттестации «не используются»

### 8.3.7. Ресурсы ФЭПО для проведения независимого тестового контроля «не используются»

### 8.3.8. Интернет-тренажеры «не используются»

### 8.3.9. Примерные задания для домашних работ

*Домашняя работа № 1.*

1. Записать число  $z = \frac{(1+i)^8}{(1-i\sqrt{3})^6}$  в алгебраической форме.
2. Вычислить  $\sqrt[6]{-64}$ .
3. Найти образ области  $D = \{z, 0 < \operatorname{Re}(z) < 1, 0 < \operatorname{Im}(z) < 1\}$  при отображении  $w = \frac{z}{z-1}$ .
4. Выяснить, во что преобразуется полуполоса  $0 < x < \pi, y > 0$  при отображении функцией  $f(z) = \cos z$ .
5. Найти образ области  $\Delta = \{z : 2 < |z| < 4, z \notin [-4, -2]\}$  при отображении ветвью логарифмической функции  $w = \operatorname{Ln} z$ , которая определяется ее значением  $w_0 = -2\pi i$  в данной точке  $z_0 = 1$ .

6. Найти образы множеств при отображении функцией Жуковского  $w = \frac{1}{2} \left( z + \frac{1}{z} \right)$ :

a)  $D = \left\{ z : |z| < 1, z \notin \left[ -1, -\frac{1}{2} \right] \cup \left[ \frac{1}{2}, 1 \right] \right\}$ ;

b)  $D = \left\{ z : \frac{\pi}{4} \leq \arg z \leq \frac{3\pi}{4}, z \notin [0, i] \right\}$ .

7. Отобразить множество точек  $z$ , удовлетворяющих неравенствам  $\text{Im}(z) < 0, -1 < \text{Re}(z) < 1$  с разрезом по лучу вдоль мнимой оси от точки  $-3i$  до бесконечности на верхнюю полуплоскость взаимно однозначно и конформно.

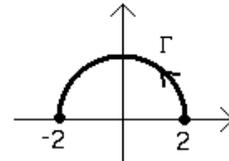
8. Исследовать дифференцируемость функции  $f(z) = |z| z^2$ .

9. Найти все решения уравнения  $\sin z = \frac{5}{3}$ .

10. Вычислить  $\text{Ln}(1+i)$ .

11. Восстановить аналитическую функцию  $f$  по заданной действительной части  $\text{Re } f = e^x(x \cos y - y \sin y), f(0) = 0$ .

12. Вычислить интеграл  $\int_{\Gamma} (z^3 + 1) dz$  по контуру  $\Gamma$ .



### Домашняя работа № 2.

1. Найти радиусы сходимости рядов:

a)  $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{n^n}{n!} z^n$ ,

b)  $\sum_{n=0}^{\infty} 3^n z^{n^3}$ .

2. Разложить функции в ряд Тейлора в окрестности точки  $z_0$ :

a)  $\frac{1}{z^2 + 1}, z_0 = 0$ ;

b)  $\frac{1}{(1-z)^3}, z_0 = 0$ ;

c)  $\frac{z}{1-z+z^2}, z_0 = 0$ ;

d)  $\frac{z-1}{2z^2+5z+2}, z_0 = -1$ ;

e)  $\cos z, z_0 = \frac{\pi}{4}$ ;

f)  $e^z, z_0 = 3$ ;

g) главная ветвь функции  $\ln(z + \sqrt{1+z^2}), z_0 = 0$ .

### Домашняя работа № 3.

1. Найти все лорановские разложения функции  $f(z) = \frac{2z}{z^2 - 4}$  по степеням  $z - z_0$ , где  $z_0 = 3 - 2i$ .

2. Разложить в ряд Лорана функцию  $f(z) = z \sin \frac{\pi z}{z-a}$  в окрестности точки  $z_0 = a$ .

3. Найти все лорановские разложения функции  $f(z) = \frac{15z + 450}{225z + 15z^2 - 2z^3}$  по степеням  $z$ .

4. Найти все лорановские разложения функции  $f(z) = \frac{2z}{z^2 - 4}$  по степеням  $z - z_0$ ,  $z_0 = 3 - 2i$ .

5. Определить характер особых точек функций:

a)  $f(z) = \frac{\sin z}{z}$ ;

b)  $f(z) = \frac{1}{(z-2)^n}$ ;

c)  $f(z) = e^{\frac{1}{z}}$ .

6. Найти полюсы функции  $f(z)$  и определить их кратности:

a)  $f(z) = \frac{ze^z}{z^4 - z^3 - 3z^2 + 5z - 2}$ ;

b)  $f(z) = \frac{1}{z^3(1 - \cos z)}$ .

7. Вычислить вычет функции  $f(z)$  в точке  $z_0$ :

a)  $f(z) = \frac{ze^{iz}}{z^2 + 1}$ ,  $z_0 = i$ ;

b)  $f(z) = \operatorname{ctg}^2 z$ ,  $z_0 = 0$ ;

c)  $f(z) = \frac{\sin \frac{1}{z}}{z-1}$ ,  $z_0 = \infty$ ;

d)  $f(z) = \ln z \cdot \sin \frac{1}{z-1}$ ,  $z_0 = 1$ , выбирается главная ветвь логарифма.

8. Вычислить интеграл  $\int_{|z+1|+|z-1|=\varepsilon} \frac{z^2 + 1}{z^2(z-2)} dz$ .

