ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ
Алгебра и геометрия

Код модуля	Модуль
1149849(1)	Высшая математика для профессиональной деятельности

Екатеринбург

Оценочные материалы составлены автором(ами):

№ п/п	Фамилия, имя, отчество	Ученая степень, ученое звание	Должность	Подразделение
1	Белоусова Вероника Игоревна	кандидат физико-математических наук	Доцент	ДИТиА

Согласовано:

Управление образовательных программ Т.Г. Комарова

Авторы:

1. СТРУКТУРА И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ Алгебра и геометрия

1.	**Объем дисциплины в зачетных единицах**	8	
2.	**Виды аудиторных занятий**	Лекции Практические/семинарские занятия	
3.	**Промежуточная аттестация**	Экзамен	
4.	**Текущая аттестация**	Контрольная работа	4
		Домашняя работа	4

2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ (ИНДИКАТОРЫ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ Алгебра и геометрия

Индикатор – это признак / сигнал/ маркер, который показывает, на каком уровне обучающийся должен освоить результаты обучения и их предъявление должно подтвердить факт освоения предметного содержания данной дисциплины, указанного в табл. 1.3 РПМ-РПД.

Таблица 1

Код и наименование компетенции	**Планируемые результаты обучения (индикаторы)**	**Контрольно-оценочные средства для оценивания достижения результата обучения по дисциплине**
1	**2**	**3**
ОПК-2 -Способен формализовывать и решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, используя методы моделирования и математического анализа.	Д-1 - Способность к самообразованию, к самостоятельному освоению новых методов математического анализа и моделирования З-1 - Привести примеры использования методов моделирования и математического анализа в решении задач, относящихся к профессиональной деятельности П-1 - Решать поставленные задачи, относящиеся к области профессиональной деятельности, используя освоенные за время обучения пакеты прикладных программ для моделирования и математического анализа	Домашняя работа № 1 Домашняя работа № 2 Домашняя работа № 3 Домашняя работа № 4 Контрольная работа № 1 Контрольная работа № 2 Контрольная работа № 3 Контрольная работа № 4 Лекции Практические/семинарские занятия Экзамен

	У-1 - Обоснованно выбрать возможные методы моделирования и математического анализа для предложенных задач профессиональной деятельности	
УК-1 -Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач, в том числе в цифровой среде	Д-6 - Демонстрировать умения четко мыслить и эффективно принимать решения З-8 - Сделать обзор основных видов логики, законов логики, правил и методов анализа З-9 - Демонстрировать понимание смысла построения логических формализованных систем, своеобразие системного подхода к изучению мышления по сравнению с другими науками П-7 - Иметь опыт разработки вариантов решения поставленных задач, совершая мыслительные процедуры и операции в соответствии с законами логики и правилами мышления У-11 - Анализировать, сопоставлять и систематизировать информацию, выводить умозаключения, опираясь на законы логики, и правильно формулировать суждения для решения поставленных задач	Домашняя работа № 1 Домашняя работа № 2 Домашняя работа № 3 Домашняя работа № 4 Контрольная работа № 1 Контрольная работа № 2 Контрольная работа № 3 Контрольная работа № 4 Лекции Практические/семинарские занятия Экзамен

3. ПРОЦЕДУРЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ В БАЛЬНО-РЕЙТИНГОВОЙ СИСТЕМЕ (ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА БРС)

3.1. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

1. **Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – 0.80**

Текущая аттестация на лекциях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
контрольная работа	*2,7*	*50*
контрольная работа	*2,14*	*50*
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – 0.40		
Промежуточная аттестация по лекциям – экзамен **Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – 0.60**		
2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – 0.20		
Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	**Сроки – семестр, учебная неделя**	**Максимальная оценка в баллах**
домашняя работа	2,10	50
домашняя работа	2,16	50
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям– 1.00		
Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям–нет **Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям– 0.00**		
3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий –не предусмотрено		
Текущая аттестация на лабораторных занятиях	**Сроки – семестр, учебная неделя**	**Максимальная оценка в баллах**
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям -не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям –нет **Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено**		
4. Онлайн-занятия: коэффициент значимости совокупных результатов онлайн-занятий –не предусмотрено		
Текущая аттестация на онлайн-занятиях	**Сроки – семестр, учебная неделя**	**Максимальная оценка в баллах**
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по онлайн-занятиям -не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по онлайн-занятиям –нет **Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено**		

3.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта

Текущая аттестация выполнения курсовой работы/проекта	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах

Весовой коэффициент текущей аттестации выполнения курсовой работы/проекта– не предусмотрено		
Весовой коэффициент промежуточной аттестации выполнения курсовой работы/проекта– защиты – не предусмотрено		

3.1. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

2. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – 0.80		
Текущая аттестация на лекциях	**Сроки – семестр, учебная неделя**	**Максимальная оценка в баллах**
контрольная работа	1,7	*50*
контрольная работа	1,14	*50*
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – 0.40		
Промежуточная аттестация по лекциям – экзамен **Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – 0.60**		
2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – 0.20		
Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	**Сроки – семестр, учебная неделя**	**Максимальная оценка в баллах**
домашняя работа	1,10	50
домашняя работа	1,16	50
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям– 1.00		
Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям–нет **Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям– 0.00**		
3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий –не предусмотрено		
Текущая аттестация на лабораторных занятиях	**Сроки – семестр, учебная неделя**	**Максимальная оценка в баллах**
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям -не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям –нет **Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено**		
4. Онлайн-занятия: коэффициент значимости совокупных результатов онлайн-занятий –не предусмотрено		
Текущая аттестация на онлайн-занятиях	**Сроки – семестр, учебная неделя**	**Максимальная оценка в баллах**

Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по онлайн-занятиям -не предусмотрено
Промежуточная аттестация по онлайн-занятиям –нет **Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено**

3.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта

Текущая аттестация выполнения курсовой работы/проекта	**Сроки − семестр, учебная неделя**	**Максимальная оценка в баллах**
Весовой коэффициент текущей аттестации выполнения курсовой работы/проекта– не предусмотрено		
Весовой коэффициент промежуточной аттестации выполнения курсовой работы/проекта– защиты – не предусмотрено		

4. КРИТЕРИИ И УРОВНИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

4.1. В рамках БРС применяются утвержденные на кафедре/институте критерии (признаки) оценивания достижений студентов по дисциплине модуля (табл. 4) в рамках контрольно-оценочных мероприятий на соответствие указанным в табл.1 результатам обучения (индикаторам).

