

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**
Математический анализ

Код модуля
1144799(1)

Модуль
Высшая математика

Екатеринбург

Оценочные материалы составлены автором(ами):

№ п/п	Фамилия, имя, отчество	Ученая степень, ученое звание	Должность	Подразделение
1	Белоусова Вероника Игоревна	к.ф.-м.н.	доцент	ДИТ и А
2	Ермакова Галина Михайловна	к.ф.-м.н.	доцент	ДИТ и А
3	Шестакова Ирина Александровна	к.т.н.	доцент	ДИТ и А

Согласовано:

Управление образовательных программ

Т.Г. Комарова

Авторы:

1. СТРУКТУРА И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ **Математический анализ**

1.	Объем дисциплины в зачетных единицах	12	
2.	Виды аудиторных занятий	Лекции Практические/семинарские занятия	
3.	Промежуточная аттестация	Экзамен	
4.	Текущая аттестация	Контрольная работа	8
		Домашняя работа	4
		Расчетная работа	2

2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ (ИНДИКАТОРЫ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ **Математический анализ**

Индикатор – это признак / сигнал/ маркер, который показывает, на каком уровне обучающийся должен освоить результаты обучения и их предъявление должно подтвердить факт освоения предметного содержания данной дисциплины, указанного в табл. 1.3 РПМ-РПД.

Таблица 1

Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы)	Контрольно-оценочные средства для оценивания достижения результата обучения по дисциплине
1	2	3
ОПК-1 -Способен представить адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики	З-1 - Изложить фундаментальные законы природы и основные физические математические законы П-1 - Иметь практический опыт использования знаний физики и математики при решении практических задач У-1 - Применять физические законы и математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера	Домашняя работа № 1 Домашняя работа № 2 Домашняя работа № 3 Домашняя работа № 4 Контрольная работа № 1 Контрольная работа № 2 Контрольная работа № 3 Контрольная работа № 4 Контрольная работа № 5 Контрольная работа № 6 Контрольная работа № 7 Контрольная работа № 8 Экзамен
ОПК-2 -Способен выявлять естественнонаучную сущность проблем,	З-1 - Характеризовать современное состояние области профессиональной деятельности	Домашняя работа № 4 Контрольная работа № 1 Контрольная работа № 2 Контрольная работа № 3

<p>возникающих в ходе профессиональной деятельности, и применять соответствующий физико-математический аппарат для их формализации, анализа и принятия решения</p>	<p>П-1 - Иметь практический опыт работы за персональным компьютером, в т.ч. пакетами прикладных программ для разработки и представления документации У-1 - Искать и представлять актуальную ин-формацию о состоянии предметной области</p>	<p>Контрольная работа № 4 Контрольная работа № 5 Контрольная работа № 6 Контрольная работа № 7 Контрольная работа № 8 Лекции Практические/семинарские занятия Расчетная работа № 1 Расчетная работа № 2 Экзамен</p>
<p>ОПК-6 -Способен учитывать существующие и перспективные технологии производства радиоэлектронной аппаратуры при выполнении научно-исследовательской и опытно-конструкторских работ</p>	<p>З-1 - Характеризовать современные тенденции развития электроники, измерительной и вычислительной техники, информационных технологий П-1 - Иметь практический опыт решения теоретических и экспериментальных задач У-1 - Использовать комплексный под-ход в своей деятельности, в том числе с использованием информационно-коммуникационных технологий</p>	<p>Домашняя работа № 1 Домашняя работа № 2 Домашняя работа № 3 Домашняя работа № 4 Контрольная работа № 1 Контрольная работа № 2 Контрольная работа № 3 Контрольная работа № 4 Контрольная работа № 5 Контрольная работа № 6 Контрольная работа № 7 Контрольная работа № 8 Лекции Практические/семинарские занятия Расчетная работа № 1 Расчетная работа № 2 Экзамен</p>
<p>ОПК-7 -Способен понимать принципы работы современных информационных технологий и использовать их для решения задач профессиональной деятельности</p>	<p>З-1 - Сформулировать современные принципы поиска, хранения, обработки, анализа и представления в требуемом формате информации П-1 - Иметь практический опыт обеспечения информационной безопасности У-1 - Решать задачи обработки данных с помощью современных средств автоматизации</p>	<p>Домашняя работа № 1 Домашняя работа № 2 Домашняя работа № 3 Домашняя работа № 4 Контрольная работа № 1 Контрольная работа № 2 Контрольная работа № 3 Контрольная работа № 4 Контрольная работа № 5 Контрольная работа № 6 Контрольная работа № 7 Контрольная работа № 8 Лекции Практические/семинарские занятия Расчетная работа № 1 Расчетная работа № 2 Экзамен</p>

3. ПРОЦЕДУРЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО

**ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ В БАЛЬНО-РЕЙТИНГОВОЙ СИСТЕМЕ
(ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА БРС)**

