

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**
Специальные главы математики

Код модуля
1155784(1)

Модуль
Высшая математика для профессиональной
деятельности

Екатеринбург

Оценочные материалы составлены автором(ами):

| № п/п | Фамилия, имя, отчество | Ученая степень, ученое звание | Должность | Подразделение |
|--------------|-------------------------------|--------------------------------------|------------------|----------------------|
| 1 | Белоусова Вероника Игоревна | к.ф.-м.н. | доцент | ДИТ и А |
| 2 | Ермакова Галина Михайловна | к.ф.-м.н. | доцент | ДИТ и А |

Согласовано:

Управление образовательных программ

Т.Г. Комарова

Авторы:

- Белоусова Вероника Игоревна, доцент, ДИТ и А
- Ермакова Галина Михайловна, доцент, ДИТ и А

1. СТРУКТУРА И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ Специальные главы математики

| | | | |
|----|--------------------------------------|--|---|
| 1. | Объем дисциплины в зачетных единицах | 3 | |
| 2. | Виды аудиторных занятий | Лекции Практические/семинарские занятия | |
| 3. | Промежуточная аттестация | Экзамен | |
| 4. | Текущая аттестация | Контрольная работа | 2 |
| | | Домашняя работа | 2 |

2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ (ИНДИКАТОРЫ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ Специальные главы математики

Индикатор – это признак / сигнал/ маркер, который показывает, на каком уровне обучающийся должен освоить результаты обучения и их предъявление должно подтвердить факт освоения предметного содержания данной дисциплины, указанного в табл. 1.3 РПМ-РПД.

Таблица 1

| Код и наименование компетенции | Планируемые результаты обучения (индикаторы) | Контрольно-оценочные средства для оценивания достижения результата обучения по дисциплине |
|--|--|---|
| 1 | 2 | 3 |
| ОПК-2 -Способен формализовывать и решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, используя методы моделирования и математического анализа | Д-1 - Способность к самообразованию, к самостоятельному освоению новых методов математического анализа и моделирования З-1 - Привести примеры использования методов моделирования и математического анализа в решении задач, относящихся к профессиональной деятельности П-1 - Решать поставленные задачи, относящиеся к области профессиональной деятельности, используя освоенные за время обучения пакеты прикладных программ | Домашняя работа № 1 Домашняя работа № 2 Контрольная работа № 1 Контрольная работа № 2 Лекции Практические/семинарские занятия Экзамен |

| | | |
|---|--|--|
| | <p>для моделирования и математического анализа</p> <p>У-1 - Обоснованно выбрать возможные методы моделирования и математического анализа для предложенных задач профессиональной деятельности</p> | |
| <p>УК-1 -Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач, в том числе в цифровой среде</p> | <p>Д-6 - Демонстрировать умения четко мыслить и эффективно принимать решения</p> <p>З-8 - Сделать обзор основных видов логики, законов логики, правил и методов анализа</p> <p>З-9 - Демонстрировать понимание смысла построения логических формализованных систем, своеобразие системного подхода к изучению мышления по сравнению с другими науками</p> <p>П-7 - Иметь опыт разработки вариантов решения поставленных задач, совершая мыслительные процедуры и операции в соответствии с законами логики и правилами мышления</p> <p>У-11 - Анализировать, сопоставлять и систематизировать информацию, выводить умозаключения, опираясь на законы логики, и правильно формулировать суждения для решения поставленных задач</p> | <p>Домашняя работа № 1</p> <p>Домашняя работа № 2</p> <p>Контрольная работа № 1</p> <p>Контрольная работа № 2</p> <p>Лекции</p> <p>Практические/семинарские занятия</p> <p>Экзамен</p> |

3. ПРОЦЕДУРЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ В БАЛЬНО-РЕЙТИНГОВОЙ СИСТЕМЕ (ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА БРС)