9. Вычислить интеграл  $\int_{|z-1-i|=2} \frac{\cos \frac{1}{z}}{iz+1} dz$ .

10. Вычислить интеграл  $\int_0^\infty \frac{\cos x}{x^2 + a^2} dx$ .

11. Вычислить интеграл  $\int_{-\pi}^{\pi} \frac{d\varphi}{13 + 12 \sin \varphi}$ .

12. Вычислить интеграл  $\int_0^\pi \frac{\cos^4 \varphi}{1 + \sin^2 \varphi} d\varphi$ .

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина»

**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ**

<b>Перечень сведений о рабочей программе дисциплины</b>	<b>Учетные данные</b>
Модуль <b>Функциональный анализ</b>	<b>Код модуля</b> 1117698 Учебный план № 5347
<b>Образовательная программа</b> Компьютерная безопасность	<b>Код ОП</b> 10.05.01/01.02
<b>Направление подготовки</b> Компьютерная безопасность	Код направления и уровня подготовки — <b>10.05.01</b>
<b>Уровень подготовки</b> Специалитет	
ФГОС ВО	Реквизиты приказа Минобрнауки РФ об утверждении ФГОС ВО: <b>от 1 декабря 2016 г. № 1512</b>

Екатеринбург, 2018

Рабочая программа дисциплины составлена авторами:

№ п/п	ФИО	Ученая степень, ученое звание	Должность	Кафедра	Подпись
1	Данилин Алексей Руфимович	д. ф.-м. н., профессор	профессор	математического анализа и теории функций	
2	Филатова Мария Александровна	к.ф.-м.н.	доцент	математического анализа и теории функций	

**Руководитель модуля**

М.А. Филатова

**Рекомендовано** учебно-методическим советом института математики и компьютерных наук

Председатель учебно-методического совета  
Протокол № 12 от 15 декабря 2016 г.

А.Ю. Коврижных

**Согласовано:**

Дирекция образовательных программ

Р.Х. Токарева

# 1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

## 1.1. Аннотация содержания дисциплины

Курс «Функциональный анализ» базируется на материале курсов «Математический анализ» и «Алгебра и геометрия».

Цель этого курса – изложить студентам основы современного анализа, включающего такие важные для компьютерного моделирования и защиты информации понятия, как метрика (позволяющая дать количественный анализ изменения информационного сообщения), компактность и свойства непрерывных отображений на компактах (лежащие в основе фрактальных методов хранения и передачи информации, а также обеспечивающие достаточные условия разрешимости различных экстремальных задач) и тесно связанные с ними понятия нормы и полноты метрических пространств, а также понятие гильбертовых пространств и линейных операторов в них. Последнее важно для обоснования современных способов кодирования графической информации (методы гармонического и вейвлет-анализа). Важное место в курсе занимает конструкция интеграла Лебега, на которой базируются, в частности, стохастические методы математического моделирования процессов хранения, передачи и защиты информации. Курс призван расширить математический кругозор, показать, как общие методы анализа могут быть использованы при исследовании теоретических вопросов и при решении задач других разделов математики и ее приложений.

Теоретическая часть курса в значительной степени поддерживается практическими занятиями и разнообразной системой проверки самостоятельной работы студентов.

## 1.2. Язык реализации программы – Русский.

## 1.3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Результатом обучения в рамках дисциплины является формирование у студента следующих компетенций:

ОПК-1 способность анализировать физические явления и процессы при решении профессиональных задач;

ОПК-2 способность корректно применять при решении профессиональных задач аппарат математического анализа, геометрии, алгебры, дискретной математики, математической логики, теории алгоритмов, теории вероятностей, математической статистики, теории информации, теоретико-числовых методов;

ПСК-2.2, способность на основе анализа применяемых математических методов и алгоритмов оценивать эффективность средств и методов защиты информации в компьютерных системах;

ПСК-2.3, способность строить математические модели для оценки безопасности компьютерных систем и анализировать компоненты системы безопасности с использованием современных математических методов;

ПСК-2.4, способность разрабатывать, анализировать и обосновывать адекватность математических моделей процессов, возникающих при работе программно-аппаратных средств защиты информации.

В результате освоения дисциплины студент должен:

Знать:

терминологию и основные понятия функционального анализа, используемые в области фундаментальной математики и её приложениях:

- метрические и линейные нормированные пространства;
- непрерывные отображения метрических пространств;
- компактность в метрических пространствах;
- гильбертовы пространства, ряды Фурье в гильбертовых пространствах;
- конструкцию интеграла Лебега;

- линейные ограниченные операторы;
- линейные ограниченные функционалы и сопряженные пространства.

Уметь:

- проверять выполнение аксиом метрики и нормы, сравнивать нормы на линейном пространстве;
- строить пополнение метрического пространства;
- устанавливать сходимость последовательностей в линейных нормированных пространствах;
- исследовать заданное отображение на непрерывность;
- исследовать заданное подмножество метрического пространства на предкомпактность;
- находить ортогональное дополнение подмножества, ортогональную проекцию заданного элемента на подпространство;
- доказывать ограниченность линейных операторов и вычислять их норму;
- продолжать линейный ограниченный функционал с одномерного подпространства плоскости на всю плоскость с сохранением нормы.

