

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Вариационное исчисление и методы оптимизации

Код модуля
1156367(1)

Модуль
Экстремальные задачи

Екатеринбург

Оценочные материалы составлены автором(ами):

№ п/п	Фамилия, имя, отчество	Ученая степень, ученое звание	Должность	Подразделение
1	Сесекин Александр Николаевич	доктор физико-математических наук, профессор	Заведующий кафедрой	Кафедра механики и математического моделирования

Согласовано:

Управление образовательных программ

Р.Х. Токарева

Авторы:

- Сесекин Александр Николаевич, Заведующий кафедрой, Кафедра механики и математического моделирования

1. СТРУКТУРА И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ Вариационное исчисление и методы оптимизации

1.	Объем дисциплины в зачетных единицах	5	
2.	Виды аудиторных занятий	Лекции Практические/семинарские занятия	
3.	Промежуточная аттестация	Зачет Экзамен	
4.	Текущая аттестация	Контрольная работа	3
		Домашняя работа	3

2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ (ИНДИКАТОРЫ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ Вариационное исчисление и методы оптимизации

Индикатор – это признак / сигнал/ маркер, который показывает, на каком уровне обучающийся должен освоить результаты обучения и их предъявление должно подтвердить факт освоения предметного содержания данной дисциплины, указанного в табл. 1.3 РПМ-РПД.

Таблица 1

Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы)	Контрольно-оценочные средства для оценивания достижения результата обучения по дисциплине
1	2	3
ОПК-2 -Способен проводить под научным руководством исследования на основе современных методов в конкретной области профессиональной деятельности	Д-2 - Проявлять заинтересованность в содержании и результатах исследовательской работы З-1 - Демонстрировать понимание теоретических основ методов, используемых для проведения научных исследований в профильной области П-1 - Иметь опыт выполнения стандартных исследований с использованием серийного научного и технологического оборудования, стандартной методологии и методов исследований	Домашняя работа № 1 Домашняя работа № 2 Домашняя работа № 3 Зачет Контрольная работа № 1 Контрольная работа № 2 Контрольная работа № 3 Лекции Практические/семинарские занятия

	У-1 - Соотносить цель и задачи исследования с набором методов исследования, выбирать необходимое сочетание цели и средств	
ПК-4 -Способен применять математический аппарат для решения поставленных задач	З-1 - Демонстрировать понимание математических методов для решения экстремальных задач П-1 - Иметь опыт применения математического аппарата для решения поставленных задач У-1 - Выбирать методы решения в зависимости от содержательной постановки задачи	Домашняя работа № 1 Домашняя работа № 2 Домашняя работа № 3 Зачет Контрольная работа № 1 Контрольная работа № 2 Контрольная работа № 3 Лекции Практические/семинарские занятия

3. ПРОЦЕДУРЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ В БАЛЬНО-РЕЙТИНГОВОЙ СИСТЕМЕ (ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА БРС)

3.1. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

1. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – 0.6		
Текущая аттестация на лекциях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>Экспертиза конспекта</i>	7,16	100
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – 0.6		
Промежуточная аттестация по лекциям – экзамен		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – 0.4		
2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – 0.4		
Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>Контрольная работа 1</i>	7,6	20
<i>Контрольная работа 2</i>	7,12	20
<i>Домашняя работа 1</i>	7,8	20
<i>Домашняя работа 2</i>	7,16	20
<i>Работа на практических занятиях</i>	7,16	20
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям – 1		
Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям – нет		

Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям – не предусмотрено		
3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий – не предусмотрено		
Текущая аттестация на лабораторных занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям - не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям – нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено		
4. Онлайн-занятия: коэффициент значимости совокупных результатов онлайн-занятий – не предусмотрено		
Текущая аттестация на онлайн-занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по онлайн-занятиям - не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по онлайн-занятиям – нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено		