Таблица 4

Критерии оценивания учебных достижений обучающихся

Результаты обучения	**Критерии оценивания учебных достижений, обучающихся на соответствие результатам обучения/индикаторам**
Знания	Студент демонстрирует знания и понимание в области изучения на уровне указанных индикаторов и необходимые для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Умения	Студент может применять свои знания и понимание в контекстах, представленных в оценочных заданиях, демонстрирует освоение умений на уровне указанных индикаторов и необходимых для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Опыт /владение	Студент демонстрирует опыт в области изучения на уровне указанных индикаторов.
Другие результаты	Студент демонстрирует ответственность в освоении результатов обучения на уровне запланированных индикаторов. Студент способен выносить суждения, делать оценки и формулировать выводы в области изучения. Студент может сообщать преподавателю и коллегам своего уровня собственное понимание и умения в области изучения.

4.2 Для оценивания уровня выполнения критериев (уровня достижений обучающихся при проведении контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля) используется универсальная шкала (табл. 5).

Таблица 5

Шкала оценивания достижения результатов обучения (индикаторов) по уровням

Характеристика уровней достижения результатов обучения (индикаторов)				
№ п/п	Содержание уровня выполнения критерия оценивания результатов обучения (выполненное оценочное задание)	Шкала оценивания		
		Традиционная характеристика уровня		Качественная характеристика уровня
1.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты в полном объеме, замечаний нет	Отлично (80-100 баллов)	Зачтено	Высокий (В)
2.	Результаты обучения (индикаторы) в целом достигнуты, имеются замечания, которые не требуют обязательного устранения	Хорошо (60-79 баллов)		Средний (С)
3.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты не в полной мере, есть замечания	Удовлетворительно (40-59 баллов)		Пороговый (П)
4.	Освоение результатов обучения не соответствует индикаторам, имеются существенные ошибки и замечания, требуется доработка	Неудовлетворительно (менее 40 баллов)	Не зачтено	Недостаточный (Н)
5.	Результат обучения не достигнут, задание не выполнено	Недостаточно свидетельств для оценивания		Нет результата

5. СОДЕРЖАНИЕ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ МЕРОПРИЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

5.1. Описание аудиторных контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля

5.1.1. Лекции

Самостоятельное изучение теоретического материала по темам/разделам лекций в соответствии с содержанием дисциплины (п. 1.2. РПД)

5.1.2. Практические/семинарские занятия

Примерный перечень тем

1. Понятие алгебраической структуры. Понятие группы, кольца, поля. Примеры. Поле комплексных чисел. Три формы записи комплексного числа. Операции над комплексными числами. Кольцо многочленов. Алгоритм деления многочленов с остатком. Теорема Безу. Теорема Гаусса (с доказательством). Разложение на множители многочлена над полем действительных чисел и над полем комплексных чисел.

2. Понятие определителей второго и третьего порядков, их свойства, методы вычислений определителей n-го порядка.

3. Понятие матрицы, виды матриц. След матрицы. Сложение матриц, умножение матриц на число. Умножение матриц. Целая положительная степень матрицы. Матричная форма записи системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Обращения матриц. Правило Крамера.

4. Определение линейного пространства (линеала). Примеры. Линейно-зависимые и линейно-независимые системы элементов линеалов. Свойства этих систем. Теорема Штейница. Понятие максимальной линейно-независимой системы элементов. Эквивалентность МЛНС, ранг системы элементов. Базис и размерность линеала. Теорема о конечномерном базисе линеала. Теорема о единственности разложения вектора по базису. Координаты вектора. Использование понятия линейного пространства в задачах линейного программирования. Понятие изоморфизма линеалов. Условие изоморфизма. Ранги (столбцовый и строчный) матриц. Лемма о рангах. Теорема о ранге матрицы. Базис и минор матрицы. Теорема о базисном миноре. Условие равенства нулю определителя. Подпространство линеалов. Линейная оболочка, "натянутая" на конечное множество векторов. Теорема о размерности линейной оболочки. Переход от одного базиса к другому, матрица перехода. Теорема о матрице прямого и обратного перехода. Преобразование координат вектора при переходе от одного базиса к другому.

5. Основные методы решения СЛУ. Ранг СЛУ. Критерий совместности. Линейные свойства решений однородной СЛУ. Теорема о необходимом и достаточном условии существования ненулевого решения ОСЛУ. Фундаментальная система решений ОСЛУ. Теорема о структуре общего решения ОСЛУ. Структура общего решения НСЛУ.

6. Аксиоматическое определение скалярного произведения элементов линеала. Основные метрические понятия о евклидовом пространстве: норма, метрика, угол. Неравенство Коши – Буняковского. Ортогональность элементов. Ортогональные и ортонормированные системы элементов, их свойства. Процесс ортогонализации системы элементов. Определение ортонормированного базиса конечномерного линеала. Теорема существования ОНБ в произвольном евклидовом пространстве. Выражение скалярного произведения через координаты перемножаемых векторов в произвольном базисе и в ОНБ. Матрица Грама. Необходимое и достаточное условие линейной зависимости (линейной независимости) системы элементов (векторов). Прямоугольные координаты вектора. Понятие ортогонального дополнения подпространства. Разложение евклидова пространства на прямую сумму подпространств. Проекция вектора на подпространство. Кратчайшее расстояние элемента до подпространства.