3.1. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

1. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – 0.80		
Текущая аттестация на лекциях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>контрольная работа</i>	2,4	25
<i>контрольная работа</i>	2,6	25
<i>контрольная работа</i>	2,8	25
<i>контрольная работа</i>	2,10	25
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – 0.40		
Промежуточная аттестация по лекциям – экзамен		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – 0.60		
2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – 0.20		
Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>домашняя работа</i>	2,10	50
<i>домашняя работа</i>	2,14	50
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям – 1.00		
Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям – нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям – 0.00		
3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий – не предусмотрено		
Текущая аттестация на лабораторных занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям – нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено		
4. Онлайн-занятия: коэффициент значимости совокупных результатов онлайн-занятий – не предусмотрено		
Текущая аттестация на онлайн-занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах

Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по онлайн-занятиям -не предусмотрено
Промежуточная аттестация по онлайн-занятиям –нет
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено

3.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта

Текущая аттестация выполнения курсовой работы/проекта	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент текущей аттестации выполнения курсовой работы/проекта– не предусмотрено		
Весовой коэффициент промежуточной аттестации выполнения курсовой работы/проекта– защиты – не предусмотрено		

3.1. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

2. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – 0.80		
Текущая аттестация на лекциях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>контрольная работа №4</i>	1,4	25
<i>контрольная работа №2</i>	1,6	25
<i>контрольная работа №1</i>	1,8	25
<i>контрольная работа №3</i>	1,10	25
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – 0.40		
Промежуточная аттестация по лекциям – экзамен		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – 0.60		
2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – 0.20		
Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>расчетная работа</i>	1,10	20
<i>расчетная работа</i>	1,12	20
<i>домашняя работа</i>	1,14	30
<i>домашняя работа</i>	1,16	30
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям– 1.00		
Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям–нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям– 0.00		
3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий –не предусмотрено		
Текущая аттестация на лабораторных занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах

Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям -не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям –нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено		
4. Онлайн-занятия: коэффициент значимости совокупных результатов онлайн-занятий –не предусмотрено		
Текущая аттестация на онлайн-занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по онлайн-занятиям -не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по онлайн-занятиям –нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено		

3.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта

Текущая аттестация выполнения курсовой работы/проекта	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент текущей аттестации выполнения курсовой работы/проекта– не предусмотрено		
Весовой коэффициент промежуточной аттестации выполнения курсовой работы/проекта– защиты – не предусмотрено		

4. КРИТЕРИИ И УРОВНИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

4.1. В рамках БРС применяются утвержденные на кафедре/институте критерии (признаки) оценивания достижений студентов по дисциплине модуля (табл. 4) в рамках контрольно-оценочных мероприятий на соответствие указанным в табл.1 результатам обучения (индикаторам).

Таблица 4

Критерии оценивания учебных достижений обучающихся

Результаты обучения	Критерии оценивания учебных достижений, обучающихся на соответствие результатам обучения/индикаторам
Знания	Студент демонстрирует знания и понимание в области изучения на уровне указанных индикаторов и необходимые для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Умения	Студент может применять свои знания и понимание в контекстах, представленных в оценочных заданиях, демонстрирует освоение умений на уровне указанных индикаторов и необходимых для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Опыт /владение	Студент демонстрирует опыт в области изучения на уровне указанных индикаторов.

Другие результаты	<p>Студент демонстрирует ответственность в освоении результатов обучения на уровне запланированных индикаторов.</p> <p>Студент способен выносить суждения, делать оценки и формулировать выводы в области изучения.</p> <p>Студент может сообщать преподавателю и коллегам своего уровня собственное понимание и умения в области изучения.</p>
-------------------	---

4.2 Для оценивания уровня выполнения критериев (уровня достижений обучающихся при проведении контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля) используется универсальная шкала (табл. 5).

Таблица 5

Шкала оценивания достижения результатов обучения (индикаторов) по уровням

Характеристика уровней достижения результатов обучения (индикаторов)				
№ п/п	Содержание уровня выполнения критерия оценивания результатов обучения (выполненное оценочное задание)	Шкала оценивания		
		Традиционная характеристика уровня		Качественная характеристика уровня
1.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты в полном объеме, замечаний нет	Отлично (80-100 баллов)	Зачтено	Высокий (В)
2.	Результаты обучения (индикаторы) в целом достигнуты, имеются замечания, которые не требуют обязательного устранения	Хорошо (60-79 баллов)		Средний (С)
3.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты не в полной мере, есть замечания	Удовлетворительно (40-59 баллов)		Пороговый (П)
4.	Освоение результатов обучения не соответствует индикаторам, имеются существенные ошибки и замечания, требуется доработка	Неудовлетворительно (менее 40 баллов)	Не зачтено	Недостаточный (Н)
5.	Результат обучения не достигнут, задание не выполнено	Недостаточно свидетельств для оценивания		Нет результата

5. СОДЕРЖАНИЕ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ МЕРОПРИЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

5.1. Описание аудиторных контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля

5.1.1. Лекции

Самостоятельное изучение теоретического материала по темам/разделам лекций в соответствии с содержанием дисциплины (п. 1.2. РПД)

5.1.2. Практические/семинарские занятия

Примерный перечень тем

1. Высказывания и операции над ними, предикаты, область истинности предиката, кванторы существования и всеобщности. Некоторые формулы математической логики. Структура теоремы. Операции над множествами. Сравнение множеств. Мощность множества. Счетные множества, множества мощности континуум. Понятие функции, области определения, множества значений, графика функции. Простейшие приемы построения графиков. Множество действительных чисел (аксиоматика). Числовые множества, понятие ограниченности и точных границ множества. Окрестность и проколота окрестность конечной точки, окрестность бесконечно удаленной точки. Понятия внутренней, предельной, граничной, изолированной точки множества, замкнутого множества, открытого множества. Принцип вложенных стягивающихся отрезков. Понятие последовательности. Ограниченность, монотонность, сходимости последовательности, связи между этими понятиями. Подпоследовательность. Связь между сходимостью последовательности и ее подпоследовательностей. Теорема Больцано-Вейерштрасса (принцип компактности).