3.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта

Текущая аттестация выполнения курсовой работы/проекта	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент текущей аттестации выполнения курсовой работы/проекта – не предусмотрено		
Весовой коэффициент промежуточной аттестации выполнения курсовой работы/проекта – защиты – не предусмотрено		

3.1. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

2. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – 0.6		
Текущая аттестация на лекциях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>Экспертиза конспекта</i>	6,16	100
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – 0.4		
Промежуточная аттестация по лекциям – зачет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – 0.6		
2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – 0.4		

Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>Контрольная работа 3</i>	6,12	30
<i>Домашняя работа 3</i>	6,10	40
<i>Работа на практических занятиях</i>	6,16	30
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям– 1		
Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям–нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям– не предусмотрено		
3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий –не предусмотрено		
Текущая аттестация на лабораторных занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям -не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям –нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено		
4. Онлайн-занятия: коэффициент значимости совокупных результатов онлайн-занятий –не предусмотрено		
Текущая аттестация на онлайн-занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по онлайн-занятиям -не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по онлайн-занятиям –нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено		

3.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта

Текущая аттестация выполнения курсовой работы/проекта	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент текущей аттестации выполнения курсовой работы/проекта– не предусмотрено		
Весовой коэффициент промежуточной аттестации выполнения курсовой работы/проекта– защиты – не предусмотрено		

4. КРИТЕРИИ И УРОВНИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

4.1. В рамках БРС применяются утвержденные на кафедре/институте критерии (признаки) оценивания достижений студентов по дисциплине модуля (табл. 4) в рамках контрольно-

оценочных мероприятий на соответствие указанным в табл.1 результатам обучения (индикаторам).

Таблица 4

Критерии оценивания учебных достижений обучающихся

Результаты обучения	Критерии оценивания учебных достижений, обучающихся на соответствие результатам обучения/индикаторам
Знания	Студент демонстрирует знания и понимание в области изучения на уровне указанных индикаторов и необходимые для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Умения	Студент может применять свои знания и понимание в контекстах, представленных в оценочных заданиях, демонстрирует освоение умений на уровне указанных индикаторов и необходимых для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Опыт /владение	Студент демонстрирует опыт в области изучения на уровне указанных индикаторов.
Другие результаты	Студент демонстрирует ответственность в освоении результатов обучения на уровне запланированных индикаторов. Студент способен выносить суждения, делать оценки и формулировать выводы в области изучения. Студент может сообщать преподавателю и коллегам своего уровня собственное понимание и умения в области изучения.

4.2 Для оценивания уровня выполнения критериев (уровня достижений обучающихся при проведении контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля) используется универсальная шкала (табл. 5).

Таблица 5

Шкала оценивания достижения результатов обучения (индикаторов) по уровням

Характеристика уровней достижения результатов обучения (индикаторов)				
№ п/п	Содержание уровня выполнения критерия оценивания результатов обучения (выполненное оценочное задание)	Шкала оценивания		
		Традиционная характеристика уровня		Качественная характеристика уровня
1.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты в полном объеме, замечаний нет	Отлично (80-100 баллов)	Зачтено	Высокий (В)
2.	Результаты обучения (индикаторы) в целом достигнуты, имеются замечания, которые не требуют обязательного устранения	Хорошо (60-79 баллов)		Средний (С)

3.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты не в полной мере, есть замечания	Удовлетворительно (40-59 баллов)		Пороговый (П)
4.	Освоение результатов обучения не соответствует индикаторам, имеются существенные ошибки и замечания, требуется доработка	Неудовлетворительно (менее 40 баллов)	Не зачтено	Недостаточный (Н)
5.	Результат обучения не достигнут, задание не выполнено	Недостаточно свидетельств для оценивания		Нет результата

5. СОДЕРЖАНИЕ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ МЕРОПРИЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

5.1. Описание аудиторных контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля

5.1.1. Лекции

Самостоятельное изучение теоретического материала по темам/разделам лекций в соответствии с содержанием дисциплины (п. 1.2. РПД)