7. Векторное произведение двух геометрических векторов. Свойства. Условие коллинеарности векторов. Выражение векторного произведения через координаты перемножаемых векторов в ОНБ. Вычисление площадей параллелограмма и треугольника. Смешанное произведение геометрических векторов. Свойства. Выражение через координаты перемножаемых векторов. Геометрическая интерпретация. Условие компланарности трех векторов. Вычисление объемов параллелепипеда и тетраэдра. Понятие двойного векторного произведения.

8. Линия на плоскости. Прямая, различные виды ее уравнений. Угловые соотношения. Кривые второго порядка. Приведение уравнений кривых второго порядка, не содержащих произведения разноименных координат, к каноническому виду. Построение кривых в полярных координатах, при параметрическом задании кривой. Плоскость в R3, виды ее уравнения. Взаимное расположение двух плоскостей. Угловые соотношения.

9. Прямая в пространстве. Канонические, параметрические, общие уравнения прямой. Взаимное расположение двух прямых, угловые соотношения между ними. Прямая и плоскость в пространстве R3. Взаимное расположение прямой и плоскости, угловые соотношение между ними. Формулы расстояния от точки до плоскости, от точки до прямой, между двумя скрещивающимися прямыми. Поверхности второго порядка (эллипсоид, парабалоиды, гиперболоиды, цилиндрическая и канонические поверхности, поверхности вращения). Плоскость и прямая в Rn, их уравнения. Гиперплоскость, ее уравнение, гиперплоскость в R2, R3.

10. Понятие линейного оператора A: Pn>Pm. Матрица оператора. Выражение координат образа через координаты прообраза. Связь между матрицами оператора при переходе от одного базиса к другому. Подобные матрицы. Ядро и образ оператора. Ранг и дефект оператора, их инвариантность, связь. Вырожденные и невырожденные операторы. Условие невырожденности оператора. Операции над линейными операторами и соответственно над их матрицами. Понятие обратного оператора. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора, основные свойства. Теорема существования собственных векторов для любого оператора в пространстве Cn. Характеристический многочлен оператора его инвариантность. Отыскание собственных значений и собственных векторов оператора. Спектр оператора. Оператор простой структуры. Приведение матрицы оператора простой структуры к диагональному виду. Геометрическая интерпретация действия оператора простой структуры. Понятие инвариантного подпространства. Приведение матрицы линейного оператора к клеточно-диагональному виду. Структура произвольного оператора в Cn. Понятие жордановской клетки, жордановой нормальной формы матрицы. Построение канонического базиса (в простейшем случае).

11. Основные классы линейных операторов в евклидовых пространствах: сопряженный, ортогональный (унитарный), самосопряженный, нормальный. Сопряженный оператор в Cn и в Rn, его матрица в ОНБ, свойства. Теорема существования и единственности. Симметричный (самосопряженный) оператор в Rn . Свойства собственных значений и собственных векторов. Теорема о структуре симметричного оператора. Приведение его матрицы к диагональному виду в ОНБ из собственных векторов. Ортогональный оператор. Свойства изометрии. Необходимые и достаточные условия ортогональности оператора. Собственные значения и собственные векторы, матрицы ортогонального оператора в ОНБ; свойства. Структура ортогонального оператора в E1, E2, En. Эрмитов оператор в Cn, его свойства. Приведение его матрицы к диагональному виду. Унитарный оператор в Cn, его свойства. Приведение его матрицы к диагональному виду.

12. Определение квадратичной формы в En, матрица квадратичной формы. Знакоопределенные, знакопостоянные и знакопеременные квадратичные формы. Критерий Сильвестра (без доказательства). Связь квадратичных форм с линейными операторам. Приведение квдратичной формы к каноническому виду. Общее уравнение фигуры второго порядка. Применение теории квадратичных форм к задачам аналитической геометрии.

13. Физические и экономический задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям (ДУ). ДУ первого порядка. Геометрическая интерпретация ДУ и его решений. Поле направлений. Метод изоклин. Задача Коши. Определение общего, частного и особого решения ДУ. Теорема существования и единственности решения задачи Коши ДУ первого порядка, разрешенного относительно производной (доказательство с помощью

теоремы Банаха). Некоторые типы ДУ первого порядка, решаемые аналитически (ДУ с разделяющими переменными, однородные ДУ первого порядка, линейные, ДУ Бернулли, ДУ в полных дифференциалах). ДУ высших порядков (терминология, задача Коши, определение общего и частного решений). Теорема существования и единственности решения ДУ n-ого порядка, разрешенного относительно y(n) (без доказательства).

14. ДУ высших порядков, допускающие понижение порядка (неполное ДУ: ДУ, сводящиеся к равенству двух точных производных: ДУ, однородные относительно неизвестной функции и ее производных). Однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения (сокращенно ОЛДУ и НЛДУ). Метод Эйлера для ОЛДУ с постоянными коэффициентами. Метод вариаций произвольных постоянных для НЛДУ. Таблица рекомендаций подбора решений НЛДУ с постоянными коэффициентами в случае квазимногочлена в правой части НЛДУ. Теорема о суперпозиции для НЛДУ. Решение НЛДУ с переменными коэффициентами (в случае известного одного решения соответствующего ОЛДУ). ДУ Эйлера. Подстановка Еругина – сведение ОЛДУ к ОЛДУ с постоянными коэффициентами.

