

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**  
Математическая статистика

**Код модуля**  
1156469(1)

**Модуль**  
Основания классической математики

**Екатеринбург**

Оценочные материалы составлены автором(ами):

<b>№ п/п</b>	<b>Фамилия, имя, отчество</b>	<b>Ученая степень, ученое звание</b>	<b>Должность</b>	<b>Подразделение</b>
1	Хлопин Дмитрий Валерьевич	кандидат физико-математических наук, без ученого звания	Доцент	прикладной математики и механики

**Согласовано:**

Управление образовательных программ

Ю.Д. Маева

**Авторы:**

- **Хлопин Дмитрий Валерьевич, Доцент, прикладной математики и механики**

**1. СТРУКТУРА И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ Математическая статистика**

<b>1.</b>	<b>Объем дисциплины в зачетных единицах</b>	4	
<b>2.</b>	<b>Виды аудиторных занятий</b>	Лекции Лабораторные занятия	
<b>3.</b>	<b>Промежуточная аттестация</b>	Экзамен	
<b>4.</b>	<b>Текущая аттестация</b>	Контрольная работа	2
		Домашняя работа	2

**2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ (ИНДИКАТОРЫ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ Математическая статистика**

Индикатор – это признак / сигнал/ маркер, который показывает, на каком уровне обучающийся должен освоить результаты обучения и их предъявление должно подтвердить факт освоения предметного содержания данной дисциплины, указанного в табл. 1.3 РПМ-РПД.

Таблица 1

<b>Код и наименование компетенции</b>	<b>Планируемые результаты обучения (индикаторы)</b>	<b>Контрольно-оценочные средства для оценивания достижения результата обучения по дисциплине</b>
<b>1</b>	<b>2</b>	<b>3</b>
ОПК-1 -Способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности	З-1 - Демонстрировать понимание основных закономерностей, законов, теорий математики, их взаимосвязь с другими дисциплинами П-1 - Демонстрировать навыки применения простейших математических теорий и моделей для решения задач профессиональной деятельности	Домашняя работа № 2 Домашняя работа №1 Контрольная работа № 2 Контрольная работа №1 Лабораторные занятия Лекции Экзамен
ОПК-2 -Способен проводить под научным руководством исследования на основе современных методов в конкретной	Д-2 - Проявлять заинтересованность в содержании и результатах исследовательской работы З-1 - Демонстрировать понимание теоретических основ методов, используемых для	Домашняя работа № 2 Домашняя работа №1 Контрольная работа № 2 Контрольная работа №1 Лабораторные занятия Лекции Экзамен

<p>области профессиональной деятельности</p>	<p>проведения научных исследований в профильной области  П-1 - Иметь опыт выполнения стандартных исследований с использованием серийного научного и технологического оборудования, стандартной методологии и методов исследований  У-1 - Соотносить цель и задачи исследования с набором методов исследования, выбирать необходимое сочетание цели и средств</p>	
<p>ОПК-3 -Способен систематизировать, анализировать и обобщать результаты научных исследований на основе информационной и библиографической культуры</p>	<p>З-1 - Демонстрировать понимание принципов анализа и обобщения результатов научных исследований  З-2 - Формулировать требования к оформлению результатов исследований  П-1 - Иметь опыт представления обобщенных результатов исследовательской деятельности и их оформления в виде текстовых, графических и иных материалов в соответствии с требованиями  П-2 - Иметь опыт написания обзоров литературы, справок, методик экспериментов, описания и обсуждения результатов экспериментов на основе информационной и библиографической культуры  У-1 - Систематизировать и анализировать результаты экспериментов, наблюдений, измерений  У-2 - Оформлять результаты исследовательской деятельности в виде обзоров литературы, справок, методик в соответствии с принятыми в профессиональной области требованиями</p>	<p>Домашняя работа № 2  Домашняя работа №1  Контрольная работа № 2  Контрольная работа №1  Лабораторные занятия  Лекции  Экзамен</p>

### 3. ПРОЦЕДУРЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ В БАЛЬНО-РЕЙТИНГОВОЙ СИСТЕМЕ (ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА БРС)

#### 3.1. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

<b>1. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – 0.50</b>		
Текущая аттестация на лекциях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>Работа на занятиях</i>	17	20
<i>контрольная работа</i>	17	80
<b>Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – 0.50</b>		
<b>Промежуточная аттестация по лекциям – экзамен</b>		
<b>Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – 0.50</b>		
<b>2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – не предусмотрено</b>		
Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<b>Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям– не предусмотрено</b>		
<b>Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям–нет</b>		
<b>Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям– не предусмотрено</b>		
<b>3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий –0.50</b>		
Текущая аттестация на лабораторных занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>домашняя работа</i>	9	30
<i>домашняя работа</i>	16	30
<i>контрольная работа</i>	17	40
<b>Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям -1.00</b>		
<b>Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям –нет</b>		
<b>Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям – 0.00</b>		
<b>4. Онлайн-занятия: коэффициент значимости совокупных результатов онлайн-занятий –не предусмотрено</b>		
Текущая аттестация на онлайн-занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах

<b>Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по онлайн-занятиям -не предусмотрено</b>		
<b>Промежуточная аттестация по онлайн-занятиям –нет</b>		
<b>Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено</b>		

### 3.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта

Текущая аттестация выполнения курсовой работы/проекта	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<b>Весовой коэффициент текущей аттестации выполнения курсовой работы/проекта– не предусмотрено</b>		
<b>Весовой коэффициент промежуточной аттестации выполнения курсовой работы/проекта– защиты – не предусмотрено</b>		

## 4. КРИТЕРИИ И УРОВНИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

4.1. В рамках БРС применяются утвержденные на кафедре/институте критерии (признаки) оценивания достижений студентов по дисциплине модуля (табл. 4) в рамках контрольно-оценочных мероприятий на соответствие указанным в табл.1 результатам обучения (индикаторам).

Таблица 4

### Критерии оценивания учебных достижений обучающихся

Результаты обучения	Критерии оценивания учебных достижений, обучающихся на соответствие результатам обучения/индикаторам
Знания	Студент демонстрирует знания и понимание в области изучения на уровне указанных индикаторов и необходимые для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Умения	Студент может применять свои знания и понимание в контекстах, представленных в оценочных заданиях, демонстрирует освоение умений на уровне указанных индикаторов и необходимых для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Опыт /владение	Студент демонстрирует опыт в области изучения на уровне указанных индикаторов.
Другие результаты	Студент демонстрирует ответственность в освоении результатов обучения на уровне запланированных индикаторов. Студент способен выносить суждения, делать оценки и формулировать выводы в области изучения. Студент может сообщать преподавателю и коллегам своего уровня собственное понимание и умения в области изучения.

4.2 Для оценивания уровня выполнения критериев (уровня достижений обучающихся при проведении контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля) используется универсальная шкала (табл. 5).

## Шкала оценивания достижения результатов обучения (индикаторов) по уровням

Характеристика уровней достижения результатов обучения (индикаторов)				
№ п/п	Содержание уровня выполнения критерия оценивания результатов обучения (выполненное оценочное задание)	Шкала оценивания		
		Традиционная характеристика уровня	Качественная характеристика уровня	
1.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты в полном объеме, замечаний нет	Отлично (80-100 баллов)	Зачтено	Высокий (В)
2.	Результаты обучения (индикаторы) в целом достигнуты, имеются замечания, которые не требуют обязательного устранения	Хорошо (60-79 баллов)		Средний (С)
3.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты не в полной мере, есть замечания	Удовлетворительно (40-59 баллов)		Пороговый (П)
4.	Освоение результатов обучения не соответствует индикаторам, имеются существенные ошибки и замечания, требуется доработка	Неудовлетворительно (менее 40 баллов)	Не зачтено	Недостаточный (Н)
5.	Результат обучения не достигнут, задание не выполнено	Недостаточно свидетельств для оценивания		Нет результата