Владеть (демонстрировать навыки и опыт деятельности):

- навыками письменной и устной коммуникации на математическом языке;
- терминологией и аппаратом функционального анализа, необходимыми для изучения смежных дисциплин в процессе профессиональной подготовки, а также лежащими в основе фрактальных методов хранения и передачи информации и обосновании современных способов кодирования графической информации.

#### 1.4. Объем дисциплины

№ п/п	Виды учебной работы	Объем дисциплины		Распределение объема дисциплины по семестрам (час.)
		Всего часов	В т.ч. контактная работа (час.)*	4
1.	<b>Аудиторные занятия</b>	<b>51</b>	<b>51</b>	<b>51</b>
2.	Лекции	34	34	34
3.	Практические занятия	17	17	17
4.	Лабораторные работы			
5.	<b>Самостоятельная работа студентов, включая все виды текущей аттестации</b>	<b>17</b>	<b>7.65</b>	<b>17</b>
6.	<b>Промежуточная аттестация</b>	<b>4</b>	<b>0.25</b>	<b>3(4)</b>
7.	<b>Общий объем по учебному плану, час.</b>	<b>72</b>	<b>58.9</b>	<b>72</b>
8.	<b>Общий объем по учебному плану, з.е.</b>	<b>2</b>		<b>2</b>

\*Контактная работа составляет:

в п/п 2,3,4 - количество часов, равное объему соответствующего вида занятий;

в п.5 – количество часов, равное сумме объема времени, выделенного преподавателю на консультации в группе (15% от объема аудиторных занятий) и объема времени, выделенного преподавателю на руководство курсовой работой/проектом одного студента, если она предусмотрена.

в п.6 – количество часов, равное сумме объема времени, выделенного преподавателю на проведение соответствующего вида промежуточной аттестации одного студента и объема времени, выделенного в рамках дисциплины на руководство проектом по модулю (если он предусмотрен) одного студента.

## 2. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Код раздела, темы	Раздел, тема дисциплины	Содержание
2.0	Введение.	Возникновение функционального анализа как самостоятельного раздела математики, его современное состояние и связь с приложениями.
2.1	Линейные нормированные пространства.	Метрические, линейные нормированные пространства. Классические примеры линейных нормированных пространств. Топология метрических и линейных нормированных пространств, сходимость последовательности в метрических и линейных нормированных пространствах. Непрерывные отображения, их свойства.
2.2	Полнота.	Полные пространства. Принцип вложенных шаров. Пополнение, теорема о пополнении (без доказательства). Принцип сжимающих отображений, его применения. Теорема Бэра о категориях, мощность полного метрического пространства без изолированных точек (без доказательства).
2.3	Сепарабельность.	Сепарабельные пространства, примеры. Несепарабельность пространства, в котором существует несчетное дискретное подмножество. Сепарабельность подпространства сепарабельного пространства.
2.4	Сравнение норм.	Сравнение норм в линейных нормированных пространствах, эквивалентность норм в линейных нормированных пространствах.
2.5	Компактность.	Компактность в метрических пространствах, свойства компактных подмножеств метрического пространства. Секвенциальная компактность, вполне ограниченность, теорема Хаусдорфа. Эквивалентность определений компактности и секвенциальной компактности в метрических пространствах. Теорема Арцела (без доказательства). Свойства отображений, непрерывных на компакте. Лемма Рисса. Конечномерность и компактность.
2.6	Гильбертовы пространства.	Евклидовы, гильбертовы пространства, определения, примеры. Теорема об ортогональном разложении гильбертова пространства, существование ортогональной проекции на любое подпространство в гильбертовом пространстве. Ортогональные, полные и замкнутые системы. Существование полной ортонормальной системы в сепарабельном гильбертовом пространстве. Ряды Фурье. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля. Изоморфизм сепарабельных бесконечномерных гильбертовых пространств.
2.7	Интеграл Лебега.	Мера Лебега ограниченного подмножества числовой прямой. Измеримые функции (определение, алгебраические свойства). Интеграл Лебега и его свойства. Интеграл Лебега от неограниченной функции. Неравенства Гельдера и Минковского. Пространства $L_p[a,b]$ (норма, полнота).
2.8	Линейные операторы и линейные функционалы в нормированных пространствах.	Линейные непрерывные операторы и функционалы. Эквивалентность свойств непрерывности и ограниченности для линейного оператора. Норма линейного ограниченного оператора. Пространство

		линейных непрерывных операторов $L(X;Y)$ . Полнота пространства $L(X;Y)$ , где $Y$ – полное. Сопряженное пространство. Теорема Хана-Банаха и ее следствия. Общий вид линейных непрерывных функционалов в пространствах $l_p$ , гильбертовом и конечномерном.
<b>2.9</b>	Вполне непрерывные операторы.	Вполне непрерывные операторы, определение, примеры, свойства.
<b>2.10</b>	Сопряженные операторы.	Сопряженные и эрмитово сопряженные операторы, определения, примеры, свойства.