2. Определения предела функции в точке по Коши и по Гейне, их эквивалентность. Свойства предельного перехода. Односторонние пределы, критерий существования предела функции в точке в терминах односторонних пределов. Бесконечно большие и бесконечно малые в точке функции, их свойства. Сравнение бесконечно малых. Понятие непрерывности функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций. Точки разрыва и их классификация. Техника вычисления пределов. Неопределенности и приемы их разрешения. Замечательные пределы и их следствия. Свойства функции непрерывной на отрезке: Теоремы Вейерштрасса, Больцано-Коши и их следствия.

3. Дифференцируемость функции в точке, дифференциал, производная, односторонние производные, связи между этими понятиями, их геометрический смысл. Техника дифференцирования: правила дифференцирования, «табличные» производные, логарифмическое дифференцирование. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Коши, Лагранжа, Ролля. Правило Лопиталя. Формула Тейлора. Запись остаточного члена формулы Тейлора в форме Пеано и в форме Лагранжа. Приложения формулы Тейлора. Асимптоты графика функции и их отыскание. Достаточное условие монотонности функции на промежутке. Локальный экстремум функции. Необходимое условие локального экстремума. Достаточные условия локального экстремума. Выпуклость функции на промежутке, точки перегиба. Достаточное условие выпуклости, необходимое условие перегиба, достаточное условие перегиба. Исследование функции и построение графика, построение кривых, заданных параметрически и уравнениями в полярных координатах.

4. Понятия первообразной и неопределенного интеграла, их свойства. Техника интегрирования: «табличные» интегралы и приемы сведения интегралов к табличным, интегрирование «по частям», замена переменной в неопределенном интеграле. Классы интегрируемых функций. Определенный интеграл Римана: определение и основные свойства. Условия существования. Связь между определенным и неопределенным интегралами, формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование «по частям» и замена переменной в определенном интеграле. Геометрические и физические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы.

5. Пространство \mathbb{R}^n . Предел последовательности в \mathbb{R}^n . Предел и непрерывность ФНП в точке. Локальные свойства функции имеющей конечный предел в точке, локальные свойства непрерывных функций. Свойства функций, непрерывных на компактах.

6. Понятия дифференцируемости, дифференциала, частных производных ФНП, связи между ними, геометрический смысл. Дифференцирование и производная сложной функции (цепное правило). Производная по направлению и градиент. Инвариантность формы первого дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для ФНП. Экстремумы ФНП. Необходимое условие локального экстремума. Достаточное условие локального экстремума. Дифференцируемость отображения из \mathbb{R}^n в \mathbb{R}^m . Матрица Якоби и якобиан отображения. Неявные функции и отображения. Дифференцируемость и производные неявных функций. Условный экстремум и метод Лагранжа отыскания условного экстремума.

7. Общее понятие интеграла по фигуре и различные типы интеграла по фигуре: Двойные и тройные интегралы, криволинейный интеграл первого рода, поверхностный интеграл первого рода. Связи между различными типами интеграла по фигуре, методы вычисления. Геометрические и физические приложения интегралов по фигуре.

8. Понятие скалярного и векторного поля. Линии и поверхности уровня, векторные линии. Интегральные характеристики векторного поля: поток и работа (линейный интеграл, циркуляция). Интегральные теоремы векторного анализа: формула Остроградского-Гаусса, формула Грина, формула Стокса Дифференциальные операторы теории поля: градиент, дивергенция, ротор, их физический смысл. Оператор Гамильтона. Классификация векторных полей: потенциальные, соленоидальные, гармонические поля и их свойства.

9. \mathbb{C} как линейное нормированное (метрическое) пространство. Предел последовательности в \mathbb{C} . Функции комплексного переменного, определение предела ФКП в точке, свойства пределов. Определение непрерывности ФКП в точке. Локальные и глобальные свойства непрерывных функций.

10. Ряды в \mathbb{R} и в \mathbb{C} : Частичные суммы, сходимость, сумма числового ряда. Необходимое условие сходимости. Свойства сходящихся числовых рядов. Остаток числового ряда, его свойства. Знакопостоянные и знакопеременные ряды в \mathbb{R} . Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами. Признак сравнения. Интегральный признак. Признаки Д'Аламбера и Коши. Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница. Понятие фундаментальной последовательности в метрическом пространстве. Связь понятий сходимость, фундаментальность и ограниченность в произвольном метрическом пространстве. Критерий Коши сходимости последовательности и полнота метрического пространства. Полнота \mathbb{R} и \mathbb{C} . Понятие Абсолютно сходящегося ряда. Связь между сходимостью и абсолютной сходимостью числового ряда. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Условно сходящиеся ряды. Теорема Римана. Признак Дирихле сходимости числовых рядов в \mathbb{R} . Функциональные ряды: поточечная и равномерная сходимости. Необходимые и достаточные условия равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда. Свойства сумм равномерно сходящихся рядов. Степенные ряды и их свойства. Ряд Тейлора функции действительного переменного. Разложение в ряды Тейлора-Маклорена основных элементарных функций и определение основных элементарных ФКП.