3.1. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

1. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – 0.80

| Текущая аттестация на лекциях | Сроки – семестр, учебная неделя | Максимальная оценка в баллах |
|---|---------------------------------|------------------------------|
| <i>контрольная работа</i> | 3,6 | 50 |
| <i>контрольная работа</i> | 3,12 | 50 |
| Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – 0.40 | | |
| Промежуточная аттестация по лекциям – экзамен | | |
| Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – 0.60 | | |
| 2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – 0.20 | | |
| Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях | Сроки – семестр, учебная неделя | Максимальная оценка в баллах |
| <i>домашняя работа</i> | 3,10 | 50 |
| <i>домашняя работа</i> | 3,16 | 50 |
| Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям– 1.00 | | |
| Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям–нет | | |
| Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям– 0.00 | | |
| 3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий –не предусмотрено | | |
| Текущая аттестация на лабораторных занятиях | Сроки – семестр, учебная неделя | Максимальная оценка в баллах |
| | | |
| Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям -не предусмотрено | | |
| Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям –нет | | |
| Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено | | |
| 4. Онлайн-занятия: коэффициент значимости совокупных результатов онлайн-занятий –не предусмотрено | | |
| Текущая аттестация на онлайн-занятиях | Сроки – семестр, учебная неделя | Максимальная оценка в баллах |
| | | |
| Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по онлайн-занятиям -не предусмотрено | | |
| Промежуточная аттестация по онлайн-занятиям –нет | | |
| Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено | | |

3.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта

| Текущая аттестация выполнения курсовой работы/проекта | Сроки – семестр, учебная неделя | Максимальная оценка в баллах |
|---|---------------------------------|------------------------------|
|---|---------------------------------|------------------------------|

| | | |
|---|--|--|
| | | |
| Весовой коэффициент текущей аттестации выполнения курсовой работы/проекта– не предусмотрено | | |
| Весовой коэффициент промежуточной аттестации выполнения курсовой работы/проекта– защиты – не предусмотрено | | |

4. КРИТЕРИИ И УРОВНИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

4.1. В рамках БРС применяются утвержденные на кафедре/институте критерии (признаки) оценивания достижений студентов по дисциплине модуля (табл. 4) в рамках контрольно-оценочных мероприятий на соответствие указанным в табл.1 результатам обучения (индикаторам).

Таблица 4

Критерии оценивания учебных достижений обучающихся

| Результаты обучения | Критерии оценивания учебных достижений, обучающихся на соответствие результатам обучения/индикаторам |
|----------------------------|--|
| Знания | Студент демонстрирует знания и понимание в области изучения на уровне указанных индикаторов и необходимые для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью. |
| Умения | Студент может применять свои знания и понимание в контекстах, представленных в оценочных заданиях, демонстрирует освоение умений на уровне указанных индикаторов и необходимых для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью. |
| Опыт /владение | Студент демонстрирует опыт в области изучения на уровне указанных индикаторов. |
| Другие результаты | Студент демонстрирует ответственность в освоении результатов обучения на уровне запланированных индикаторов. Студент способен выносить суждения, делать оценки и формулировать выводы в области изучения. Студент может сообщать преподавателю и коллегам своего уровня собственное понимание и умения в области изучения. |

4.2 Для оценивания уровня выполнения критериев (уровня достижений обучающихся при проведении контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля) используется универсальная шкала (табл. 5).

Таблица 5

Шкала оценивания достижения результатов обучения (индикаторов) по уровням

| Характеристика уровней достижения результатов обучения (индикаторов) | | | |
|---|--|---|---|
| № п/п | Содержание уровня выполнения критерия оценивания результатов обучения (выполненное оценочное) | Шкала оценивания | |
| | | Традиционная характеристика уровня | Качественная характеристика уровня |
| | | | |

| | задание) | | | |
|----|--|--|------------|-------------------|
| 1. | Результаты обучения (индикаторы) достигнуты в полном объеме, замечаний нет | Отлично (80-100 баллов) | Зачтено | Высокий (В) |
| 2. | Результаты обучения (индикаторы) в целом достигнуты, имеются замечания, которые не требуют обязательного устранения | Хорошо (60-79 баллов) | | Средний (С) |
| 3. | Результаты обучения (индикаторы) достигнуты не в полной мере, есть замечания | Удовлетворительно (40-59 баллов) | | Пороговый (П) |
| 4. | Освоение результатов обучения не соответствует индикаторам, имеются существенные ошибки и замечания, требуется доработка | Неудовлетворительно (менее 40 баллов) | Не зачтено | Недостаточный (Н) |
| 5. | Результат обучения не достигнут, задание не выполнено | Недостаточно свидетельств для оценивания | | Нет результата |