### **3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ УЧЕБНОГО ВРЕМЕНИ**

#### **3.1. Распределение аудиторной нагрузки и мероприятий самостоятельной работы по разделам дисциплины**



#### 4. ОРГАНИЗАЦИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ, САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

##### 6.1. Лабораторные работы

Не предусмотрено

##### 6.2. Практические занятия

Код раздела, темы	Номер занятия	Тема занятия	Время на проведение занятия (час.)
2.1	1-2	Линейные нормированные пространства.	4
2.2	3	Полнота.	2
2.3	4	Сепарабельность.	1
2.4	4	Сравнение норм.	1
2.5	5	Компактность.	2
2.6	6	Гильбертовы пространства.	1
2.7	6	Интеграл Лебега.	1
2.8	7	Линейные операторы и линейные функционалы в ЛНП.	2
2.9	8	Вполне непрерывные операторы.	2
2.10	9	Сопряженные операторы.	1
<b>Всего:</b>			17

##### 4.3. Примерная тематика самостоятельной работы

###### 4.3.1. Примерный перечень тем домашних работ

###### *Домашняя работа № 1.*

1. Топология метрических и линейных нормированных пространств. Сходимость последовательностей в линейных нормированных пространствах.
2. Полнота. Пополнение метрических пространств.
3. Сепарабельность.
4. Сравнение норм. Непрерывные отображения метрических пространств.

###### *Домашняя работа № 2.*

1. Исследование заданных множеств на предкомпактность в классических линейных нормированных пространствах.
2. Эвклидовы пространства. Ортогональное дополнение множества в гильбертовом пространстве, ортогональная проекция элемента на подпространство.

###### *Домашняя работа № 3.*

1. Исследование операторов и функционалов на ограниченность, линейность, непрерывность.
2. Вычисление нормы линейного ограниченного оператора, функционала.
3. Продолжение линейного огранич. функционала с одномерного подпространства плоскости на всю плоскость с сохранением нормы.
4. Обратные операторы. Исследование оператора на непрерывную обратимость, нахождение спектра оператора.
5. Построение сопряженных и эрмитово-сопряженных операторов.

###### 4.3.2. Примерный перечень тем графических работ

Не предусмотрено.

- 4.3.3. **Примерный перечень тем рефератов (эссе, творческих работ)**  
Не предусмотрено.
- 4.3.4. **Примерная тематика индивидуальных или групповых проектов**  
Не предусмотрено.
- 4.3.5. **Примерный перечень тем расчетных работ (программных продуктов)**  
Не предусмотрено.
- 4.3.6. **Примерный перечень тем расчетно-графических работ**  
Не предусмотрено.
- 4.3.7. **Примерный перечень тем курсовых проектов (курсовых работ)**  
Не предусмотрено.
- 4.3.8. **Примерная тематика контрольных работ**
1. Метрические, линейные нормированные, гильбертовы пространства.
  2. Линейные операторы.
- 4.3.9. **Примерная тематика коллоквиумов**  
Не предусмотрено.

СООТНОШЕНИЕ РАЗДЕЛОВ, ТЕМ ДИСЦИПЛИНЫ И ПРИМЕНЯЕМЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ОБУЧЕНИЯ Код раздела, темы дисциплины	Активные методы обучения						Дистанционные образовательные технологии и электронное обучение					
	Проектная работа	Кейс-анализ	Деловые игры	Проблемное обучение	Командная работа	Другие (указать, какие)	Сетевые учебные курсы	Виртуальные практикумы и тренажеры	Вебинары и видеоконференции	Асинхронные web- конференции и семинары	Совместная работа и разработка контента	Другие (указать, какие)
2.0 - 2.10		+		+	+		+					

## 6. ПРОЦЕДУРЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ (Приложение 1)

## 7. ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ НЕЗАВИСИМОГО ТЕСТОВОГО КОНТРОЛЯ (Приложение 2)

## 8. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (Приложение 3)

## 9. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 9.1.Рекомендуемая литература

#### 9.1.1.Основная литература

1. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012. – 572 с. Режим доступа:

[http://biblioclub.ru/index.php?page=book\\_view\\_red&book\\_id=82563](http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view_red&book_id=82563)

«БИБЛИОКОМПЛЕКТАТОР» по паролю.

2. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 572 с.
3. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа: Изд. 2-е, стер. – СПб. [и др.]: Лань, 2009. – 271 с.
4. Канторович Л. В., Акилов Г. П. Функциональный анализ. – СПб.: БХВ-Петербург: Невский Диалект, 2004. – 816 с.
5. Данилин А.Р. Функциональный анализ. – Екатеринбург: Изд-во УрГУ. 2007. – 187 с. Режим доступа: [http://kma.imkn.urfu.ru/Method/Danilin\\_FA\\_2011.pdf](http://kma.imkn.urfu.ru/Method/Danilin_FA_2011.pdf)
6. Глазырина П.Ю., Дейкалова М.В., Коркина Л.Ф. Нормированные пространства. Типовые задачи. Екатеринбург: Издательство Уральского университета, 2012, 108 с.
7. Глазырина П.Ю., Дейкалова М.В., Коркина Л.Ф. Линейные операторы. Типовые задачи: учеб. пособие для студентов, обучающихся по направлениям 010200 «Математика. Прикладная математика», 010300 «Математика. Компьютерные науки», специальности 010101 «Математика». – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2010. – 95 [3] с.
8. Арестов В.В., Глазырина П.Ю. Введение в теорию функций действительного переменного. Мера и интеграл Лебега на прямой.: учеб. пособие для студентов, обучающихся по направлениям подготовки 010100 «Математика», 010200 «Математика и компьютерные науки» ». – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2011. – 166 с.