5.1.2. Практические/семинарские занятия

Примерный перечень тем

1. Теорема о множестве решений СЛАУ.
2. Выпуклое множество и его свойства, выпуклая комбинация.
3. Выпуклый многогранник. Теорема о вершинах многогранника.
4. Теорема отделимости для выпуклого многогранника.
5. Основная теорема ЛП.
6. Типы задач линейного программирования. Каноническая задача ЛП. Приведение задачи ЛП к канонической форме.
7. Графический метод решения задачи ЛП и его обоснование.
8. Теорема о критерии вершины многогранника решений канонической задачи ЛП.
9. Симплекс метод.
10. Методы построения опорного решения задачи ЛП.
11. Двойственность в ЛП. Двойственные задачи ЛП. Основная теорема двойственности.
12. Транспортная задача, типы транспортных задач. Условие оптимальности транспортной задачи.
13. Метод потенциалов для транспортной задачи.
14. Метод множителей Лагранжа для нелинейной задачи на условный экстремум.
15. Теорема Куна- Таккера.
16. Простейшая задача вариационного исчисления. Лемма Лагранжа. Необходимое условие экстремума.
17. Лемма Дюбуа-Раймона. Вывод уравнения Эйлера с помощью леммы Дюбуа-Раймона.
18. Интегралы уравнения Эйлера.
19. Необходимое условие экстремума в задаче Больца.
20. Задача с подвижными концами.

21. Изопериметрическая задача.
22. Задача со старшими производными. Уравнение Эйлера-Пуассона.
23. Задача Лагранжа. Необходимые условия оптимальности в задаче Лагранжа.
24. Необходимое условие сильного минимума (условие Вейерштрасса).
25. Необходимое условие слабого минимума (условие Якоби).
26. Достаточные условия сильного экстремума.
27. Достаточные условия слабого экстремума.

Примерные задания

Построить опорную функцию множества.

Найти субдифференциал заданной функции.

Найти условный экстремум.

Решить задачу ЛП геометрическим методом.

Решить задачу ЛП симплекс методом.

Решить транспортную задачу.

Решить задачу вариационного исчисления.

Решить изопериметрическую задачу.

Найти допустимые экстремали в вариационной задаче.

Определить характер экстремума в вариационной задаче.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2. Описание внеаудиторных контрольно-оценочных мероприятий и средств текущего контроля по дисциплине модуля

Разноуровневое (дифференцированное) обучение.

Базовый

5.2.1. Контрольная работа № 1

Примерный перечень тем

1. Выпуклые множества.

Примерные задания

1. Проверить выпуклость множества

$$M = \{x \in R^2 \mid x_1 - x_2^2 \leq 0, -x_1^2 + x_2 \leq 0\}.$$

2. Построить опорную функцию множества

$$M = \{x \in R^2 \mid x_1^2/a^2 + x_2^2/b^2 \leq 1\}.$$

3. Найти субдифференциал функции

$$f(x) = \max \{x, 0\}.$$

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.2. Контрольная работа № 2

Примерный перечень тем

1. Задачи нелинейного программирования.

Примерные задания

1. Исследовать на экстремум функцию

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 - x_1x_2 + x_2^2 - 2x_1 + x_2.$$

2. Решить задачу на условный экстремум

$$x_1^2 + 4x_1x_2 + x_2^2 \longrightarrow \max, \quad x_1^2 + x_2^2 = 1.$$

3. Решить задачу математического программирования, составив условия Куна-Таккера:

$$2x_1 - x_1^2 + x_2 \longrightarrow \max$$

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \leq 1 \\ x_1^2 + x_2^2 \leq 16 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.3. Контрольная работа № 3

Примерный перечень тем

1. Уравнение Эйлера.