5. СОДЕРЖАНИЕ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ МЕРОПРИЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

5.1. Описание аудиторных контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля

5.1.1. Лекции

Самостоятельное изучение теоретического материала по темам/разделам лекций в соответствии с содержанием дисциплины (п. 1.2. РПД)

5.1.2. Практические/семинарские занятия

Примерный перечень тем

1. Числовые ряды, признаки сходимости.
2. Функциональные ряды. Поточечная сходимость. Сумма ФР
3. Задача сохранения свойств слагаемых функций ФР для его суммы
4. Равномерная сходимость ФР, условие Коши, признак Вейерштрасса
5. Теорема о свойствах суммы равномерно сходящегося ФР
6. Степенной ряд. Теорема Абеля. Структура области сходимости степенного ряда.
7. Равномерная сходимость степенного ряда, свойства его суммы.
8. Ряд Тейлора. Необходимое и достаточное условие разложения функции в её ряд Тейлора. Единственность разложения. Некоторые приёмы разложения функции в степенной ряд. Примеры разложений по степеням x для функций e^x , $\sin x$, $\cos x$, $\operatorname{sh} x$, $\operatorname{ch} x$, $\ln(x+1)$, $\arcsin x$, $\operatorname{arctg} x$ и т. д.
9. Биномиальный ряд, его использование для получения разложений конкретных функций. Применение степенных рядов для приближённых вычислений значений функции в точке, определённого интеграла, решения задачи Коши ДУ и т. д. Оценка погрешности вычислений.

10. Степенные ряды в комплексной области. Круг сходимости, равномерная сходимость, свойства суммы степенного ряда в пространстве комплексных чисел
11. Элементарные ФКП: многочлен, экспонента, тригонометрические и гиперболические ФКП, комплекснозначный логарифм, обратные тригонометрические и обратные гиперболические ФКП. Свойства этих функций, совпадающие со свойствами соответствующих функций в действительной области, «новые» свойства.
12. Дифференцируемость функции комплексной переменной. Понятие и свойства аналитической функции комплексной переменной. Особые точки, их классификация через пределы.
13. Дифференцируемость функции комплексной переменной. Понятие и свойства аналитической функции комплексной переменной. Особые точки, их классификация через пределы.
14. Теоремы Коши, их использование для вычисления контурных интегралов функции комплексной переменной.
15. Ряды Тейлора и Лорана. Классификация особых точек через ряды Лорана.
16. Понятие вычета функции комплексной переменной в особой точке, в бесконечности. Теоремы о вычетах.
17. Вычисление интегралов функции комплексной переменной с помощью вычетов. Вычисление собственных и несобственных интегралов в действительной области методом теории функции комплексной переменной.
18. Произвольный тригонометрический ряд. Достаточное условие его равномерной сходимости, свойства его суммы.
19. Представление периодической функции в виде тригонометрического ряда. Теорема о необходимых условиях представимости функции тригонометрическим рядом.
20. Определение тригонометрического ряда Фурье периодической функции. Формулы коэффициентов Фурье функции.
21. ТРФ для четных и нечетных функций, для функций, заданных на отрезке.
22. ТРФ в комплексной форме. Спектры периодической функции, их свойства.
23. Интеграл Фурье непериодической функции, заданной на всей числовой оси.
24. Условия представимости функции её ИФ. Различные формы записи ИФ.
25. Спектральная функция, свойства амплитудного и фазового спектров непериодической функции. Прямое и обратное преобразование Фурье, их свойства.
26. Теоремы о свёртках оригиналов и изображений (по Фурье).
27. Связь преобразования Фурье и преобразования Лапласа.
28. Понятие дельта-функций и её использование в преобразовании Фурье не абсолютно интегрируемых на всей числовой оси функций
29. Дискретные преобразования Фурье и Лапласа; z-преобразование, его свойства.
30. Теоремы о существовании прямого и обратного z-преобразования. Использование при решении разностного уравнения

Примерные задания

ПРАКТИЧЕСКОЕ ЗАНЯТИЕ 1.
ЧИСЛОВЫЕ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ РЯДЫ.