## 5. СОДЕРЖАНИЕ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ МЕРОПРИЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

### 5.1. Описание аудиторных контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля

#### 5.1.1. Лекции

Самостоятельное изучение теоретического материала по темам/разделам лекций в соответствии с содержанием дисциплины (п. 1.2. РПД)

#### 5.1.2. Лабораторные занятия

Примерный перечень тем

1. Введение в математическую статистику
  2. Точечные оценки
  3. Статистические гипотезы
  4. Критерии однородности
  5. Регрессионный анализ
- LMS-платформа – не предусмотрена

## 5.2. Описание внеаудиторных контрольно-оценочных мероприятий и средств текущего контроля по дисциплине модуля

Разноуровневое (дифференцированное) обучение.

### Базовый

#### 5.2.1. Контрольная работа №1

Примерный перечень тем

1. Статистические гипотезы

Примерные задания

1 [4 балла в сумме за все пункты]. Пусть для статистики  $\theta^*$  как оценки параметра  $\theta_0 \in \Theta \subset \mathbb{R}$  выполнено  $\frac{1}{c_n}(\theta^*(X_1, \dots, X_n) - \theta_0) \xrightarrow{d} N(0, 1)$  с какими-то  $c_n > 0$ . Можно ли утверждать, что

- 1)  $|\theta^* - \theta_0|$  сходятся по распределению к 0;
- 2)  $\theta^*$  состоятельна в слабом смысле, если  $c_n \rightarrow 0$ ;
- 3)  $\theta^*$  состоятельна в сильном смысле;
- 4)  $\sqrt{\theta^*}$  — несмещенная оценка для  $\sqrt{\theta_0}$ , если  $\theta^*$  была несмещенной.

2 [3 балла на всех за каждый пункт, проверяется только один пункт у каждого]. Докажите или опровергните ровно один пункт выше. Начните с его номера: « $N$ )».

3. [3 балла]. Докажите, что для  $F_X(0)$  оценка  $F^n(x) \triangleq \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n h(X_i)$ , где  $h(t) \triangleq 1_{(-\infty, 0]}(t)$ , несмещенная и асимптотически нормальная.

4. [3 балла]. В определении состоятельности в слабом смысле (4 слайд 22 лекции) пропущена как минимум одна буква. Какая и где?

Объяснить тоже полезно.



LMS-платформа – не предусмотрена

#### 5.2.2. Контрольная работа № 2

Примерный перечень тем

1. Критерии однородности

2. Регрессионный анализ

Примерные задания



### КОНТРОЛЬНАЯ 3.1

1. Известно, что вероятность рождения мальчика приблизительно равна 0,515. Какова вероятность того, что среди 10 тысяч новорожденных мальчиков будет не больше, чем девочек?

2. Пусть некто вложил все деньги в акции, которые приносят  $X\%$  годовых.  $X$  равномерно принимает следующие значения:  $-25, 0, 30$ . Капитал при этом ведет себя по закону  $K_{i+1} = K_i(1 + X_i/100)$ . Считая, что  $X_i$  независимы, найдите предел  $E(\ln K_i)$ , найдите также случайную величину к которой почти наверняка сойдется  $K_i$ . Оцените с помощью ЦПТ пределы, в которых с вероятностью большей  $0,9 \approx F_{N(0,1)}(1,28)$  будет лежать  $K_{50}/K_0$ .

3. Рассмотрим последовательность испытаний Бернулли. Пусть  $U_n$  — вероятность того, что первая комбинация “успех-неудача” появится при  $n - 1$ -м и  $n$ -м испытаниях. Найти среднее значение и дисперсию  $U_n$ , если вероятность успеха  $p$ . Использовать производящую функцию не запрещается.

4. Величины  $X_1, \dots, X_n$  равномерно распределены на единичном отрезке. Найдите математическое ожидание длины множества точек, удаленных от середины отрезка меньше чем любой из  $X_1, \dots, X_n$ .