Примерные задания

8. ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ. ПРОИЗВОДНЫЕ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЫ ВЫСШИХ ПОРЯДКОВ.

Пример 1: Найти $y^{(n)}$, если а) $y = \ln x$, б) $y = 2^x$.

Решение. а) Для функции $y = \ln x$ имеем:

$$y' = \frac{1}{x}, \quad y'' = -1 \cdot x^{-2}, \quad y''' = -1 \cdot (-2)x^{-3}, \quad y^{(4)} = (-1)(-2)(-3)x^{-4}, \dots,$$

$$y^{(n)} = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \dots \cdot (n-1)(-1)^{n-1} x^{-n} = (-1)^{n-1} \cdot \frac{(n-1)!}{x^n}.$$

б) Для функции $y = 2^x$ имеем:

$$y' = 2^x \cdot \ln 2, \quad y'' = 2^x \cdot \ln^2 2, \quad y''' = 2^x \cdot \ln^3 2, \dots, \quad y^{(n)} = 2^x \cdot \ln^n 2.$$

8.1. Логарифмическое дифференцирование

В ряде случаев для нахождения производной функции $y = f(x)$ удобно равенство $y = f(x)$ сначала прологарифмировать, а затем продифференцировать. Такой прием называют логарифмическим дифференцированием. Его полезно применять для дифференцирования произведения многих сомножителей, или для дифференцирования частного, числитель и знаменатель которого содержит несколько множителей, или для дифференцирования степенно-показательных функций $u(x)^{v(x)}$.

Пример 2. Найти производную $y = (\sin x)^{\sin x}$.

Решение. Здесь основание и показатель степени зависят от x . Логарифмируя, получим $\ln y = \sin x \cdot \ln(\sin x)$. Продифференцируем обе части последнего равенства по x :

$$\frac{1}{y} \cdot y'_x = \frac{1}{\cos^2 x} \cdot \ln \sin x + \sin x \cdot \frac{1}{\sin x} \cdot \cos x.$$

$$\text{Тогда } y'_x = y \left(\frac{\ln \sin x}{\cos^2 x} + 1 \right) = (\sin x)^{\sin x} \cdot \left(\frac{\ln \sin x}{\cos^2 x} + 1 \right).$$

LMS-платформа – не предусмотрено

5.2. Описание внеаудиторных контрольно-оценочных мероприятий и средств текущего контроля по дисциплине модуля

Разноуровневое (дифференцированное) обучение.

Базовый

5.2.1. Контрольная работа № 1

Примерный перечень тем

1. Пределы

Примерные задания

Пример 3. Найти производную функции $y = \sqrt{x \sin x} \sqrt{1 - e^x}$.

Решение. Находить y' как производную произведения слишком громоздко. Удобнее применить логарифмическое дифференцирование:

$$\ln y = \ln \sqrt{x \sin x} \sqrt{1 - e^x} = \ln \sqrt{x} + \ln \sqrt{\sin x} + \ln \sqrt{1 - e^x},$$

$$y = \frac{1}{2} \ln x + \frac{1}{2} \ln \sin x + \frac{1}{2} \ln(1 - e^x).$$

Продифференцируем последнее равенство по x :

$$\frac{1}{y} \cdot y' = \frac{1}{2x} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{\sin x} \cdot \cos x + \frac{1}{4} \cdot \frac{1}{(1 - e^x)} \cdot (-e^x).$$

$$\text{Выразим } y': \quad y' = \sqrt{x \sin x} \sqrt{1 - e^x} \cdot \left(\frac{1}{2x} + \frac{\cos x}{2 \sin x} - \frac{e^x}{4(1 - e^x)} \right).$$

8.2. Дифференцирование параметрически заданных функций

Пусть функция задана параметрически уравнениями $x = x(t)$, $y = y(t)$.

Если существуют $y'(t)$ и $x'(t) \neq 0$, тогда существует y'_x , причем

$$y'_x = \frac{y'_t}{x'_t}$$

Пример 4. Найти y'_x и y''_{xx} для функции, заданной параметрическими уравнениями: $x = \ln t$, $y = t^2 - 1$.

$$\text{Решение. } y'_x = \frac{y'_t}{x'_t} = \frac{2t}{\frac{1}{t}} = 2t^2, \quad y''_{xx} = \frac{(2t^2)'_t}{\frac{1}{t}} = \frac{4t}{\frac{1}{t}} = 4t^2.$$

Вариант 1

А. Вычислить пределы:

- $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{4x+1}{2x+1} \right)^{\frac{3x+1}{x^2}}$
- $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin^2(3x)}{x \cdot \operatorname{arctg}(\pi x)} \right)$
- $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt{n+4} - \sqrt{n-4})$
- $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^3 - x}$
- $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} (1 + \cos 2x)^{\frac{3}{\cos 2x}}$

В. Исследовать на непрерывность:

- $f(x) = \frac{(x+2) \cdot 2^{\frac{1}{x}}}{\sqrt{x^2 + 5x + 6}}$
- $f(x) = \begin{cases} x - 3x^2 & , -4 \leq x < 0, \\ \frac{x}{2x+1} & , 0 \leq x < 3, \\ 3x - 2 & , 3 \leq x \leq 5. \end{cases}$

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.2. Контрольная работа № 2

Примерный перечень тем

1. Производные ФОП

Примерные задания

Вариант 1

1. Найти производные функций:

а) $y = \frac{\sqrt{x^3 + 4}}{x^2 - 1} + 3^{\sin x} \cdot \ln(1 - x^4) + \pi^e$; б) $y = \left(\frac{x}{x+1} \right)^{\ln x}$.

2. Вычислить предел, используя правило Лопиталья: $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\operatorname{ctg} x - \frac{1}{x} \right)$.

3. Найти угол между линиями $y = 8 - x^2$, $y = x^2$.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.3. Контрольная работа № 3

Примерный перечень тем

1. Неопределенные интегралы

Примерные задания

ВАРИАНТ 1

Выбрав метод интегрирования, вычислить интегралы:

- | | |
|---|---|
| 1) $\int \frac{dx}{1+4\cos x}$ | 2) $\int \frac{\sin x dx}{\sqrt{\cos 2x}}$ |
| 3) $\int e^{3x} \sin(2x - \pi/4) dx$ | 4) $\int x \sin^2 x dx$ |
| 5) $\int \frac{(x^4+1)}{x^5+x^4-x^3-x^2} dx$ | 6) $\int \frac{\ln x dx}{x\sqrt{1-4\ln x-\ln^2 x}}$ |
| 7) $\int \frac{3x-1}{\sqrt{x^2-3x+1}} dx$ | 8) $\int \frac{e^{2x} dx}{\sqrt[4]{1+e^x}}$ |
| 9) $\int \frac{2+\sqrt[3]{x}}{\sqrt[5]{x}+\sqrt[3]{x}+\sqrt{x+1}} dx$ | 10) $\int \frac{dx}{\operatorname{sh} x}$ |

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.4. Контрольная работа № 4

Примерный перечень тем

1. Определенный интеграл

Примерные задания

Вариант 1

1. Вычислить интегралы:

а) $\int_0^1 \ln(x+1) dx$; б) $\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}$; в) $\int_0^{\sqrt{a}} x^2 \cdot \sqrt{a-x^2} dx$.

2. Найти среднее значение функции $f(x) = x^2$ на отрезке $[0, 1]$.

3. Оценить интеграл $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{10+3\cos x}$.

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $x = -2y^2$, $x = 1 - 3y^2$.

5. Вычислить площадь фигуры, лежащей вне круга $\rho = a$ и ограниченной кривой $\rho = 2a\cos 3\varphi$.

6. Найти объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями

$$(y-1)^2 = x, \quad y = 2, \quad x = 0,$$

а) вокруг оси Oy ,

б) вокруг оси Ox .

7. Вычислить длину одной арки циклоиды $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.5. Контрольная работа № 5

Примерный перечень тем

1. Теория поля

Примерные задания

Задача 3. Вычислить массу неоднородной фигуры с функцией плотности γ .
Варианты:

1. Треугольник с вершинами $A(0;0)$, $B(\sqrt{2};\sqrt{2})$, $C(\sqrt{2};\sqrt{6})$, $\gamma = x^2 + y^2$.
2. Кольцо $\frac{\pi^2}{4} \leq x^2 + y^2 \leq 4\pi^2$; $\gamma = \left| \cos \sqrt{x^2 + y^2} \right|$.
3. Часть поверхности $y = \sqrt{c^2 - z^2}$, $x = 0$, $x = a$, $\gamma = y(x + z)$.
4. Тело, ограниченное поверхностями $z = x^2 + y^2$, $z = c$, $c > 0$; $\gamma = (x^2 + y^2 + z)^4$.
5. Тело, ограниченное поверхностью $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$; $\gamma = \sqrt{(x^2 + y^2 + z^2)^3}$.
6. Часть плоскости, ограниченная кривой $x^2 + y^2 = 16$; $\gamma = \frac{1}{\sqrt{25 - x^2 - y^2}}$.
7. Часть поверхности $z = \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}$, $z \geq 0$, $\gamma = x^2 + y^2 + z^2$.
8. Дуга $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$, $y = z$, $\gamma = \sqrt{x^2 + 2z^2}$.
9. Тело, ограниченное поверхностями $x + y + z = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$;
 $\gamma = (4x + 3y + z - 2)^{-4}$.
10. Дуга $\rho = a(1 + \cos \phi)$, $\gamma = \sqrt{x^2 + y^2}$.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.6. Контрольная работа № 6

Примерный перечень тем

1. Построение кривых в полярной системе координат

Примерные задания

Вычислить площадь четырёхлепестковой розы $\rho = a \sin 4\phi$. Где a – количество букв в фамилии студента, умноженное на номер варианта.

Выполнить построение графика.

Привести различные примеры решения задач.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.7. Контрольная работа № 7

Примерный перечень тем

1. Дифференцирование ФНП

Примерные задания

Дифференцирование функции нескольких переменных.