Задача 1. Найти сумму ряда $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{9n^2 - 3n + 2}$.

Решение. Общий член ряда $a_n = \frac{1}{9n^2 - 3n + 2}$ можно представить в виде $a_n = \frac{1}{(3n-2)(3n+1)} = \frac{1}{3} \left[\frac{1}{3n-2} - \frac{1}{3n+1} \right]$. Поэтому $s_n = a_1 + a_2 + \dots + a_n = \frac{1}{3} \left[\left(\frac{1}{1} - \frac{1}{4} \right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{7} \right) + \left(\frac{1}{7} - \frac{1}{10} \right) + \dots + \left(\frac{1}{3n-2} - \frac{1}{3n+1} \right) \right] = \frac{1}{3} \left[1 - \frac{1}{3n+1} \right]$. **т.е.** $\lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \frac{1}{3}$ и значение суммы ряда $s = 1/3$.

Ответ: $s = 1/3$.

Задача 2. Доказать $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(5n)!}{2^{5n}} = 0$.

Решение. Рассмотрим ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(5n)!}{2^{5n}}$ – числовой положительный. Исследуем его на сходимость по признаку Д’Аламбера, т.е. вычислим $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{[(5(n+1))!] \cdot 2^{5n}}{2^{5(n+1)} \cdot (5n)!} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(5n+5)(5n+4) \dots (5n+1)(5n)!}{2^{5(n+1)} \cdot (5n)!} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{P(n)}{2 \cdot 4^n} = 0$, поскольку после 4-кратного применения правила Лопиталя в числителе останется постоянная (от n не зависит), а в знаменателе – показательная функция, которая при $n \rightarrow \infty$ даст ∞ . Итак, по признаку Д’Аламбера ($l = 0$) ряд сходится, по необходимому условию его общий член стремится к нулю при $n \rightarrow \infty$.

Задача 3. Сколько нужно взять членов ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{\sqrt{n}}$, чтобы знать его сумму с погрешностью 10^{-4} ?

Решение. Рассматриваемый ряд сходится условно по признаку Лейбница: $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{n}} = 0$ и $\left(\frac{1}{\sqrt{n}} \right)_{n=1}^{\infty}$ ↓. Поскольку ряд знакопеременный, то $|s - s_n| \leq |a_{n+1}|$; потребуем $|a_{n+1}| \leq 10^{-4} \Leftrightarrow \frac{1}{\sqrt{n+1}} \leq 10^{-4} \Leftrightarrow \sqrt{n+1} \geq n \geq 10^8 - 1$. **Итак, нужно взять около миллиона слагаемых ряда, чтобы $s \approx s_n$ с $\varepsilon = 10^{-4}$.**

Задача 4. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin nx}{n!}$.

Решение. Ряд с произвольными знаками. Рассмотрим ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{\sin nx}{n!} \right|$. $\forall n \left| \frac{\sin nx}{n!} \right| < \frac{1}{n!}$. Ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}$ сходится по признаку Д’Аламбера, т.е. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n!}{(n+1)!} = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{n+1} = 0 < 1$. По признаку сравнения и ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{\sin nx}{n!} \right|$ сходится абсолютно. **Ответ: ряд сходится абсолютно.**

Задача 5. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2n}{n^2+1}$.

Решение. Это знакопеременный ряд, сходится по признаку Лейбница:

$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2n}{n^2+1} = 0$ и $\left(\frac{2n}{n^2+1} \right)_{n=1}^{\infty}$ ↓. Рассмотрим ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{n^2+1}$. Он расходится по

интегральному признаку Коши: $\int_{1/2}^{\infty} \frac{2x}{x^2+1} dx = \lim_{t \rightarrow \infty} (\ln(t^2+1) - \ln 2) = \infty$.

Ответ: ряд сходится условно.

Задача 6. Найти область поточечной сходимости функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n(n+e^n)}$.