15. Система ДУ в нормальной форме (терминология, геометрическая и механическая интерпретация СДУ и ее решений, задача Коши, определения общего и частного решений СДУ). Аналогия СДУ в нормальной векторной форме и ДУ первого порядка, разрешенного относительно производной неизвестной функции. Решение СДУ сведением к одному ДУ высшего порядка. Решение СДУ методом интегрируемых комбинаций (определение первого интеграла СДУ, линейная независимость системы первых интегралов, общий интеграл СДУ). Симметричная форма записи СДУ, решение ее методом интегрируемых комбинаций. Векторно-матричная форма записи системы линейных дифференциальных уравнений (СЛДУ): неоднородные уравнение – СНЛДУ и однородных – СОЛДУ. Утверждение: о линейности пространства решений СОЛДУ; об изоморфизме пространства решений СОЛДУ и пространства n-мерных векторов (начальных условий); о существовании базиса в пространстве решений СОЛДУ. Теорема о структуре общего решения СОЛДУ. Определение линейной зависимости и линейной независимости конечной системы вектор – функций скалярного аргумента. Утверждение о необходимом условии линейной зависимости конечной системы вектор-функций. Определитель Вронского для решения СОЛДУ Утверждение о необходимом и достаточном условии линейной независимости совокупности решений СОЛДУ. Определение фундаментальной матрицы СОЛДУ, ее свойства (дифференциально-матричное уравнение, нормированная фундаментальная матрица, определитель фундаментальной матрицы, запись общего решения СОЛДУ с помощью фундаментальной матрицы). Формула Лиувилля. Метод Эйлера для решения СОЛДУ с постоянными коэффициентами (случай попарно различных действительных корней характеристического уравнения; случай наличия кратных корней и комплексных корней для системы порядка не более третьего). Теорема о структуре общего решения СНЛДУ. Метод вариаций произвольных постоянных для решения СНЛДУ. Теорема о суперпозиции решений СНЛДУ. Формула Коши для СНЛДУ. Примерные задания

Примерные задания

Практическое занятие 4. Векторное и смешанное произведения векторов.

Задача 1. Вычислить площадь треугольника ABC и длину его высоты, опущенной из вершины B на сторону АС, если $A(1;1;-1)$ $B(1;2;-3), C(3;2;1)$.

Решение. Площадь треугольника ABC равна половине площади параллелограмма, построенного на векторах $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$: $S_{\Delta}=\frac{1}{2}\left|\overline{AB}\times\overline{AC}\right|$.

Найдем координаты векторов $\overline{AB}$ и $\overline{AC}$ и их векторное произведение: $\overline{AB}=(0;1;-2)$, $\overline{AC}=(2;1;2)$,

$$\overline{AB}\times\overline{AC}=\begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 0 & 1 & -2 \\ 2 & 1 & 2 \end{vmatrix}=\bar{i}\begin{vmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 2 \end{vmatrix}-\bar{j}\begin{vmatrix} 0 & -2 \\ 2 & 2 \end{vmatrix}+\bar{k}\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix}=4\bar{i}-4\bar{j}-2\bar{k}$$

Тогда площадь треугольника ABC равна $S_{\Delta}=\frac{1}{2}\sqrt{4^2+(-4)^2+(-2)^2}=3$ и, следовательно, высота треугольника $h_b=\frac{2S_{\Delta}}{\left|\overline{AC}\right|}=\frac{2\cdot 3}{\sqrt{4+1+4}}=2$.

Ответ: $h=2$.

Задача 2. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{c}=\bar{a}+2\bar{b}$ и $\bar{d}=3\bar{a}-\bar{b}$, если $|\bar{a}|=1, |\bar{b}|=2$, а угол между векторами $\bar{a}$ и $\bar{b}$ равен $\frac{\pi}{6}$.

Решение. Площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{c}$ и $\bar{d}$, равна $S_{\bar{c},\bar{d}}=\left|\bar{c}\times\bar{d}\right|$.

Из первых трех свойств векторного произведения следует, что векторное умножение суммы векторов на сумму векторов подчиняется обычным правилам умножения многочленов, кроме коммутативности. Пользуясь этими правилами, а также свойством антикоммутативности, имеем

$$\bar{c}\times\bar{d}=(\bar{a}+2\bar{b})\times(3\bar{a}-2\bar{b})=3(\bar{a}\times\bar{a})+6(\bar{b}\times\bar{a})-2(\bar{a}\times\bar{b})-4(\bar{b}\times\bar{b})=-8(\bar{a}\times\bar{b})$$

Тогда $S_{\bar{c},\bar{d}}=\left|\bar{c}\times\bar{d}\right|=8\left|\bar{a}\times\bar{b}\right|=8|\bar{a}|\cdot|\bar{b}|\sin(\bar{a},\hat{}\,\bar{b})=8$.

Ответ: $S_{\bar{c},\bar{d}}=8$.

Задача 3. Вектор $\bar{x}$, перпендикулярный к векторам $\bar{a}=(1;0;3)$ и $\bar{b}=(2;3;9)$ образует с осью Oz тупой угол. Зная, что $|\bar{x}|=\sqrt{11}$, найти его координаты.

