

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**
Дифференциальная геометрия и топология

Код модуля
1156324(2)

Модуль
Геометрия и топология

Екатеринбург

Оценочные материалы составлены автором(ами):

№ п/п	Фамилия, имя, отчество	Ученая степень, ученое звание	Должность	Подразделение
1	Верников Борис Муневич	доктор физико-математических наук, доцент	Профессор	алгебры и фундаментальной информатики
2	Овсянников Александр Яковлевич	кандидат физико-математических наук, доцент	Доцент	департамент математики, механики и компьютерных наук

Согласовано:

Управление образовательных программ

Ю.Д. Маева

Авторы:

- Верников Борис Муневич, Профессор, алгебры и фундаментальной информатики
- Овсянников Александр Яковлевич, Доцент, департамент математики, механики и компьютерных наук

1. СТРУКТУРА И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ Дифференциальная геометрия и топология

1.	Объем дисциплины в зачетных единицах	3	
2.	Виды аудиторных занятий	Лекции Практические/семинарские занятия	
3.	Промежуточная аттестация	Экзамен	
4.	Текущая аттестация	Контрольная работа	2
		Домашняя работа	3

2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ (ИНДИКАТОРЫ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ Дифференциальная геометрия и топология

Индикатор – это признак / сигнал/ маркер, который показывает, на каком уровне обучающийся должен освоить результаты обучения и их предъявление должно подтвердить факт освоения предметного содержания данной дисциплины, указанного в табл. 1.3 РПМ-РПД.

Таблица 1

Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы)	Контрольно-оценочные средства для оценивания достижения результата обучения по дисциплине
1	2	3
ОПК-1 -Способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности	Д-3 - Демонстрировать осознанный интерес к решению задач профессиональной деятельности по избранной специальности З-1 - Демонстрировать понимание основных закономерностей, законов, теорий математики, их взаимосвязь с другими дисциплинами П-1 - Демонстрировать навыки применения простейших математических теорий и моделей для решения задач	Домашняя работа № 1 Домашняя работа № 2 Домашняя работа № 3 Контрольная работа № 1 Контрольная работа № 2 Лекции Практические/семинарские занятия Экзамен

	профессиональной деятельности У-1 - Определять пути решения задач профессиональной деятельности, опираясь на знания основных закономерностей, законов, теории математики	
--	---	--

3. ПРОЦЕДУРЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ В БАЛЬНО-РЕЙТИНГОВОЙ СИСТЕМЕ (ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА БРС)

3.1. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

1. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – 0.6		
Текущая аттестация на лекциях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>Контрольная работа 1</i>	3,16	100
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – 0.4		
Промежуточная аттестация по лекциям – экзамен		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – 0.6		
2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – 0.4		
Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>Домашняя работа 1</i>	3,5	15
<i>Домашняя работа 2</i>	3,10	15
<i>Домашняя работа 3</i>	3,15	10
<i>Контрольная работа 2</i>	3,12	40
<i>Активность на занятиях</i>	3,15	20
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям – 1		
Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям – нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям – не предусмотрено		
3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий – не предусмотрено		
Текущая аттестация на лабораторных занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах

Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям -не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям –нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено		
4. Онлайн-занятия: коэффициент значимости совокупных результатов онлайн-занятий –не предусмотрено		
Текущая аттестация на онлайн-занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по онлайн-занятиям -не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по онлайн-занятиям –нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено		

3.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта

Текущая аттестация выполнения курсовой работы/проекта	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент текущей аттестации выполнения курсовой работы/проекта– не предусмотрено		
Весовой коэффициент промежуточной аттестации выполнения курсовой работы/проекта– защиты – не предусмотрено		

4. КРИТЕРИИ И УРОВНИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

4.1. В рамках БРС применяются утвержденные на кафедре/институте критерии (признаки) оценивания достижений студентов по дисциплине модуля (табл. 4) в рамках контрольно-оценочных мероприятий на соответствие указанным в табл.1 результатам обучения (индикаторам).

Таблица 4

Критерии оценивания учебных достижений обучающихся

Результаты обучения	Критерии оценивания учебных достижений, обучающихся на соответствие результатам обучения/индикаторам
Знания	Студент демонстрирует знания и понимание в области изучения на уровне указанных индикаторов и необходимые для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Умения	Студент может применять свои знания и понимание в контекстах, представленных в оценочных заданиях, демонстрирует освоение умений на уровне указанных индикаторов и необходимых для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Опыт /владение	Студент демонстрирует опыт в области изучения на уровне указанных индикаторов.