Решение. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x}{n(n+e^n)} = x \cdot \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+e^n)}$. Положительнозначный ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n(n+e^n)}$ сравним с рядом $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ – сходится $\left(\frac{1}{n(n+e^n)} < \frac{1}{n^2} \right)$ для $\forall x$.

Итак, исходный ФР сходится (почленно) на $(-\infty, +\infty)$, а также сходится равномерно на $(-\infty, +\infty)$ в силу малости мажоранты.

Задача 7. Построить мажоранту для функционального ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{(n+1) \ln^2(n+1)}$ на $[-2, 0]$.

Решение. Имеем $-2 \leq x \leq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x+1 \leq 1$, т.е. $|x+1| \leq 1$. Поэтому для ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{|x+1|^n}{(n+1) \ln^2(n+1)}$ существует мажоранта: **числовой** положительнозначный оценочный на $[-1, 1]$ ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1) \ln^2(n+1)}$ (этот ряд сходится по интегральному признаку). Поэтому исходный ряд на $[-2, 0]$ сходится **абсолютно и равномерно**.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2. Описание внеаудиторных контрольно-оценочных мероприятий и средств текущего контроля по дисциплине модуля

Разноуровневое (дифференцированное) обучение.

Базовый

5.2.1. Контрольная работа № 1

Примерный перечень тем

1. Числовые ряды

Примерные задания

Вариант 1

1. Пользуясь определением, найти сумму ряда

Вычислить частичные суммы ряда для

2. Исследовать на сходимость и абсолютную сходимость ряды:

а) $1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{3}} + \dots$, б) $3 - \frac{5}{1 \cdot 2} + \frac{7}{1 \cdot 2 \cdot 3} - \frac{9}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4} + \dots$, в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\ln(n)}{n^2} + \frac{(-1)^n i}{n} \right)$.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.2. Контрольная работа № 2

Примерный перечень тем

1. Ряды Фурье

Примерные задания

Вариант 1

1. Представить функцию $f(t) = \begin{cases} 2t, & t \in [0, 1] \\ 0, & t \notin [0, 1] \end{cases}$ интегралом Фурье, построить ее спектры.
2. Проиллюстрировать теорему об изображении Фурье для свертки оригиналов

$$f(t) = \begin{cases} 3, & t \in [\pi, 2\pi] \\ 0, & t \notin [\pi, 2\pi] \end{cases} \quad \text{и} \quad \varphi(t) = \begin{cases} e^{-t}, & t \geq 0, \\ 0, & t < 0. \end{cases}$$
3. Найти $F_c(\omega)$ для $f(t) = \begin{cases} 1, & 0 < t \leq T, \\ 0, & T < t. \end{cases}$
4. Восстановить оригинал, если $F(\omega) = \frac{3 + 2j\omega - \omega^2}{j\omega - \omega^2}$. Сделать проверку.
5. Найти изображение по Фурье для функции $f(t) = \delta(t + 2) + 3\delta(t) e^{5jt} - \delta(t - 2)$. Сделать проверку.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.3. Домашняя работа № 1

Примерный перечень тем

1. Ряды в R и в C

Примерные задания

ДОМАШНЯЯ РАБОТА «РЯДЫ В R И В C»

ЗАДАЧИ

1. Вычислить сумму ряда: а), б).
2. Изучить поведение ряда: а) – з).
3. Доказать предельное равенство.
4. Вычислить приближенно сумму ряда с погрешностью $\epsilon = 10^{-2}$.
5. Найти область поточечной сходимости ряда: а) – г). Уточнить, сходится ли ряд равномерно на какой-либо области.
6. Выразить первообразную интеграла в виде степенного ряда, указать область сходимости этого ряда.
7. Вычислить определенный интеграл с погрешностью $\epsilon = 10^{-2}$.
8. Вычислить значения ФКП; ответ записать в алгебраической и показательной формах, изобразить на z – плоскости: а) – е).
9. Вывести формулы а) – в) и вычислить значение функции.
10. Найти образ множества D при отображении $\omega = f(z)$.