Решение. Вектор $\bar{x}$ коллинеарен векторному произведению векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$. Поэтому $\bar{x}=\lambda(\bar{a}\times\bar{b})$. Найдем векторное произведение векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$:

$$\bar{a}\times\bar{b}=\begin{vmatrix} \bar{i} & \bar{j} & \bar{k} \\ 1 & 0 & 3 \\ 2 & 3 & 9 \end{vmatrix}=\bar{i}\begin{vmatrix} 0 & 3 \\ 3 & 9 \end{vmatrix}-\bar{j}\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 9 \end{vmatrix}+\bar{k}\begin{vmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{vmatrix}=-9\bar{i}-3\bar{j}+3\bar{k}.$$

Коэффициент пропорциональности λ векторов $\bar{x}$ и $\bar{a}\times\bar{b}$ найдем по формуле:

$$\lambda=\pm\frac{|\bar{x}|}{\left|\bar{a}\times\bar{b}\right|}=\pm\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{(-9)^2+(-3)^2+3^2}}=\pm\frac{\sqrt{11}}{\sqrt{99}}=\pm\frac{1}{3}.$$

Тогда $\bar{x}=\pm\frac{1}{3}(-9\bar{i}-3\bar{j}+3\bar{k})$. Для того чтобы третья координата вектора $\bar{x}$ была отрицательной (по условию задачи $(\bar{x},\hat{}\,Oz)>\pi/2$), положим $\lambda=-\frac{1}{3}$. Тогда искомый вектор $\bar{x}=3\bar{i}+\bar{j}-\bar{k}$.

Ответ: $\bar{x}=(-6,-24,+8)$.

Задача 4. Вычислить длину высоты тетраэдра с вершинами $A(2;3;1), B(4;1;-2), C(6;3;7), D(7;5;-3)$, опущенной из вершины D на грань ABC.

Решение. $V_{тетр}=\frac{1}{6}V_{abc}$, где V_{abc} – объем параллелепипеда, построенного на векторах $\bar{a}=\overline{AB}, \bar{b}=\overline{AC}, \bar{c}=\overline{AD}$ и равный $|\bar{a}\bar{b}\bar{c}|$. $S_{\Delta ABC}=\frac{1}{2}S_{\bar{a},\bar{b}}$, где $S_{\bar{a},\bar{b}}$ – площадь параллелограмма, построенного на векторах $\bar{a}$ и $\bar{b}$, и равна $\left|\bar{a}\times\bar{b}\right|$.

LMS-платформа − не предусмотрена

5.2. Описание внеаудиторных контрольно-оценочных мероприятий и средств текущего контроля по дисциплине модуля

Разноуровневое (дифференцированное) обучение.

Базовый

5.2.1. Контрольная работа № 1

Примерный перечень тем

1. Матрицы

Примерные задания

Вариант № 1

1. Вычислить $\begin{pmatrix} 4 & -5 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 3 \\ -5 & -6 \end{pmatrix}$.

Можно ли перемножить матрицы в обратном порядке?

2. Найти $f(A)$, если $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 5 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -2 \end{pmatrix}$ и $f(x) = x^3 - 4x^2 + 2x - 5$.

3. Найти A^{-1} двумя способами, если $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -5 \\ -3 & 7 & -5 \\ 6 & -4 & 5 \end{pmatrix}$.

4. Решить матричные уравнения:

а) $B \cdot X = A$,

б) $X \cdot A = B$,

в) $2A \cdot X - 2 \cdot X = B$,

если $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 4 \\ 2 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$.

LMS-платформа − не предусмотрена

5.2.2. Контрольная работа № 2

Примерный перечень тем

1. Векторная алгебра

Примерные задания

Вариант № 1

1. При каком условии вектор $\bar{a}+\bar{b}$ перпендикулярен вектору $\bar{a}-\bar{b}$?

2. Найти скалярное произведение векторов $\bar{n}=3\bar{a}-4\bar{b}$ и $\bar{m}=\bar{a}+\bar{b}$, если $\bar{a}$ и $\bar{b}$ – единичные векторы и $\left|\bar{a}-\bar{b}\right|=\sqrt{3}$.

3. Даны векторы $\bar{a}=-2\bar{i}+\bar{j}-8\bar{k}$ и $\bar{b}=-4\bar{i}-2\bar{j}-3\bar{k}$. Вычислить проекцию вектора $\bar{c}=\bar{a}\times\bar{b}$ на ось, составляющую с координатными осями Ox, Oy углы $\alpha=60^0, \beta=120^0$, а с осью Oz - тупой угол γ.

4. Вектор $\bar{x}$, перпендикулярный к векторам $\bar{a}=\{-1;0;2\}$ и $\bar{b}=\{2;2;-10\}$ образует с осью Ox острый угол. Зная, что $|\bar{x}|=\sqrt{14}$, найти его координаты.

5. Найти площадь треугольника, построенного на векторах $\bar{c}=\bar{a}-\bar{b}$ и $\bar{d}=2\bar{a}+\bar{b}$, если $|\bar{a}|=\sqrt{3}, |\bar{b}|=1$, а угол между векторами $\bar{a}$ и $\bar{b}$ равен 60^0.

6. Даны вершины тетраэдра: $A(2;3;1), B(4;1;-2), C(6;3;7), D(-4;-3;7)$. Найти длину его высоты, опущенной из вершины D.

LMS-платформа − не предусмотрена

5.2.3. Контрольная работа № 3

Примерный перечень тем

1. Аналитическая геометрия

Примерные задания

Вариант №1

1.Формула расстояния от точки до плоскости.

2.Найти точку, симметричную точке $A(1;0;1)$ относительно прямой

$$\begin{cases} 2x-2y+z+3=0, \\ 3x-2y+2z+17=0. \end{cases}$$

3.Вычислить кратчайшее расстояние между прямыми

$$\frac{x-1}{6}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+3}{-1}; \quad \begin{cases} x=3t+1, \\ y=2t+1, \\ z=-2t+1. \end{cases}$$

4. Найти расстояние от точки, являющейся центром поверхности $x^2+4y^2-4z^2+4x-8y=0$, до плоскости, проходящей через прямые

$$\frac{x-5}{13}=\frac{y-6}{1}=\frac{z+3}{-4}; \quad \frac{x-2}{13}=\frac{y-3}{1}=\frac{z+3}{-4}$$

Записать название и канонический вид поверхности, построить эскиз поверхности.