Другие результаты	<p>Студент демонстрирует ответственность в освоении результатов обучения на уровне запланированных индикаторов.</p> <p>Студент способен выносить суждения, делать оценки и формулировать выводы в области изучения.</p> <p>Студент может сообщать преподавателю и коллегам своего уровня собственное понимание и умения в области изучения.</p>
-------------------	---

4.2 Для оценивания уровня выполнения критериев (уровня достижений обучающихся при проведении контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля) используется универсальная шкала (табл. 5).

Таблица 5

Шкала оценивания достижения результатов обучения (индикаторов) по уровням

Характеристика уровней достижения результатов обучения (индикаторов)				
№ п/п	Содержание уровня выполнения критерия оценивания результатов обучения (выполненное оценочное задание)	Шкала оценивания		
		Традиционная характеристика уровня		Качественная характеристика уровня
1.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты в полном объеме, замечаний нет	Отлично (80-100 баллов)	Зачтено	Высокий (В)
2.	Результаты обучения (индикаторы) в целом достигнуты, имеются замечания, которые не требуют обязательного устранения	Хорошо (60-79 баллов)		Средний (С)
3.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты не в полной мере, есть замечания	Удовлетворительно (40-59 баллов)		Пороговый (П)
4.	Освоение результатов обучения не соответствует индикаторам, имеются существенные ошибки и замечания, требуется доработка	Неудовлетворительно (менее 40 баллов)	Не зачтено	Недостаточный (Н)
5.	Результат обучения не достигнут, задание не выполнено	Недостаточно свидетельств для оценивания		Нет результата

5. СОДЕРЖАНИЕ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ МЕРОПРИЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

5.1. Описание аудиторных контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля

5.1.1. Лекции

Самостоятельное изучение теоретического материала по темам/разделам лекций в соответствии с содержанием дисциплины (п. 1.2. РПД)

5.1.2. Практические/семинарские занятия

Примерный перечень тем

1. Аффинные пространства.
2. Общие сведения о кривых.
3. Плоские кривые.
4. Кривые общего вида.
5. Поверхности. Касательное пространство, координатная сеть поверхности.
6. Первая фундаментальная форма поверхности. Длина кривой вдоль поверхности, угол между кривыми на поверхности, объем поверхности.
7. Вторая фундаментальная форма гиперповерхности. Основной оператор гиперповерхности. Полная и средняя кривизны, главные нормальные кривизны
8. Главные направления. Классификация точек на гиперповерхности. Нормальная кривизна гиперповерхности в точке.

Примерные задания

1. Найти длину одного витка спирали Архимеда.
2. Найти огибающую множества окружностей, построенных на хордах параболы $y=x^2$, перпендикулярных к ее оси симметрии.
3. Найти кривизну и кручение винтовой линии.
4. Найти уравнение касательной плоскости в произвольной точке прямого геликоида.
5. Найти матрицу первой фундаментальной формы произвольной поверхности вращения.
6. Найти основной оператор однополостного гиперболоида.
7. Классифицировать точки на торе («бублике»).

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2. Описание внеаудиторных контрольно-оценочных мероприятий и средств текущего контроля по дисциплине модуля

Разноуровневое (дифференцированное) обучение.

Базовый

5.2.1. Контрольная работа № 1

Примерный перечень тем

1. Аффинные пространства. Вектор-функции.
2. Общие сведения о кривых.
3. Кривые на плоскости.
4. Общая локальная теория кривых.
5. Понятие поверхности. Дифференциал, касательное пространство.
6. Внутренняя геометрия поверхностей.
7. Внешняя геометрия гиперповерхностей.

Примерные задания

1. Сформулировать определение аффинного пространства.
2. Записать формулы дифференцирования скалярного и векторного произведений.
3. Сформулировать лемму о существовании гладкой вектор-функции длины 1, ортогональной линейно независимой системе из $(n-1)$ -й вектор функций.
4. Сформулировать определение гладкой кривой в аффинном пространстве.