### 9.1.2. Дополнительная литература

1. Петровский И.Г. Лекции по теории интегральных уравнений. – М.: Наука, 1965. –127 с.
2. Рид М., Саймон Б. Методы современной математической физики. Том 1. Функциональный анализ. –М.: Мир, 1975.– 443 с.
3. Хелемский А.Я. Квантовый функциональный анализ в бескоординатном изложении – Москва: МЦНМО, 2009.
4. Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной: учебник для вузов. – 5-е изд., стер. – СПб. [и др.]: Лань, 2008 – 560 с.
5. Владимиров В.С. Обобщенные функции в математической физике. – М.: Наука, 1976. – 280 с.
6. Владимиров В.С. Уравнения математической физики: Учеб. пособие. – М.: Физико-математическая литература, 2000. – 400 с.
7. Колмогоров А. Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: Наука, 1989. – 623 с.
8. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ. –М.: Наука,1984. –752 с.
9. Треногин В.А. Функциональный анализ. –М.: Наука, 1993. –496 с.
10. Треногин В.А., Писаревский Б.М., Соболева Т.С. Задачи и упражнения по функциональному анализу. –М.: Наука, 1984. –256 с.

### 9.2. Методические разработки

1. Коркина Л.Ф. Нормированные пространства. Методические указания для практических занятий по функциональному анализу. – Изд-во Урал. ун-та, 1985. – 29 с. [http://kma.imkn.urfu.ru/Method/Normed\\_spaces.pdf](http://kma.imkn.urfu.ru/Method/Normed_spaces.pdf)
2. Мельникова И.В., Коркина Л.Ф. Линейные операторы. Методические указания для практических занятий по функциональному анализу. – Изд-во Урал. ун-та,

1989. – 28 с. [http://kma.imkn.urfu.ru/Method/Linear\\_operators.pdf](http://kma.imkn.urfu.ru/Method/Linear_operators.pdf)

3. Данилин А. Р. Функциональный анализ. Учебное пособие. Исправленный и переработанный электронный вариант (2011 г.) учебного пособия, выпущенного Изд-вом УрГУ в 2007 г. [http://kma.imkn.urfu.ru/Method/Danilin\\_FA\\_2011.pdf](http://kma.imkn.urfu.ru/Method/Danilin_FA_2011.pdf)
4. Глазырина П.Ю., Дейкалова М.В., Коркина Л.Ф. Линейные операторы. Типовые задачи: учеб. пособие для студентов, обучающихся по направлениям 010200 «Математика. Прикладная математика», 010300 «Математика. Компьютерные науки», специальности 010101 «Математика». – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2010. – 95 [3] с.
5. Глазырина П.Ю., Дейкалова М.В., Коркина Л.Ф. Нормированные пространства. Типовые задачи. Екатеринбург: Издательство Уральского университета, 2012, 108 с.
6. Арестов В.В., Глазырина П.Ю. Введение в теорию функций вещественного переменного. Мера и интеграл Лебега на прямой.: учеб. пособие для студентов обучающихся по направлениям подготовки 010100 «Математика», 010200 «Математика и компьютерные науки» ». – Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2011 – 166 с.

### **9.3. Программное обеспечение**

Не используется

### **9.4. Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы**

1. <http://www.edu.ru/> - Федеральный портал. Российское образование.
2. <http://study.urfu.ru> –портал информационно-образовательных ресурсов УрФУ
3. Сайт кафедры: <http://kma.imkn.urfu.ru>
4. [http://fgosvo.ru/uploadfiles/fgosvob/010301\\_Matematika.pdf](http://fgosvo.ru/uploadfiles/fgosvob/010301_Matematika.pdf) -ФГОС ВО 01.03.01 «Математика»
5. <http://lib.urfu.ru> - Зональная научная библиотека ФГАОУ ВО УрФУ
6. <http://lib.urfu.ru/mod/resource/view.php?id=2320> - Списки рекомендованной литературы от ЗНБ
7. <http://biblioclub.ru> - портал-библиотека электронных книг
8. <http://lib.urfu.ru/course/view.php?id=81> - заказ литературы из электронного каталога
9. <http://ustu.antiplagiat.ru/index.aspx> - Пакет «Антиплагиат.ВУЗ»

### **9.5. Электронные образовательные ресурсы**

[http://elar.urfu.ru/bitstream/10995/40653/1/978-5-7996-1771-4\\_2016.pdf](http://elar.urfu.ru/bitstream/10995/40653/1/978-5-7996-1771-4_2016.pdf)

## **10. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

**Сведения об оснащённости дисциплины специализированным и лабораторным оборудованием**

Для проведения занятий достаточно лекционной аудитории, доски, мела и тряпки.

**ПРИЛОЖЕНИЕ 1**  
к рабочей программе дисциплины

**6. ПРОЦЕДУРЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В  
РАМКАХ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО  
ДИСЦИПЛИНЕ**

6.1. Весовой коэффициент значимости дисциплины –

6.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

<b>1. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий - 0,5</b>		
Текущая аттестация на лекциях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Посещение лекций (17 недель)	IV, 1-17	17
Миниопрос по лекциям	IV, 4,11	20
Домашняя работа №3	IV, 16	63
<b>Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – 0,5</b>		
Промежуточная аттестация по лекциям – <i>зачет</i>		
<b>Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – 0,5</b>		
<b>2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – 0,5</b>		
Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Посещение практических занятий (17 недель)	IV, 1-17	17
Контрольная работа № 1	IV, 6	17
Контрольная работа № 2	IV, 13	17
Домашняя работа № 1	IV, 3	25
Домашняя работа № 2	IV, 11	24
<b>Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям – 1</b>		
Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям – не предусмотрена		
<b>Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям – 0</b>		
<b>3. Лабораторные занятия: не предусмотрены</b>		