LMS-платформа − не предусмотрена

5.2.4. Контрольная работа № 4

Примерный перечень тем

1. Линейные операторы

Примерные задания

Контрольная работа «Линейные операторы»

Вариант 1.

1. Доказать, что оператор A: $A(x)=\begin{pmatrix} x_2 \\ 2x_3 \\ x_1 \end{pmatrix}$, где $x=(x_1,x_2,x_3)$ является линейным.

Найти матрицу оператора в базисах (i,j,k) и $(e_1=i+j, e_2=k, e_3=i+2k)$.

2. Оператор $A_1: R^2 \to R^2$ зеркально отражает все геометрические векторы плоскости XOY относительно прямой $y=\frac{x}{\sqrt{3}}$, а оператор $A_2: R^2 \to R^2$ ортогонально проектирует их на прямую $y=-\sqrt{3}x$. Как действуют на произвольный фиксированный вектор $\mathbf{x}$ операторы: $4A_2+2A_1; A_2A_1$?

Задачу решить геометрически и аналитически.

3. Оператор A в некотором базисе задан матрицей $\mathbf{A}=\begin{pmatrix} \mathbf{2} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{1} \\ \mathbf{1} & \mathbf{0} & \mathbf{2} \end{pmatrix}$.

Найти образ и ядро оператора.

4. Линейный оператор $A: R^2 \to R^2$ в базисе (e_1', e_2') имеет матрицу $\mathbf{A}=\begin{pmatrix} \mathbf{11} & \mathbf{-30} \\ \mathbf{3} & \mathbf{-8} \end{pmatrix}$. Известно, что $e_1'=-e_2, e_2'=e_1+3e_2$ и базис (e_1,e_2) - ортонормирован. Найти матрицу сопряженного оператора A^* в базисе (e_1', e_2').

LMS-платформа − не предусмотрена

5.2.5. Домашняя работа № 1

Примерный перечень тем

1. Квадратичные формы

Примерные задания

Вариант 1.

Привести уравнения 2-го порядка к каноническому виду; определить их тип; выполнить построение.

1. $2x^2+5y^2+10z^2+4xy-6xz-12yz=60;$

2. $7x^2-y^2+6xy-24\sqrt{10}x-8\sqrt{10}y+40=0;$

3. $3x^2+5y^2+3z^2+2xy+6xz+12yz=0.$

LMS-платформа − не предусмотрена

5.2.6. Домашняя работа № 2

Примерный перечень тем

1. Линейная зависимость

Примерные задания

Вариант 1

1. Пользуясь определением, проверить, являются ли данные векторы линейно-зависимыми.
$$a_1=(1,2,0-2);\ a_2=(-3,1,1,0);$$
$$a_3=(0,5,-1,1);\ a_4=(4,0,-2,1).$$

2. Из системы векторов выделить максимальную линейно независимую систему векторов и остальные векторы выразить через них.
$$a_1=(-1,2,1);\ a_2=(1,0,-3);$$
$$a_3=(0,3,-6);\ a_4=(2,-3,0).$$

3. В базисе (e_1,e_2,e_3) задан вектор $\bar{X}=(x_1,x_2,x_3)$. Найти координаты этого вектора в базисе (e_1',e_2',e_3').
$$\bar{X}=(6,-1,3);\ \begin{cases} e_1'=e_1+e_2+2e_3; \\ e_2'=2e_1-e_2; \\ e_1'=-e_1+e_2+e_3. \end{cases}$$

4. Найти матрицу перехода от базиса $e_1=(3,0,1), e_2=(0,1,0), e_3=(2,0,1)$ к базису $e_1'=(2,1,0), e_2'=(-1,1,0), e_3'=(0,1,1)$.

5. Вектор $x=(1,1,1)$ задан своими координатами в базисе $e_1=(-1,1,0), e_2=(3,1,0), e_3=(0,1,1)$.
Найти его координаты в базисе $e_1'=(-1,0,1), e_2'=(0,1,0), e_3'=(-2,0,1)$ пространства R^3.

LMS-платформа − не предусмотрена

5.2.7. Домашняя работа № 3

Примерный перечень тем

1. Дифференциальные уравнения

Примерные задания

Домашнее задание «Дифференциальные уравнения. Системы дифференциальных уравнений»

Вариант 1.

1. Найти частный интеграл (частное решение) ДУ:

1). $y^2 + x^2 y' = xyy', \quad y(1) = 1;$

2). $t^2 \dfrac{ds}{dt} = 2ts - 3, \quad s(-1) = 1;$

3). $3y^2 y' + y^3 + x = 0, \; y(0) = 0.$

2. Решить ДУ высших порядков:

1). $y'' = 2yy';$

2). $y^{IV} = x.$

3. Решить линейные дифференциальные уравнения:

1). $y'' - 4y' + 4y = 2e^{2x} + x/2, \; y(0) = 0, \; y'(0) = 3;$

2). $y''' + 9y'' = 9x + (16x + 2)e^{-x}.$

LMS-платформа − не предусмотрена

5.2.8. Домашняя работа № 4

Примерный перечень тем

1. Системы дифференциальных уравнений

Примерные задания

1. Найти общий интеграл СДУ $\frac{dx}{x^3+3xy^2}=\frac{dy}{2y^3}=\frac{dz}{2y^2z}$.

2. Методом Эйлера решить $\dot{\bar{x}}=A\bar{x}$, если матрица A задана в виде $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ 0 & 2 & 2\\ 0 & -1 & 0\end{pmatrix}$ и $\bar{x}(0)=(1,0,0)^T$.