5. Сформулировать утверждение об инвариантности свойств кривой относительно замены параметра и изометрии.
 6. Сформулировать утверждение об инвариантности свойств кривой относительно замены параметра и изометрии.
 7. Записать формулы Френе для гладкой кривой 1-скорости.
 8. Записать формулу для кривизны плоской регулярной гладкой кривой, заданной параметрически.
 9. Сформулировать теорему о связи эволюты и семейства нормалей к исходной кривой.
 10. Сформулировать определение кривой общего вида.
 11. Сформулировать теорему о существовании репера Френе для кривой общего вида.
 12. Описать построение репера Френе для бигулярной кривой в 3-мерном пространстве.
 13. Сформулировать теорему Френе-Жордана для кривой общего вида.
 14. Сформулировать теорему об инвариантности кривизн относительно замены параметра.
 15. Сформулировать теорему о последней кривизне.
 16. Записать параметризацию 2-мерной сферы в 3-мерном пространстве.
 17. Сформулировать определение тора в дифференциальной геометрии.
 18. Сформулировать определение первой фундаментальной формы n -мерной поверхности, вложенной в m -мерное пространство, в точке p .
 19. Сформулировать определение свойств внутренней геометрии поверхности.
 20. Записать формулу для вычисления угла между кривыми на поверхности.
 21. Сформулировать определение гиперповерхности.
 22. Сформулировать определение основного оператора гиперповерхности.
 23. Сформулировать определение второй фундаментальной формы n -мерной гиперповерхности.
 24. Записать формулы для вычисления коэффициентов второй фундаментальной формы.
 25. Записать выражение для матрицы основного оператора гиперповерхности через матрицы первой и второй фундаментальных форм.
 26. Сформулировать теорему о локальном строении гиперповерхности.
 27. Виды точек на 3-мерной гиперповерхности.
 28. Сформулировать теорему Эйлера.
 29. Сформулировать определение нормальной кривизны гиперповерхности в данном направлении.
 30. Сформулировать определение асимптотической линии вдоль гиперповерхности.
- LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.2. Контрольная работа № 2

Примерный перечень тем

1. Кривые. Длина кривой.
2. Плоские кривые.
3. Кривые общего вида.

Примерные задания

1. Вычислить длину дуги между двумя произвольными точками кривой $f(t) = (a \cos t + t \sin t), a(\sin t - t \cos t)$.

2. Построить репер Френе и найти кривизну кривой $f(t) = (t, \sin t)$.
3. Задать кривую $f(t) = (a \cos t + t \sin t, a(\sin t - t \cos t))$ с помощью натурального параметра.
4. Найти огибающую семейства окружностей, построенных как на диаметрах на хордах эллипса, перпендикулярных к его большой оси.
5. Найти репер Френе, кривизну и кручение конической винтовой линии $x = t \cos t, y = t \sin t, z = at$.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.3. Домашняя работа № 1

Примерный перечень тем

1. Аффинные пространства.
2. Плоские кривые.

Примерные задания

1. Доказать, что ортогональные проекции вершин n -мерного куба на его любую большую диагональ делят ее на n равных частей.
2. Найти касательные к астроиде, наиболее удаленные от начала координат.
3. Найти огибающую семейства прямых, образующих с координатными осями треугольники постоянной площади.
4. Составить уравнение параболы, имеющей с линией $y = \ln x$ в точке $M(1,0)$ наивысший порядок касания.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.4. Домашняя работа № 2

Примерный перечень тем

1. Кривые общего вида.
2. Внутренняя геометрия поверхностей.

Примерные задания

1. На бинормальных винтовой линии отложены отрезки равной длины. Доказать, что их концы лежат на другой винтовой линии.
2. Поверхность f является частью поверхности, образованной касательными к кривой единичной скорости $c(s)$, где s - натуральный параметр. Найти матрицу 1-й фундаментальной формы поверхности f .
3. Доказать, касательные плоскости к поверхности $x^2 + y^2 = z^3$ образуют с координатными плоскостями тетраэдр постоянного объема.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.5. Домашняя работа № 3

Примерный перечень тем

1. Внешняя геометрия гиперповерхностей.

Примерные задания

1. Исследовать характер точек на поверхности $x + y = z^3$.
2. Найти полную кривизну параболоида вращения $z = x^2 + y^2$.