ЗАДАЧА 1. Показать, что функция $z = f(x, y)$ или $u = \phi(x, y, z)$ удовлетворяет соответствующему уравнению:

Варианты:

1. $z = \frac{y}{(x^2 - y^2)^5};$

ЗАДАЧА 2. Вычислить все производные первого порядка по независимым аргументам сложной функции.

Варианты:

1. $z = y \cdot \operatorname{arctg}(x/y), \quad x = t^2 - 1, \quad y = t^3;$

ЗАДАЧА 3. Написать формулу Тейлора для функции $f(x, y)$ в окрестности точки M_0 при $n = 2$.

Варианты:

1. $f(x, y) = 2xy^2 + 3x^2y - 5xy + 8, \quad M_0(1; 1);$

ЗАДАЧА 4. Исследовать функцию $f(x, y)$ на локальный экстремум.

Варианты:

1. $f(x, y) = 2x^3 - x^2 + xy^2 - 4x + 3;$

ЗАДАЧА 5. Найти *abs extr* $f(x, y)$ в замкнутой области D , заданной системой неравенств.

Варианты:

1. $z = x^2 + y^2 - 9xy + 27; \quad D: 0 \leq x \leq 3; \quad 0 \leq y \leq 3;$

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.8. Контрольная работа № 8

Примерный перечень тем

1. Исследование графиков с минимальным использованием математического аппарата

Примерные задания

Построить с минимальным использованием математического аппарата эскизы графиков функций

$$f(x) = \frac{x^4 - ax^2}{(x-b)^2(x-c)^3}; \quad g(x) = \log_{1/2}(x-a)^2.$$

где a – количество букв в имени студента, b – количество букв в фамилии студента, c – количество букв в отчестве студента

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.9. Домашняя работа № 1

Примерный перечень тем

1. Вычисление производной ФОП по определению

Примерные задания

1. Вычислить $f'(x_0)$ по определению, если $f(x) = \sqrt{a+bx}$, $x_0 = c$, где a – количество букв в имени студента, b – количество букв в фамилии студента, c – количество букв в отчестве студента

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.10. Домашняя работа № 2

Примерный перечень тем

1. Введение в численные методы

Примерные задания

Вариант 1

1. Найти с точностью $\varepsilon = 10^{-2}$ корни квадратного уравнения $1,31ax^2 - 9,72bx + 5,94c = 0$, где a – количество букв в имени студента, b – количество букв в отчестве студента, c – количество букв в фамилии студента.
Сделать проверку и вывод.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.11. Домашняя работа № 3

Примерный перечень тем

1. Среднее значение функции

Примерные задания

Найти среднее значение функции $f(x) = a + b \cos x$ на отрезке $[-\pi, \pi]$, где a – количество букв в фамилии студента, b – количество букв в имени студента. Выполнить построение. Сделать анализ полученных результатов.
Написать вывод.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.12. Домашняя работа № 4

Примерный перечень тем

1. Теория поля

Примерные задания

Вариант №1

1. Найти производную поля $\phi(x) = \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{z} + \frac{z^2}{x} - x^2yz$ в точке $A(1,2,1)$ в направлении, образующем равные острые углы с осями координат.
2. Найти угол между градиентом скалярных полей $v(x, y, z) = \frac{x^3}{2} + 6y^3 + 3\sqrt{6}z^3$ и $u(x, y, z) = \frac{x^2}{yz^2}$ в точке $M\left(\sqrt{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.
3. Показать, что поле вектора $\vec{a} = \left(2xyz + z^2 - \frac{z}{x^2}\right)i + (x^2z - 1)j + \left(x^2y + 2xz + \frac{1}{x}\right)k$ потенциально, найти потенциал поля.
4. Найти векторные линии поля градиентов функции $\phi(x, y, z) = y^2 + xz + x - z$.
5. Вычислить работу силы $\vec{F} = (yz - x^2)i + (xz - y^2)j + (xy - z^2)k$ при перемещении по линии $\begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1, \\ z = 1 \end{cases}$ из точки $A(2,0,1)$ в точку $B(0,4,1)$.
6. Вычислить поток поля $\vec{a} = y^2i + yj + xk$ через плоский треугольник с вершинами в точках $A(2,0,0)$, $B(0,-1,0)$, $C(2,0,4)$. Нормальный вектор плоскости образует острый угол с осью Ox .
7. Найти поток поля $\vec{a} = (x+y)i + (y+2z)j + (x+y+z)k$ через полусферу $z = R - \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}$ в направлении внешней нормали.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.13. Расчетная работа № 1

Примерный перечень тем

1. Введение в анализ

Примерные задания

Вариант 1

1. Найти с точностью $\varepsilon = 10^{-2}$ корни квадратного уравнения $1,31ax^2 - 9,72bx + 5,94c = 0$, где a – количество букв в имени студента, b – количество букв в отчестве студента, c – количество букв в фамилии студента.

Сделать проверку и вывод.