6.3. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта – не предусмотрено

6.4. Коэффициент значимости семестровых результатов освоения дисциплины

Порядковый номер семестра по учебному плану, в котором осваивается дисциплина	Коэффициент значимости результатов освоения дисциплины в семестре
Семестр 5	1

**7. ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ  
НЕЗАВИСИМОГО ТЕСТОВОГО КОНТРОЛЯ**

*Дисциплина и ее аналоги, по которым возможно тестирование, отсутствуют на сайте ФЭПО <http://fepo.i-exam.ru>.*

*Дисциплина и ее аналоги, по которым возможно тестирование, отсутствуют на сайте Интернет-тренажеры <http://training.i-exam.ru>.*

*Дисциплина и ее аналоги, по которым возможно тестирование, отсутствуют на портале СМУДС УрФУ.*

*В связи с отсутствием Дисциплины и ее аналогов, по которым возможно тестирование, на сайтах ФЭПО, Интернет-тренажеры и портале СМУДС УрФУ, тестирование в рамках НТК не проводится.*

## 8. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

### 8.1. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ МЕРОПРИЯТИЙ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ В РАМКАХ БРС

В рамках БРС применяются утвержденные на кафедре критерии оценивания достижений студентов по каждому контрольно-оценочному мероприятию. Система критериев оценивания, как и при проведении промежуточной аттестации по модулю, опирается на три уровня освоения компонентов компетенций: пороговый, повышенный, высокий.

Компоненты компетенций	Признаки уровня освоения компонентов компетенций		
	пороговый	повышенный	высокий
<b>Знания</b>	Студент демонстрирует знание-знакомство, знание-копию: узнает объекты, явления и понятия, находит в них различия, проявляет знание источников получения информации, может осуществлять самостоятельно репродуктивные действия над знаниями путем самостоятельного воспроизведения и применения информации.	Студент демонстрирует аналитические знания: уверенно воспроизводит и понимает полученные знания, относит их к той или иной классификационной группе, самостоятельно систематизирует их, устанавливает взаимосвязи между ними, продуктивно применяет в знакомых ситуациях.	Студент может самостоятельно извлекать новые знания из окружающего мира, творчески их использовать для принятия решений в новых и нестандартных ситуациях.
<b>Умения</b>	Студент умеет корректно выполнять предписанные действия по инструкции, алгоритму в известной ситуации, самостоятельно выполняет действия по решению типовых задач, требующих выбора из числа известных методов, в предсказуемо изменяющейся ситуации	Студент умеет самостоятельно выполнять действия (приемы, операции) по решению нестандартных задач, требующих выбора на основе комбинации известных методов, в непредсказуемо изменяющейся ситуации	Студент умеет самостоятельно выполнять действия, связанные с решением исследовательских задач, демонстрирует творческое использование умений (технологий)
<b>Личностные качества</b>	Студент имеет низкую мотивацию учебной деятельности, проявляет безразличное, безответственное отношение к учебе, порученному делу	Студент имеет выраженную мотивацию учебной деятельности, демонстрирует позитивное отношение к обучению и будущей трудовой деятельности, проявляет активность.	Студент имеет развитую мотивацию учебной и трудовой деятельности, проявляет настойчивость и увлеченность, трудолюбие, самостоятельность, творческий подход.

## 8.2. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ НЕЗАВИСИМОГО ТЕСТОВОГО КОНТРОЛЯ

Независимый тестовый контроль не применяется.

## 8.3. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

### 8.3.1. Примерные задания для проведения контрольных в рамках учебных занятий Контрольная работа № 1 (предлагается одна из задач).

- Доказать, что замкнутый шар является замкнутым множеством, открытый – открытым. Доказать, что сфера является замкнутым множеством.
  - Доказать, что замыкание открытого шара содержится в замкнутом шаре (с центром в той же точке, того же радиуса). Привести пример, когда это включение строгое.
- Будет ли заданная функция нормой, метрикой, нарисовать единичный шар в данной метрике, например
  - $\|(x, y, z)\| = \max\{2|z|, \sqrt{x^2 + y^2}\}$ ,  $(x, y, z) \in R^3$ , нарисовать единичный шар с центром в точке  $(0,0,0)$ .
  - $\|(x, y, z)\| = \max\{2|x| + |y|, |z|\}$ ,  $(x, y, z) \in R^3$ , нарисовать единичный шар с центром в точке  $(0,0,0)$ .
- Пусть  $(R, \rho)$  пространство, в котором метрика определяется формулой:  $\rho(x, y) = |\arctg(x) - \arctg(y)|$ . Является ли данное пространство полным? Если нет, то описать его пополнение.
- Исследовать отображение на непрерывность
  - $f: C[0;1] \rightarrow L_1^q[0;1]$  задано формулой  $f(x) = \sin(x(t))$
  - $Id: C[0;1] \rightarrow L_1^q[0;1]$  тождественное. (будет ли обратное отображение непрерывным?)
  - $f: l_p \rightarrow l_q$  — тождественное на пересечении.

Контрольная работа № 2 (предлагается одна из задач).