5. Рассмотрим последовательность независимых испытаний Бернулли, с вероятностью успеха в каждом  $1/2$ . Пусть  $X_n$  — случайная величина, равная длине максимальной серии успехов в первых  $2^n$  испытаниях. Докажите, что с вероятностью 1 с некоторого момента выполнено  $X_n \geq n/2$ .

LMS-платформа – не предусмотрена

#### 5.2.3. Домашняя работа №1

Примерный перечень тем

##### 1. Статистические гипотезы

Примерные задания

1. Для лица, дожившего до 20-летнего возраста, вероятность смерти на 21-м году жизни равна 0,006. Застрахована группа в 10000 человек 20-летнего возраста, причем каждый застрахованный внес 120 рублей страховых взносов за год. В случае смерти застрахованного страховое учреждение выплачивает наследникам 10000 рублей. Оцените через ЦПТ вероятность того, что к концу года страховое учреждение окажется в убытке.

LMS-платформа – не предусмотрена

#### 5.2.4. Домашняя работа № 2

Примерный перечень тем

##### 1. Статистические гипотезы

Примерные задания

2. Предположим, что при наборе книги существует постоянная вероятность 0,0001 того, что любая буква будет набрана неправильно. После набора гранки прочитывает корректор, который обнаруживает каждую опечатку с вероятностью 0,9. После корректора — автор, обнаруживающий каждую из оставшихся опечаток с вероятностью 0,5. Оцените через предельные теоремы вероятность того, что в книге со 100 тысячами печатных знаков останется после этого не более 10 незамеченных опечаток.

LMS-платформа – не предусмотрена

### 5.3. Описание контрольно-оценочных мероприятий промежуточного контроля по дисциплине модуля

#### 5.3.1. Экзамен

Список примерных вопросов

##### 1. Сходимости по вероятности и почти всюду. Леммы Бореля---Кантелли

2. Усиленный закон больших чисел Сходимость в среднем
  3. Сходимость по распределению и слабая сходимость
  4. Характеристические функции и их свойства. Формула обращения
  5. Теорема Леви и половинка теорема Хелли
  6. Производящие функции и их свойства
  7. Центральная предельная теорема
  8. Эргодическая теория. Теорема Биркгофа---Хинчина
  9. Выборочные средние. Параметрическое оценивание. Закон больших чисел в форме Хинчина
  10. Метод моментов. Метод наибольшего (максимального) правдоподобия
  11. Информация по Фишеру. Неравенство Рао---Крамера
  12. Проверка гипотез. Лемма Неймана---Пирсона
  13. Последовательный критерий Вальда. Минимальность по времени
  14. Последовательный критерий Вальда. Оценка снизу
  15. Случайные процессы. Теорема Колмогорова о построении случайных процессов.
- Моменты остановки
16. Марковские цепи с конечным числом состояний и дискретным временем.
- Стационарное распределение
17. Стационарные марковские цепи. Сходимость к стационарному распределению и ЗБЧ для эргодической матрицы
  18. Моменты остановки и мартингалы. Примеры
  19. Теорема о произвольном выборе. Тождества Вальда. Неравенства Дуба и Колмогорова
  20. Замкнутые справа мартингалы. Теорема Дуба
  21. Теорема об оптимальной остановке: общий случай с ограниченным моментом остановки
  22. Теорема об оптимальной остановке: марковский случай с потенциально неограниченным моментом остановки
- LMS-платформа – не предусмотрена

#### 5.4 Содержание контрольно-оценочных мероприятий по направлениям воспитательной деятельности

Направление воспитательной деятельности	Вид воспитательной деятельности	Технология воспитательной деятельности	Компетенция	Результаты обучения	Контрольно-оценочные мероприятия
Профессиональное воспитание	профориентационная деятельность	Технология формирования уверенности и готовности к самостоятельной успешной профессиональной деятельности	ОПК-2	Д-2	Домашняя работа № 2 Домашняя работа №1 Контрольная работа № 2 Контрольная работа №1 Лабораторные занятия Лекции

					Экзамен
--	--	--	--	--	---------