5.3. Описание контрольно-оценочных мероприятий промежуточного контроля по дисциплине модуля

5.3.1. Экзамен

Список примерных вопросов

1. Векторные функции скалярного аргумента. Дифференцирование билинейных отображений.
2. Регулярные кривые. Длина кривой. Замена параметра. Эквивалентность и положительная эквивалентность кривых. Инвариантность длины кривой относительно замены параметра.
3. Регулярные кривые. Длина кривой. Замена параметра. Эквивалентность и положительная эквивалентность кривых. Инвариантность свойства регулярности относительно замены параметра.
4. Кривые единичной скорости. Положительная эквивалентность регулярной кривой некоторой кривой единичной скорости.
5. Кривые на плоскости. Порядок касания. Центр и радиус кривизны. Огибающая.
6. Репер Френе плоской кривой единичной скорости. Теорема Френе-Серре.
7. Репер Френе и кривизна регулярной плоской кривой.
8. Характеризация прямой и окружности.
9. Натуральные уравнения плоской кривой единичной скорости. Восстановление плоской кривой по ее кривизне и начальным условиям.
10. Эволюта и эвольвента плоской кривой.
11. Типы точек плоской кривой.
12. Кривые общего вида. Инвариантность общего вида относительно замены параметра и изометрии.
13. Репер Френе кривой общего вида. Построение репера Френе кривой общего вида.
14. Теорема Френе-Жордана (уравнения Френе).
15. Построение и вычисление векторов репера Френе кривой общего положения в трехмерном пространстве.
16. Вычисление кривизны и кручения кривой в 3-мерном пространстве.
17. Поведение бирегулярной кривой в 3-мерном пространстве в окрестности особой точки.
18. Теорема об инвариантности кривизн относительно замены параметра.
19. Теорема об изометричности кривых с одинаковыми кривизнами и абсолютными скоростями.
20. Основная теорема локальной теории кривых. Часть 1.
21. Основная теорема локальной теории кривых. Часть 2.
22. Теорема о последней кривизне.
23. Дифференциал гладкого отображения. Лемма о том, что дифференциал переводит касательный вектор в касательный вектор.
24. Определение n -мерной поверхности в m -мерном пространстве. Координатная сеть вдоль поверхности. Касательное пространство, его стандартный базис.
25. Теорема об устройстве касательного пространства к поверхности.
26. Первая фундаментальная форма. Длина кривой вдоль поверхности.

27. Первая фундаментальная форма. Угол между кривыми вдоль поверхности.
 28. Первая фундаментальная форма. Объем поверхности. Объем тора-«бублика».
 29. Тор-«бублик» и тор в 4-мерном пространстве Сравнение объемов.
 30. Замена параметров на поверхности.
 31. Изометричность поверхностей. Совпадение внутренних геометрий на изометричных поверхностях.
 32. Доказать изометричность катеноида и прямого геликоида.
 33. Доказать, что если на диффеоморфных поверхностях длины соответственных кривых совпадают, то эти поверхности изометричны.
 34. Гауссово нормальное поле. Определение и смысл основного оператора гиперповерхности. Вторая фундаментальная форма.
 35. Поверхность вращения в 3-мерном пространстве. Координатная сеть, первая и вторая фундаментальные формы поверхности вращения.
 36. Симметричность второй фундаментальной формы и самосопряженность основного оператора гиперповерхности.
 37. Матрица основного оператора гиперповерхности в стандартном базисе касательного пространства. Полная (гауссова) кривизна, средняя кривизна, главные нормальные кривизны, главные направления.
 38. Вычисление полной и средней кривизн двумерной поверхности в трехмерном пространстве. Вычисление главных нормальных кривизн.
 39. Локальное строение гиперповерхности.
 40. Типы точек на двумерной гиперповерхности.
 41. Теорема Менье. Нормальная кривизна гиперповерхности, ее свойства.
 42. Теорема Эйлера. Формула Эйлера для двумерной гиперповерхности.
- Асимптотические направления и линии.
- LMS-платформа – не предусмотрена

5.4 Содержание контрольно-оценочных мероприятий по направлениям воспитательной деятельности

Направление воспитательной деятельности	Вид воспитательной деятельности	Технология воспитательной деятельности	Компетенция	Результаты обучения	Контрольно-оценочные мероприятия
Профессиональное воспитание	учебно-исследовательская, научно-исследовательская	Технология формирования уверенности и готовности к самостоятельной профессиональной деятельности	ОПК-1	Д-3	Домашняя работа № 1 Домашняя работа № 2 Домашняя работа № 3 Контрольная работа № 1 Контрольная работа № 2 Лекции Практические/семинарские занятия Экзамен