2. Построить графики функций, указав область задания, симметричность графика, промежутки монотонности:

а) $y = -3 - \sqrt{21 - 4x - x^2}$;

б) $y = -2\cos(2 - 2x) + 2$;

в) $y = \sqrt{(x^2 - 8x + 16) - 2|x|}$;

$$г) y = \begin{cases} x+1, & \text{если } -2 \leq x \leq 0; \\ x^2 - x + 1, & \text{если } 0 < x \leq 2; \\ x/(x+1), & \text{если } 2 < x < +\infty. \end{cases}$$

3. Доказать сходимость последовательности с общим членом $S_n = \frac{1}{1 \cdot 1} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{n(2n-1)}$.

4. Исследовать на непрерывность в области определения: $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2^{|x|} \cdot (x-1)}, & \text{если } x \neq 1, x \neq 0. \\ 0, & \text{если } x = 1, x = 0. \end{cases}$

5. Вычислить:

а) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{(x+\sqrt{x+\sqrt{x}})}}$; б) $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{(x+h)^3 - x^3}{h}$;

в) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin 5\pi x}{\sin 2\pi x}$; г) $\lim_{x \rightarrow \infty} (1 - 4/x)^{5x}$;

д) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 5x^2 - 4}{x^4 - 2x^2 + 1}$; е) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\operatorname{tg} 2x}{x} \right)^{2+x^2}$.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.14. Расчетная работа № 2

Примерный перечень тем

1. Производная ФОП

Примерные задания

Задача 1. Вычислить $f'(x_0)$ по определению, если $f(x) = \sqrt{a+bx}$, $x_0 = c$, где a – количество букв в имени студента, b – количество букв в фамилии студента, c – количество букв в отчестве студента

Задача 2. Найти угол между кривыми $y = x^2$ и $x = y^2$. Сделать рисунок. Написать уравнения касательных к графикам функций в точке их пересечения.

Задача 3. Вычислить производную функции $f(x)$ (продифференцировать функцию $f(x)$):

$$1) y = \frac{\arccos x}{2x} + \frac{1}{2} \ln \frac{1 - \sqrt{1-x^2}}{1 + \sqrt{1-x^2}} + \frac{2}{\sqrt{3}}; \quad 2) y = \frac{2^x (\sin x + \ln 2 \cdot \cos x)}{1 + (\ln 2)^2};$$

$$3) y = -\frac{\cos x}{2 \sin^2 x} + \frac{1}{2} \ln \operatorname{tg} \frac{x}{2} + \arcsin 3; \quad 4) y = \frac{\sin \alpha}{\ln(\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} \alpha)};$$

Задача 4. Вычислить предел функции, используя правило Лопиталья:

$$1) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x^\alpha} \quad (\alpha > 0); \quad 2) \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^\alpha}{a^x} \quad (\alpha > 0, a > 1);$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - x}{\sin x - x}; \quad 4) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x^2}{\arcsin x};$$

$$5) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(\sin x) - \cos x}{x^2};$$

Задача 5. Используя формулу Тейлора,

1) линеаризовать функцию $y = \ln x$ в точке $(e, 1)$;

2) вычислить приближенно $(1,98)^6$, используя представление функции $f(x) = x^6$ по формуле Тейлора, взяв $n = 2$; оценить погрешность;

$$3) \text{ вычислить } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x - x}{x \sin x}.$$

LMS-платформа – не предусмотрена

5.3. Описание контрольно-оценочных мероприятий промежуточного контроля по дисциплине модуля

5.3.1. Экзамен

Список примерных вопросов

1. Высказывания и операции над ними, предикаты, область истинности предиката, кванторы существования и всеобщности. Некоторые формулы математической логики. Структура теоремы. Операции над множествами. Сравнение множеств. Мощность множества. Счетные множества, множества мощности континуум. Понятие функции, области определения, множества значений, графика функции. Простейшие приемы построения графиков. Множество действительных чисел (аксиоматика). Числовые множества, понятие ограниченности и точных границ множества. Окрестность и проколота окрестность конечной точки, окрестность бесконечно удаленной точки.

Понятия внутренней, предельной, граничной, изолированной точки множества, замкнутого множества, открытого множества. Принцип вложенных стягивающихся отрезков. Понятие последовательности. Ограниченность, монотонность, сходимости последовательности, связи между этими понятиями. Подпоследовательность. Связь между сходимостью последовательности и ее подпоследовательностей. Теорема Больцано-Вейерштрасса (принцип компактности).

2. Определения предела функции в точке по Коши и по Гейне, их эквивалентность. Свойства предельного перехода. Односторонние пределы, критерий существования предела функции в точке в терминах односторонних пределов. Бесконечно большие и бесконечно малые в точке функции, их свойства. Сравнение бесконечно малых. Понятие непрерывности функции в точке. Локальные свойства непрерывных функций. Точки разрыва и их классификация. Техника вычисления пределов. Неопределенности и приемы их разрешения. Замечательные пределы и их следствия. Свойства функции непрерывной на отрезке: Теоремы Вейерштрасса, Больцано-Коши и их следствия.

3. Дифференцируемость функции в точке, дифференциал, производная, односторонние производные, связи между этими понятиями, их геометрический смысл. Техника дифференцирования: правила дифференцирования, «табличные» производные, логарифмическое дифференцирование. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Коши, Лагранжа, Ролля. Правило Лопиталя. Формула Тейлора. Запись остаточного члена формулы Тейлора в форме Пеано и в форме Лагранжа. Приложения формулы Тейлора. Асимптоты графика функции и их отыскание. Достаточное условие монотонности функции на промежутке. Локальный экстремум функции. Необходимое условие локального экстремума. Достаточные условия локального экстремума. Выпуклость функции на промежутке, точки перегиба. Достаточное условие выпуклости, необходимое условие перегиба, достаточное условие перегиба. Исследование функции и построение графика, построение кривых, заданных параметрически и уравнениями в полярных координатах.