3. Решить СНЛДУ по формуле Коши $\begin{cases}\dot{\bar{x}}=\begin{pmatrix}0 & 1\\ -1 & 0\end{pmatrix}\bar{x}+\begin{pmatrix}1\\ 3\end{pmatrix},\\ \bar{x}(0)=(1,0)^T\end{cases}$.

LMS-платформа − не предусмотрена

5.3. Описание контрольно-оценочных мероприятий промежуточного контроля по дисциплине модуля

5.3.1. Экзамен

Список примерных вопросов

1. Понятие алгебраической структуры. Понятие группы, кольца, поля. Примеры. Поле комплексных чисел. Три формы записи комплексного числа. Операции над комплексными числами. Кольцо многочленов. Алгоритм деления многочленов с остатком. Теорема Безу. Теорема Гаусса (с доказательством). Разложение на множители многочлена над полем действительных чисел и над полем комплексных чисел.

2. Понятие определителей второго и третьего порядков, их свойства, методы вычислений определителей n-го порядка.

3. Понятие матрицы, виды матриц. След матрицы. Сложение матриц, умножение матриц на число. Умножение матриц. Целая положительная степень матрицы. Матричная форма записи системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Обращения матриц. Правило Крамера.

4. Определение линейного пространства (линеала). Примеры. Линейно-зависимые и линейно-независимые системы элементов линеалов. Свойства этих систем. Теорема Штейница. Понятие максимальной линейно-независимой системы элементов. Эквивалентность МЛНС, ранг системы элементов. Базис и размерность линеала. Теорема о конечномерном базисе линеала. Теорема о единственности разложения вектора по базису. Координаты вектора. Использование понятия линейного пространства в задачах линейного программирования. Понятие изоморфизма линеалов. Условие изоморфизма. Ранги (столбцовый и строчный) матриц. Лемма о рангах. Теорема о ранге матрицы. Базис и минор матрицы. Теорема о базисном миноре. Условие равенства нулю определителя. Подпространство линеалов. Линейная оболочка, "натянутая" на конечное множество векторов. Теорема о размерности линейной оболочки. Переход от одного базиса к другому, матрица перехода. Теорема о матрице прямого и обратного перехода. Преобразование координат вектора при переходе от одного базиса к другому.

5. Основные методы решения СЛУ. Ранг СЛУ. Критерий совместности. Линейные свойства решений однородной СЛУ. Теорема о необходимом и достаточном условии

существования ненулевого решения ОСЛУ. Фундаментальная система решений ОСЛУ. Теорема о структуре общего решения ОСЛУ. Структура общего решения НСЛУ.

6. Аксиоматическое определение скалярного произведения элементов линеала. Основные метрические понятия о евклидовом пространстве: норма, метрика, угол. Неравенство Коши – Буняковского. Ортогональность элементов. Ортогональные и ортонормированные системы элементов, их свойства. Процесс ортогонализации системы элементов. Определение ортонормированного базиса конечномерного линеала. Теорема существования ОНБ в произвольном евклидовом пространстве. Выражение скалярного произведения через координаты перемножаемых векторов в произвольном базисе и в ОНБ. Матрица Грама. Необходимое и достаточное условие линейной зависимости (линейной независимости) системы элементов (векторов). Прямоугольные координаты вектора. Понятие ортогонального дополнения подпространства. Разложение евклидова пространства на прямую сумму подпространств. Проекция вектора на подпространство. Кратчайшее расстояние элемента до подпространства.

7. Векторное произведение двух геометрических векторов. Свойства. Условие коллинеарности векторов. Выражение векторного произведения через координаты перемножаемых векторов в ОНБ. Вычисление площадей параллелограмма и треугольника. Смешанное произведение геометрических векторов. Свойства. Выражение через координаты перемножаемых векторов. Геометрическая интерпретация. Условие компланарности трех векторов. Вычисление объемов параллелепипеда и тетраэдра. Понятие двойного векторного произведения.

8. Линия на плоскости. Прямая, различные виды ее уравнений. Угловые соотношения. Кривые второго порядка. Приведение уравнений кривых второго порядка, не содержащих произведения разноименных координат, к каноническому виду. Построение кривых в полярных координатах, при параметрическом задании кривой. Плоскость в R3, виды ее уравнения. Взаимное расположение двух плоскостей. Угловые соотношения.

9. Прямая в пространстве. Канонические, параметрические, общие уравнения прямой. Взаимное расположение двух прямых, угловые соотношения между ними. Прямая и плоскость в пространстве R3. Взаимное расположение прямой и плоскости, угловые соотношение между ними. Формулы расстояния от точки до плоскости, от точки до прямой, между двумя скрещивающимися прямыми. Поверхности второго порядка (эллипсоид, парабалоиды, гиперболоиды, цилиндрическая и канонические поверхности, поверхности вращения). Плоскость и прямая в Rn, их уравнения. Гиперплоскость, ее уравнение, гиперплоскость в R2, R3.

10. Понятие линейного оператора A: Pn>Pm. Матрица оператора. Выражение координат образа через координаты прообраза. Связь между матрицами оператора при переходе от одного базиса к другому. Подобные матрицы. Ядро и образ оператора. Ранг и дефект оператора, их инвариантность, связь. Вырожденные и невырожденные операторы. Условие невырожденности оператора. Операции над линейными операторами и соответственно над их матрицами. Понятие обратного оператора. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора, основные свойства. Теорема существования собственных векторов для любого оператора в пространстве Cn. Характеристический многочлен оператора его инвариантность. Отыскание собственных значений и собственных векторов оператора. Спектр оператора. Оператор простой структуры. Приведение матрицы оператора простой структуры к диагональному виду. Геометрическая интерпретация действия оператора простой структуры. Понятие

инвариантного подпространства. Приведение матрицы линейного оператора к клеточно-диагональному виду. Структура произвольного оператора в Cn. Понятие жордановской клетки, жордановой нормальной формы матрицы. Построение канонического базиса (в простейшем случае).