- Является ли данное множество предкомпактным?
  - $M = \{x \in C[0;1] : x(t) = t^\alpha \quad \alpha \in R\}$
  - $M = \{x \in C[0;1] : x(t) = \cos(t - a) \quad \alpha \in R\}$
- Можно ли в пространстве  $C[a, b]$  определить скалярное произведение, согласованное с нормой этого пространства?

Контрольная работа № 3 (предлагается одна из задач).

- Найдите норму функционала  $Ax = \int_0^{0.5} x(t)dt - \int_{0.3}^1 x(t)dt$ , определенного на пространстве  $C[0;1]$  и проверьте, является ли он достижимым.
- Найдите норму оператора  $Ax = (\xi_1, \sqrt{2}\xi_2, \dots, \sqrt{n}\xi_n, \dots)$ , действующего из  $l_2$  в  $l_2$  и проверьте, является ли он достижимым.
- Последовательность операторов  $A_n x = (0, \dots, 0, \xi_n, \xi_{n+1}, \xi_{n+2}, \dots)$  действует в

пространстве  $l_2$ . Исследуйте эту последовательность на сильную и поточечную сходимость.

- Оператор  $A$  действует на пространстве  $l_1$  по формуле  $Ax = (\xi_1, 0, \xi_3, 0, \xi_5, 0, \dots)$ . Найдите оператор, сопряженный к оператору  $A$ .

### 8.3.2. Примерные контрольные задачи для проведения миниопроса

- Привести примеры полного сепарабельного, неполного сепарабельного, полного несепарабельного пространств.
- При каких  $p$  последовательность  $\xi_k^n = \begin{cases} \sin \frac{1}{k}, & k \leq n \\ 1 - \cos \frac{1}{k^2}, & k > n \end{cases}$  сходится в пространстве  $l_p$ ?
- Сходится ли в  $C[0;1]$  последовательность  $x_n = t^n - t^{2n}$ ?  $x_n = t^n - t^{2+n}$ ?
- Сходится ли в  $C^1[0;1]$  последовательность  $x_n = \frac{t^n}{n} - \frac{t^{n+1}}{n+1}$ ?
- Найти в  $l_2$  ортогональное дополнение до множества  $M = \{(\xi_1, \xi_2, \dots) : \xi_1 + 2\xi_5 - \xi_4 = 0\}$ .
- Нахождение нормы линейного оператора, например: Оператор  $A: l_2 \rightarrow l_2$  задан формулой:  $Ax = (\alpha_1 \xi_1, \alpha_2 \xi_2, \dots, \alpha_n \xi_n, \dots)$ . При каких условиях на последовательность  $\xi_n$  этот оператор а) ограничен, б) достижим, в) имеет ограниченный обратный? Найти норму оператора  $A$ .
- Нахождение нормы линейного функционала, например: Функционал  $f$ , определенный на пространстве  $C[0;1]$  задан формулой:  $f(x) = \int_0^1 g(t) \cdot x(t) dt$ . При каких условиях на последовательность этот функционал а) ограничен, б) достижим? Найти его норму (будет задача с конкретной функцией)
- В пространстве  $R_\infty^2$  на подпространстве  $L = \{(x; y) : x = 2y\}$  задан линейный функционал  $f(x; y) = 4y$ . Продолжите этот функционал с сохранением нормы на все пространство.
- Оператор  $A$  действует на пространстве  $l_1$  по формуле  $Ax = (0, \xi_1, 0, -\xi_2, 0, \xi_3, 0, -\xi_4, \dots)$ . Найдите оператор, сопряженный к оператору  $A$ .

### 8.3.3. Примерные контрольные кейсы

- Существует ли линейное пространство  $X$ , на котором можно определить две несравнимые нормы  $\|\cdot\|_1, \|\cdot\|_2$  и построить изометрию пространства  $(X, \|\cdot\|_1)$  на  $(X, \|\cdot\|_2)$ ?
- В каком из функциональных пространств множество  $A = \{f : f(x) \geq 0\}$  имеет пустую внутренность?
- Существует ли непрерывный функционал, действующий на пространстве  $B(\mathbf{Z})$ , такой, что  $f^{-1}(0, +\infty) = \{f : f(z) > 0, z \in \mathbf{Z}\}$ ?

### 8.3.4. Перечень примерных вопросов для зачета

- Метрические и линейные нормированные пространства. Определения и примеры.
- Топология метрических пространств (открытые множества, замкнутые множество, внутренность, замыкание, предельная точка множества, сходящиеся последовательности и

их свойства).