Примерные задания

1. Решить простейшую задачу вариационного исчисления

$$\int_0^1 (x - \dot{x}^2) dt \longrightarrow \text{extr}, \quad x(0) = 0, \quad x(1) = 0.$$

2. Решить изопериметрическую задачу

$$\int_0^1 \dot{x}^2 dt \longrightarrow \text{extr}, \quad \int_0^1 x dt = 0, \quad x(0) = 1, \quad x(1) = 0.$$

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.4. Домашняя работа № 1

Примерный перечень тем

1. Линейное программирование.

Примерные задания

1. Преобразовать запись задачи линейного программирования к канонической форме

$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 + 8x_3 + 12x_5 + 7x_6 \rightarrow \min, \\ 6x_1 + 3x_2 - 6x_3 - 15x_4 - 10x_5 + 4x_6 = 15, \\ 13x_1 - 15x_2 - 7x_3 + 4x_4 - x_5 + 3x_6 \leq 12, \\ -8x_1 + 9x_2 + 12x_3 - 4x_4 - 3x_5 + x_6 \geq -9, \\ x_1 \geq 0, \quad x_3 \geq 0, \quad x_5 \geq 0. \end{cases}$$

2. Решить задачу линейного программирования, используя геометрическую интерпретацию

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \rightarrow \max, \\ x_1 + x_2 \leq 1, \\ x_1 + 2x_2 \leq 1.5, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$$

3. Решить симплекс-методом задачу линейного программирования

$$\begin{cases} 3x_1 + 5x_2 \rightarrow \max, \\ -x_1 + x_2 \leq 5, \\ -x_1 + 5x_2 \leq 41, \\ 3x_1 + 5x_2 \leq 77, \\ 5x_1 - x_2 \leq 63, \\ 2x_1 - 5x_2 \leq 16, \\ x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0. \end{cases}$$

4. Решить задачу линейного программирования

$$\begin{cases} (C, X) \rightarrow \max, \\ AX = B, \\ X \geq 0, \end{cases}$$

используя для нахождения опорного плана: а) метод искусственного базиса; б) М-метод

$$C = (5, -1, 1, 0, 0), \quad B = \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 11 \end{pmatrix}, \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 6 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.5. Домашняя работа № 2

Примерный перечень тем

1. Двойственная задача. Транспортная задача.

Примерные задания

1. Для данной задачи линейного программирования составить двойственную и решить ее. С помощью решения двойственной задачи найти решение исходной.

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 \rightarrow \max, \\ \begin{cases} 2x_1 + x_2 \leq 2 \\ -x_1 + x_2 \leq 1, \end{cases} \\ x_j \geq 0, \quad j = 1, 2. \end{cases}$$

2. Решить транспортную задачу методом потенциалов

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij} x_{ij} \rightarrow \min$$

при ограничениях

$$\begin{cases} \sum_{j=1}^n x_{ij} = a_i, \quad i = 1, \dots, m, \\ \sum_{i=1}^m x_{ij} = b_j, \quad j = 1, \dots, n, \end{cases}$$

где

$$a = (100, 150, 50), \quad b = (75, 80, 60, 85), \quad C = \begin{pmatrix} 6 & 7 & 3 & 5 \\ 1 & 2 & 5 & 6 \\ 8 & 10 & 20 & 1 \end{pmatrix}.$$

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.6. Домашняя работа № 3

Примерный перечень тем

1. Задачи вариационного исчисления.

Примерные задания

1. Определить характер экстремума в вариационной задаче, рассмотрев приращение функционала

$$\int_1^2 \dot{x}(1 + t^2 \dot{x}) dt \rightarrow \text{extr.}$$
$$x(1) = 3, x(2) = 5.$$

2. Найти допустимые экстремали в следующей вариационной задаче

$$\int_0^1 (24tx - \ddot{x}^2) dt \rightarrow \text{extr.}$$
$$x(0) = \dot{x}(0) = 0, x(1) = 0, \dot{x}(1) = 1.$$