11. Основные классы линейных операторов в евклидовых пространствах: сопряженный, ортогональный (унитарный), самосопряженный, нормальный. Сопряженный оператор в Cn и в Rn, его матрица в ОНБ, свойства. Теорема существования и единственности. Симметричный (самосопряженный) оператор в Rn . Свойства собственных значений и собственных векторов. Теорема о структуре симметричного оператора. Приведение его матрицы к диагональному виду в ОНБ из собственных векторов. Ортогональный оператор. Свойства изометрии. Необходимые и достаточные условия ортогональности оператора. Собственные значения и собственные векторы, матрицы ортогонального оператора в ОНБ; свойства. Структура ортогонального оператора в E1, E2, En. Эрмитов оператор в Cn, его свойства. Приведение его матрицы к диагональному виду. Унитарный оператор в Cn, его свойства. Приведение его матрицы к диагональному виду.

12. Определение квадратичной формы в En, матрица квадратичной формы. Знакоопределенные, знакопостоянные и знакопеременные квадратичные формы. Критерий Сильвестра (без доказательства). Связь квадратичных форм с линейными операторам. Приведение квдратичной формы к каноническому виду. Общее уравнение фигуры второго порядка. Применение теории квадратичных форм к задачам аналитической геометрии.

13. Физические и экономический задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям (ДУ). ДУ первого порядка. Геометрическая интерпретация ДУ и его решений. Поле направлений. Метод изоклин. Задача Коши. Определение общего, частного и особого решения ДУ. Теорема существования и единственности решения задачи Коши ДУ первого порядка, разрешенного относительно производной (доказательство с помощью теоремы Банаха). Некоторые типы ДУ первого порядка, решаемые аналитически (ДУ с разделяющими переменными, однородные ДУ первого порядка, линейные, ДУ Бернулли, ДУ в полных дифференциалах). ДУ высших порядков (терминология, задача Коши, определение общего и частного решений). Теорема существования и единственности решения ДУ n-ого порядка, разрешенного относительно y(n) (без доказательства).

14. ДУ высших порядков, допускающие понижение порядка (неполное ДУ: ДУ, сводящиеся к равенству двух точных производных: ДУ, однородные относительно неизвестной функции и ее производных). Однородные и неоднородные линейные дифференциальные уравнения (сокращенно ОЛДУ и НЛДУ). Метод Эйлера для ОЛДУ с постоянными коэффициентами. Метод вариаций произвольных постоянных для НЛДУ. Таблица рекомендаций подбора решений НЛДУ с постоянными коэффициентами в случае квазимногочлена в правой части НЛДУ. Теорема о суперпозиции для НЛДУ. Решение НЛДУ с переменными коэффициентами (в случае известного одного решения соответствующего ОЛДУ). ДУ Эйлера. Подстановка Еругина – сведение ОЛДУ к ОЛДУ с постоянными коэффициентами.

15. Система ДУ в нормальной форме (терминология, геометрическая и механическая интерпретация СДУ и ее решений, задача Коши, определения общего и частного решений СДУ). Аналогия СДУ в нормальной векторной форме и ДУ первого порядка, разрешенного относительно производной неизвестной функции. Решение СДУ сведением к одному ДУ высшего порядка. Решение СДУ методом интегрируемых комбинаций

(определение первого интеграла СДУ, линейная независимость системы первых интегралов, общий интеграл СДУ). Симметричная форма записи СДУ, решение ее методом интегрируемых комбинаций. Векторно-матричная форма записи системы линейных дифференциальных уравнений (СЛДУ): неоднородные уравнение – СНЛДУ и однородных – СОЛДУ. Утверждение: о линейности пространства решений СОЛДУ; об изоморфизме пространства решений СОЛДУ и пространства n-мерных векторов (начальных условий); о существовании базиса в пространстве решений СОЛДУ. Теорема о структуре общего решения СОЛДУ. Определение линейной зависимости и линейной независимости конечной системы вектор – функций скалярного аргумента. Утверждение о необходимом условии линейной зависимости конечной системы вектор-функций. Определитель Вронского для решения СОЛДУ Утверждение о необходимом и достаточном условии линейной независимости совокупности решений СОЛДУ. Определение фундаментальной матрицы СОЛДУ, ее свойства (дифференциально-матричное уравнение, нормированная фундаментальная матрица, определитель фундаментальной матрицы, запись общего решения СОЛДУ с помощью фундаментальной матрицы). Формула Лиувилля. Метод Эйлера для решения СОЛДУ с постоянными коэффициентами (случай попарно различных действительных корней характеристического уравнения; случай наличия кратных корней и комплексных корней для системы порядка не более третьего). Теорема о структуре общего решения СНЛДУ. Метод вариаций произвольных постоянных для решения СНЛДУ. Теорема о суперпозиции решений СНЛДУ. Формула Коши для СНЛДУ. Примерные задания

LMS-платформа − не предусмотрена

5.4 Содержание контрольно-оценочных мероприятий по направлениям воспитательной деятельности

Направление воспитательной деятельности	Вид воспитательной деятельности	Технология воспитательной деятельности	Компетенция	Результаты обучения	**Контрольно-оценочные мероприятия**
Профессиональное воспитание	учебно-исследовательская, научно-исследовательская	Технология самостоятельной работы	ОПК-2	Д-1	Домашняя работа № 1 Домашняя работа № 2 Домашняя работа № 3 Домашняя работа № 4 Контрольная работа № 1 Контрольная работа № 2 Контрольная работа № 3 Контрольная работа № 4 Лекции Практические/семинарские занятия

					Экзамен