Вариант 1

1. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{2n}}{3^{3n}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{12}{36n^2 - 12n - 35}$.
2. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt[3]{n^7}}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} n \cdot \sin \frac{1}{\sqrt[3]{n^4}}$; в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!(2n+1)!}{(3n)!}$;
- г) $\sum_{n=1}^{\infty} \sqrt[3]{n} \cdot \left(\frac{n-2}{2n+1}\right)^{3n}$; д) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n}{(n^2-1) \ln n}$; е) $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{\sin 3^n}{3^n}$;
- ж) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{1}{n \cdot 2^n} + i \frac{n}{n^2+1}\right)$; з) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{z-1}{1+2i}\right)^n$.
3. $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^n}{[(n+2)!]^2} = 0$. 4. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin(\pi/2 + \pi n)}{n^3 + 1}$.
5. а) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{x}}{3^{nx} + 2}$; б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot 3^{n/2}} \cdot \operatorname{tg}^n x$;
- в) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{x^n \cdot (-1)^n}{10n - 12}$; г) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{n + (-1)^n}{n(n-1)} (z-2)^n$.
6. $\int_0^x \frac{\sin t}{t} dt$. 7. $\int_{0,1}^{0,5} \sqrt{1+x^3} dx$.
8. а) $\sqrt{\frac{1+2i}{1-2i}}$; б) $e^{-1+\sqrt{3}i}$; в) $\sin(1-i)$;
- г) $\operatorname{th}\left(\frac{1}{1+i}\right)$; д) $Ln(10i)$; е) $(1-i)^{1+i}$.
9. а) $\operatorname{sh}(z_1 - z_2)$; б) $\operatorname{Arc} \sin z|_{z=3-i}$; в) $\operatorname{Arcth} z|_{z=i}$.
10. $D: \begin{cases} 1 \leq x \leq 2, \\ 0 \leq y \leq 1, \end{cases} \quad \omega = \frac{1}{z}$.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.4. Домашняя работа № 2

Примерный перечень тем

1. Теория функции комплексной переменной

Примерные задания

ТЕОРИЯ ФУНКЦИИ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ Вариант 1

1. Проверить аналитичность функций:

а) \bar{z} ; _____ б) $\operatorname{sh} z$; в) $\ln z$.

2. Найти, если возможно, аналитическую функцию

$$f(z) = u(x, y) + iv(x, y), \text{ для которой } f(1) = 0, v = 1 - \frac{x}{x^2 + y^2}.$$

3. Вычислить интегралы: а) $\int_C (2i + 5 - 3\bar{z}) dz$, C – отрезок прямой, соеди-

няющий точки $(1 + 2i)$ и $(2 + 4i)$;

б) $\oint_{\gamma} \frac{dz}{(z^2 - 3z + 2)^2}$, $\gamma: z = 3 + 4e^{i\phi}$;

в) $\int_C e^{3z} dz$, C – дуга параболы $y = x^2$,

соединяющая точки $z = 0$, $z = 1 + i$.

4. Разложить функцию $f(z) = \frac{z}{z-2}$ в ряд Тейлора

в окрестности точки $z_0 = 4$.

5. Разложить функцию $f(z) = \frac{1}{z^2 - 6z + 8}$ в ряд Лорана в окрестности осо-

бой точки $z_0 = 2$. Указать область сходимости, установить тип особой точки.

6. Для указанных функций определить все особые точки, установить их характер и найти вычеты:

а) $\cos(z+i)\cos\frac{1}{(z+i)}$; б) $\frac{1}{z^2(1-z)}$.

7. Вычислить интегралы: а) $\oint_{|z|=5} \frac{e^z dz}{(\pi i - z)^4}$; б) $\oint_{z=2e^{i\phi}+i} \frac{dz}{z^3(z^2+4)^2}$,

$(0 \leq \phi \leq 2\pi)$.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.3. Описание контрольно-оценочных мероприятий промежуточного контроля по дисциплине модуля

5.3.1. Экзамен

Список примерных вопросов

1. Числовые ряды, признаки сходимости.