3. Найти допустимые экстремали в следующей вариационной задаче

$$\int_0^T x^2 \dot{x}^2 dt \rightarrow \text{extr.}$$
$$x(0) = 0, 2x(T) + T - 3 = 0, T - \text{var.}$$

4. Найти экстремаль с одной угловой точкой, вдоль которой функционал $I(x)$ принимает экстремальное значение, если

$$\int_{-1}^2 (\dot{x}^4 + 6\dot{x}^2) dt,$$
$$x(0) = 0, x(2) = 0.$$

5. Найти кратчайшее расстояние от точки $A(1, 0, -1)$ до точки $B(0, -1, 1)$ на поверхности $x+y+z=0$.
6. Дан угол с вершиной в начале координат. Соединить данную точку M_1 на одной стороне угла с неизвестной точкой M_2 другой стороны кривой длины 1 так, чтобы площадь между кривой и стороной угла была наибольшей.
7. Найти допустимые экстремали и определить характер экстремума в задаче

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\dot{x} - x + 4x \cos t) dt \rightarrow \text{extr.}$$
$$x(0) = 0, x\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$$

LMS-платформа – не предусмотрена

5.3. Описание контрольно-оценочных мероприятий промежуточного контроля по дисциплине модуля

5.3.1. Зачет

Список примерных вопросов

1. Выпуклое множество и его свойства, выпуклая комбинация.
2. Выпуклый многогранник. Теорема о вершинах многогранника
3. Теорема отделимости для выпуклого многогранника.
4. Основная теорема ЛП.
5. Типы задач линейного программирования. Каноническая задача ЛП.
6. Приведение задачи ЛП к канонической форме.
7. Графический метод решения задачи ЛП и его обоснование.
8. Теорема о критерии вершины многогранника решений канонической задачи ЛП.
9. Симплекс метод и его обоснование.

10. Табличные виды симплекс метода.
 11. Методы построение опорного решения задачи ЛП.
 12. Двойственность в ЛП. Двойственные задачи ЛП.
 13. Основная теорема двойственности.
 14. Теорема о слабой двойственности.
 15. Транспортная задача, типы транспортных задач.
 16. Метод потенциалов для транспортной задачи.
 17. Нелинейные задачи на условный экстремум. Метод множителей Лагранжа
 18. Теорема Куна-Таккера.
- LMS-платформа – не предусмотрена

5.3.2. Экзамен

Список примерных вопросов

1. Простейшая задача вариационного исчисления. Лемма Лагранжа. Необходимое условие экстремума.
 2. Лемма Дюбуа-Раймона. Вывод уравнения Эйлера с помощью леммы Дюбуа-Раймона.
 3. Интегралы уравнения Эйлера.
 4. Необходимое условие экстремума в задаче Больца.
 5. Задача с подвижными концами.
 6. Изопериметрическая задача.
 7. Задача со старшими производными. Уравнение Эйлера-Пуассона.
 8. Задача Лагранжа. Вывод необходимых условий в задаче Лагранжа.
 9. Необходимое условие сильного минимума (условие Вейерштрасса).
 10. Необходимое условие слабого минимума (условие Якоби).
 11. Достаточные условия сильного экстремума.
 12. Достаточные условия слабого экстремума.
- LMS-платформа – не предусмотрена

5.4 Содержание контрольно-оценочных мероприятий по направлениям воспитательной деятельности

Направление воспитательной деятельности	Вид воспитательной деятельности	Технология воспитательной деятельности	Компетенция	Результаты обучения	Контрольно-оценочные мероприятия
Профессиональное воспитание	целенаправленная работа с информацией для использования в практических целях	Технология самостоятельной работы	ПК-4	З-1 У-1 П-1	Домашняя работа № 1 Домашняя работа № 2 Домашняя работа № 3 Зачет Контрольная работа № 1 Контрольная работа № 2 Контрольная работа № 3

					Лекции Практические/семинарские занятия
--	--	--	--	--	--