4. Понятия первообразной и неопределенного интеграла, их свойства. Техника интегрирования: «табличные» интегралы и приемы сведения интегралов к табличным, интегрирование «по частям», замена переменной в неопределенном интеграле. Классы интегрируемых функций. Определенный интеграл Римана: определение и основные свойства. Условия существования. Связь между определенным и неопределенным интегралами, формула Ньютона-Лейбница. Интегрирование «по частям» и замена переменной в определенном интеграле. Геометрические и физические приложения определенного интеграла. Несобственные интегралы.

5. Пространство \mathbb{R}^n . Предел последовательности в \mathbb{R}^n . Предел и непрерывность ФНП в точке. Локальные свойства функции имеющей конечный предел в точке, локальные свойства непрерывных функций. Свойства функций, непрерывных на компактах.

6. Понятия дифференцируемости, дифференциала, частных производных ФНП, связи между ними, геометрический смысл. Дифференцирование и производная сложной функции (цепное правило). Производная по направлению и градиент. Инвариантность формы первого дифференциала. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора для ФНП. Экстремумы ФНП. Необходимое условие локального экстремума. Достаточное условие локального экстремума. Дифференцируемость отображения из \mathbb{R}^n в \mathbb{R}^m . Матрица Якоби и якобиан отображения. Неявные функции и

отображения. Дифференцируемость и производные неявных функций. Условный экстремум и метод Лагранжа отыскания условного экстремума.

7. Общее понятие интеграла по фигуре и различные типы интеграла по фигуре: Двойные и тройные интегралы, криволинейный интеграл первого рода, поверхностный интеграл первого рода. Связи между различными типами интеграла по фигуре, методы вычисления. Геометрические и физические приложения интегралов по фигуре.

8. Понятие скалярного и векторного поля. Линии и поверхности уровня, векторные линии. Интегральные характеристики векторного поля: поток и работа (линейный интеграл, циркуляция). Интегральные теоремы векторного анализа: формула Остроградского-Гаусса, формула Грина, формула Стокса Дифференциальные операторы теории поля: градиент, дивергенция, ротор, их физический смысл. Оператор Гамильтона. Классификация векторных полей: потенциальные, соленоидальные, гармонические поля и их свойства.

9. \mathbb{C} как линейное нормированное (метрическое) пространство. Предел последовательности в \mathbb{C} . Функции комплексного переменного, определение предела ФКП в точке, свойства пределов. Определение непрерывности ФКП в точке. Локальные и глобальные свойства непрерывных функций.

10. Ряды в \mathbb{R} и в \mathbb{C} : Частичные суммы, сходимость, сумма числового ряда. Необходимое условие сходимости. Свойства сходящихся числовых рядов. Остаток числового ряда, его свойства. Знакопостоянные и знакопеременные ряды в \mathbb{R} . Критерий сходимости ряда с неотрицательными членами. Признак сравнения. Интегральный признак. Признаки Д'Аламбера и Коши. Знакопеременные ряды. Признак Лейбница. Понятие фундаментальной последовательности в метрическом пространстве. Связь понятий сходимость, фундаментальность и ограниченность в произвольном метрическом пространстве. Критерий Коши сходимости последовательности и полнота метрического пространства. Полнота \mathbb{R} и \mathbb{C} . Понятие Абсолютно сходящегося ряда. Связь между сходимостью и абсолютной сходимостью числового ряда. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Условно сходящиеся ряды. Теорема Римана. Признак Дирихле сходимости числовых рядов в \mathbb{R} . Функциональные ряды: поточечная и равномерная сходимости. Необходимые и достаточные условия равномерной сходимости. Признак Вейерштрасса равномерной сходимости функционального ряда. Свойства сумм равномерно сходящихся рядов. Степенные ряды и их свойства. Ряд Тейлора функции действительного переменного. Разложение в ряды Тейлора-Маклорена основных элементарных функций и определение основных элементарных ФКП.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.4 Содержание контрольно-оценочных мероприятий по направлениям воспитательной деятельности

Направление воспитательной деятельности	Вид воспитательной деятельности	Технология воспитательной деятельности	Компетенция	Результаты обучения	Контрольно-оценочные мероприятия
Профессиональное воспитание	учебно-исследовательская, научно-исследовательская	Технология самостоятельной работы Технология	ОПК-1	У-1	Домашняя работа № 1 Домашняя работа № 2

	ая	анализа образовательных задач			Домашняя работа № 3 Домашняя работа № 4 Контрольная работа № 1 Контрольная работа № 2 Контрольная работа № 3 Контрольная работа № 4 Контрольная работа № 5 Контрольная работа № 6 Контрольная работа № 7 Контрольная работа № 8 Лекции Практические/сем инарские занятия Расчетная работа № 1 Расчетная работа № 2 Экзамен
--	----	-------------------------------------	--	--	---