3. Непрерывные отображения, их свойства.
4. Полные пространства. Принцип вложенных шаров.
5. Пополнение, теорема о пополнении (без доказательства).
6. Принцип сжимающих отображений.
7. Сепарабельные пространства.
8. Сравнение норм в линейных нормированных пространствах.
9. Компактность в метрических пространствах, свойства компактных подмножеств метрического пространства.
10. Секвенциальная компактность, вполне ограниченность, теорема Хаусдорфа.
11. Эквивалентность определений компактности и секвенциальной компактности в метрических пространствах.
12. Теорема Арцела.
13. Конечномерность и компактность.
14. Евклидовы, гильбертовы пространства, определения, примеры.
15. Теорема об ортогональном разложении гильбертова пространства.
16. Ортогональные, полные и замкнутые системы. Существование полной ортонормальной системы в сепарабельном гильбертовом пространстве.
17. Ряды Фурье. Равенство Парсеваля.
18. Изоморфизм сепарабельных бесконечномерных гильбертовых пространств.
19. Мера Лебега. Измеримые функции (определение, алгебраические свойства). Интеграл Лебега и его простейшие свойства.
20. Неравенства Гельдера и Минковского (только формулировки). Пространства  $l_p, L_p$ .
21. Линейные непрерывные операторы и функционалы. Эквивалентность свойств непрерывности и ограниченности для линейного оператора.
22. Норма линейного ограниченного оператора. Пространство линейных непрерывных операторов  $L(X;Y)$ . Полнота пространства  $L(X;Y)$ , где  $Y$  – полное.
23. Сопряженное пространство.
24. Теорема Хана-Банаха и ее следствия.
25. Общий вид линейных непрерывных функционалов в пространствах  $l_p$ , гильбертовом и конечномерном.
26. Вполне непрерывные операторы, определение, примеры, свойства.
27. Сопряженные и эрмитово-сопряженные операторы.
28. Обратные операторы. Теорема Банаха о непрерывности обратного оператора.
29. Спектр и резольвентное множество линейного непрерывного оператора.
30. Линейные интегральные уравнения. Методы решения интегральных уравнений (метод неопределенных коэффициентов для уравнений с вырожденным ядром, метод малого параметра).

### **8.3.5. Перечень примерных вопросов для экзамена**

«не предусмотрено»

### **8.3.6. Примерные задания для домашних работ**

*Домашняя работа № 1.*

1. Задачи на топологию метрических и линейных нормированных пространств (построить замыкание множества, внутренность множества, доказать, что множество замкнуто, открыто). Например, доказать, что  $\Gamma(A)$  граница множества  $A$  замкнута и внутренность множества равна  $A \setminus \Gamma(A)$ .
2. Пусть  $X = \{x(t)\}$  — множество функций, определенных, ограниченных на всей числовой оси и принимающих лишь рациональные значения, метрика на множестве  $X$  определяется формулой:  $\rho(x; y) = \sup\{|x(t) - y(t)|, t \in R\}$ .

Докажите, что пространство  $(X; \rho)$  не является сепарабельным.

Докажите, что пространство  $(X; \rho)$  не полно.

3. При каких  $p$  последовательность  $\xi_k^n = \begin{cases} tg \frac{1}{k}, & k \leq n \\ 1 - e^{\frac{1}{k}}, & k > n \end{cases}$  сходится в пространстве  $l_p$ ?

4. Пусть  $(R, \rho)$  пространство, в котором метрика определяется формулой:  $\rho(x, y) = |e^x - e^y|$ . Является ли данное пространство полным? Если нет, то описать его пополнение.

5. Сравнить на  $X$  нормы. Например,

а). В пространстве  $C^1[a; b]$  сравнить 3 нормы:  $\|x\|_1 = |x(1)| + \int_0^1 |x(t)| dt$ ,

$\|x\|_2 = |x(1)| + \int_0^1 |x'(t)| dt$ , стандартная норма в  $C^1[a; b]$

б). В пространстве  $\lambda_p$  сравнить 2 нормы: стандартная норма  $\lambda_p$ , стандартная норма  $c_0$ .

*Домашняя работа № 2.*

1. При каких условиях на числовое множество  $A$  данное множество  $M$  будет предкомпактным в пространстве  $C[a, b]$ ?

а).  $M = \{x \in C[0; 1] : x(t) = \sin(\alpha t), \alpha \in A \subset R\}$ ;

б).  $M = \{x \in C[0; 1] : x(t) = e^{t+\alpha}, \alpha \in A \subset R\}$ .

2. Найти в  $\lambda_2$  ортогональное дополнение до множества  $M = \{(\xi_1, \xi_2, \dots) : \xi_1 + \xi_3 - \xi_4 = 0\}$ .

*Домашняя работа № 2.*

1. Найдите норму оператора, действующего из  $l_2$  в  $l_2$  и проверьте, является ли он достижимым, если  $Ax = (\sqrt{2}\xi_2, \dots, \sqrt{n+1}\xi_n, \dots)$ .

2. Найдите норму функционала, определенного на пространстве  $C[0; 1]$  и проверьте, является ли он достижимым, если  $Ax = \int_0^{0.5} x(t) dt - \int_{0.3}^1 x(t) dt$ .

3. Последовательность операторов  $A_n x = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n, 0, 0, \dots)$  действует в пространстве  $l_2$ .

Исследуйте эту последовательность на сильную и слабую сходимость.

4. Найдите спектр оператора  $Ax = (\xi_1, \frac{1}{2}\xi_2, \dots, \frac{1}{n}\xi_n, \dots)$ , действующего в пространстве  $l_2$ .

5. В пространстве  $R_\infty^2$  на подпространстве  $L = \{(x; y) : y = -3x\}$  задан линейный функционал  $f(x; y) = \frac{1}{3}x$ . Продолжите этот функционал с сохранением нормы на все пространство.

### 8.3.7. Ресурсы АПИМ УрФУ, СКУД УрФУ для проведения тестового контроля в рамках текущей и промежуточной аттестации

«не используются»

### 8.3.8. Ресурсы ФЭПО для проведения независимого тестового контроля

«не используются»

### 8.3.9. Интернет-тренажеры

«не используются»