2. Функциональные ряды. Поточечная сходимость. Сумма ФР

3. Задача сохранения свойств слагаемых функций ФР для его суммы
4. Равномерная сходимостъ ФР, условие Коши, признак Вейерштрасса
5. Теорема о свойствах суммы равномерно сходящегося ФР
6. Степенной ряд. Теорема Абеля. Структура области сходимости степенного ряда.
7. Равномерная сходимостъ степенного ряда, свойства его суммы.
8. Ряд Тейлора. Необходимое и достаточное условие разложения функции в её ряд Тейлора. Единственность разложения. Некоторые приёмы разложения функции в степенной ряд. Примеры разложений по степеням x для функций e^x , $x \sin x$, $\cos x$, $\operatorname{sh} x$, $\operatorname{ch} x$, $\ln(x+1)$, $\arcsin x$, $\operatorname{arctg} x$ и и т. д.
9. Биномиальный ряд, его использование для получения разложений конкретных функций. Применение степенных рядов для приближённых вычислений значений функции в точке, определённого интеграла, решения задачи Коши ДУ и т. д. Оценка погрешности вычислений.
10. Степенные ряды в комплексной области. Круг сходимости, равномерная сходимостъ, свойства суммы степенного ряда в пространстве комплексных чисел
11. Элементарные ФКП: многочлен, экспонента, тригонометрические и гиперболические ФКП, комплекснозначный логарифм, обратные тригонометрические и обратные гиперболические ФКП. Свойства этих функций, совпадающие со свойствами соответствующих функций в действительной области, «новые» свойства.
12. Дифференцируемость функции комплексной переменной. Понятие и свойства аналитической функции комплексной переменной. Особые точки, их классификация через пределы.
13. Дифференцируемость функции комплексной переменной. Понятие и свойства аналитической функции комплексной переменной. Особые точки, их классификация через пределы.
14. Теоремы Коши, их использование для вычисления контурных интегралов функции комплексной переменной.
15. Ряды Тейлора и Лорана. Классификация особых точек через ряды Лорана.
16. Понятие вычета функции комплексной переменной в особой точке, в бесконечности. Теоремы о вычетах.
17. Вычисление интегралов функции комплексной переменной с помощью вычетов. Вычисление собственных и несобственных интегралов в действительной области методом теории функции комплексной переменной.
18. Произвольный тригонометрический ряд. Достаточное условие его равномерной сходимости, свойства его суммы.
19. Представление периодической функции в виде тригонометрического ряда. Теорема о необходимых условиях представимости функции тригонометрическим рядом.
20. Определение тригонометрического ряда Фурье периодической функции. Формулы коэффициентов Фурье функции.
21. ТРФ для четных и нечетных функций, для функций, заданных на отрезке.
22. ТРФ в комплексной форме. Спектры периодической функции, их свойства.
23. Интеграл Фурье непериодической функции, заданной на всей числовой оси.
24. Условия представимости функции её ИФ. Различные формы записи ИФ.
25. Спектральная функция, свойства амплитудного и фазового спектров непериодической функции. Прямое и обратное преобразование Фурье, их свойства.
26. Теоремы о свёртках оригиналов и изображений (по Фурье).

27. Связь преобразования Фурье и преобразования Лапласа.
28. Понятие дельта-функций и её использование в преобразовании Фурье не абсолютно интегрируемых на всей числовой оси функций
29. Дискретные преобразования Фурье и Лапласа; z-преобразование, его свойства.
30. Теоремы о существовании прямого и обратного z-преобразования. Использование при решении разностного уравнения
- LMS-платформа – не предусмотрена

5.4 Содержание контрольно-оценочных мероприятий по направлениям воспитательной деятельности

| Направление воспитательной деятельности | Вид воспитательной деятельности | Технология воспитательной деятельности | Компетенция | Результаты обучения | Контрольно-оценочные мероприятия |
|---|--|--|-------------|---------------------|---|
| Профессиональное воспитание | учебно-исследовательская, научно-исследовательская | Технология анализа образовательных задач | ОПК-2 | Д-1 | Домашняя работа № 1 Домашняя работа № 2 Контрольная работа № 1 Контрольная работа № 2 Лекции Практические/семинарские занятия Экзамен |