

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**  
Уравнения математической физики

**Код модуля**  
1157154(1)

**Модуль**  
Математические основы профессиональной  
деятельности

**Екатеринбург**

Оценочные материалы составлены автором(ами):

<b>№ п/п</b>	<b>Фамилия, имя, отчество</b>	<b>Ученая степень, ученое звание</b>	<b>Должность</b>	<b>Подразделение</b>
1	Белоусова Вероника Игоревна	к.ф.-м.н.	доцент	ДИТ и А
2	Чуксина Наталия Владимировна	к.ф.-м.н.	доцент	ДИТ и А

**Согласовано:**

Управление образовательных программ

Т.Г. Комарова

**Авторы:**

## 1. СТРУКТУРА И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ **Уравнения математической физики**

1.	Объем дисциплины в зачетных единицах	4	
2.	Виды аудиторных занятий	Лекции Практические/семинарские занятия	
3.	Промежуточная аттестация	Зачет	
4.	Текущая аттестация	Контрольная работа	1
		Домашняя работа	1

## 2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ (ИНДИКАТОРЫ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ **Уравнения математической физики**

Индикатор – это признак / сигнал/ маркер, который показывает, на каком уровне обучающийся должен освоить результаты обучения и их предъявление должно подтвердить факт освоения предметного содержания данной дисциплины, указанного в табл. 1.3 РПМ-РПД.

Таблица 1

Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы)	Контрольно-оценочные средства для оценивания достижения результата обучения по дисциплине
1	2	3
ОПК-2 -Способен формализовывать и решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, используя методы моделирования и математического анализа	Д-1 - Способность к самообразованию, к самостоятельному освоению новых методов математического анализа и моделирования З-1 - Привести примеры использования методов моделирования и математического анализа в решении задач, относящихся к профессиональной деятельности З-2 - Перечислить и дать краткую характеристику освоенным за время обучения пакетам прикладных программ, используемых для моделирования при решении задач в области	Домашняя работа Зачет Контрольная работа Лекции Практические/семинарские занятия

	<p>профессиональной деятельности</p> <p>П-1 - Решать поставленные задачи, относящиеся к области профессиональной деятельности, используя освоенные за время обучения пакеты прикладных программ для моделирования и математического анализа</p> <p>У-1 - Обоснованно выбрать возможные методы моделирования и математического анализа для предложенных задач профессиональной деятельности</p> <p>У-2 - Выбирать пакеты прикладных программ для использования их в моделировании при решении поставленных задач в области профессиональной деятельности</p>	
<p>ОПК-1 -Способен формулировать и решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя фундаментальные знания основных закономерностей развития природы, человека и общества</p>	<p>Д-1 - Демонстрировать умение эффективно работать в команде</p> <p>З-1 - Привести примеры основных закономерностей развития природы, человека и общества</p> <p>З-2 - Обосновать значимость использования фундаментальных естественнонаучных и философских знаний в формулировании и решении задач профессиональной деятельности знаний</p> <p>П-1 - Работая в команде, формулировать и решать задачи в рамках поставленного задания, относящиеся к области профессиональной деятельности</p> <p>У-1 - Использовать понятийный аппарат и терминологию основных закономерностей развития природы, человека и общества при формулировании и решении задач</p>	<p>Домашняя работа</p> <p>Зачет</p> <p>Контрольная работа</p> <p>Лекции</p> <p>Практические/семинарские занятия</p>

	профессиональной деятельности У-2 - Определять конкретные пути решения задач профессиональной деятельности на основе фундаментальных естественнонаучных знаний	
--	---	--

### 3. ПРОЦЕДУРЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ В БАЛЬНО-РЕЙТИНГОВОЙ СИСТЕМЕ (ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА БРС)

#### 3.1. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

<b>1. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – 0.80</b>		
Текущая аттестация на лекциях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>контрольная работа</i>	4,8	100
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – 0.40		
Промежуточная аттестация по лекциям – <b>зачет</b>		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – 0.60		
<b>2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – 0.20</b>		
Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>домашняя работа</i>	4,16	100
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям – 1.00		
Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям – <b>нет</b>		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям – 0.00		
<b>3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий – не предусмотрено</b>		
Текущая аттестация на лабораторных занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям – <b>не предусмотрено</b>		
Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям – <b>нет</b>		

<b>Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено</b>		
<b>4. Онлайн-занятия: коэффициент значимости совокупных результатов онлайн-занятий –не предусмотрено</b>		
<b>Текущая аттестация на онлайн-занятиях</b>	<b>Сроки – семестр, учебная неделя</b>	<b>Максимальная оценка в баллах</b>
<b>Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по онлайн-занятиям -не предусмотрено</b>		
<b>Промежуточная аттестация по онлайн-занятиям –нет</b>		
<b>Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено</b>		

### 3.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта

<b>Текущая аттестация выполнения курсовой работы/проекта</b>	<b>Сроки – семестр, учебная неделя</b>	<b>Максимальная оценка в баллах</b>
<b>Весовой коэффициент текущей аттестации выполнения курсовой работы/проекта– не предусмотрено</b>		
<b>Весовой коэффициент промежуточной аттестации выполнения курсовой работы/проекта– защиты – не предусмотрено</b>		

## 4. КРИТЕРИИ И УРОВНИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

4.1. В рамках БРС применяются утвержденные на кафедре/институте критерии (признаки) оценивания достижений студентов по дисциплине модуля (табл. 4) в рамках контрольно-оценочных мероприятий на соответствие указанным в табл.1 результатам обучения (индикаторам).

Таблица 4

### Критерии оценивания учебных достижений обучающихся

<b>Результаты обучения</b>	<b>Критерии оценивания учебных достижений, обучающихся на соответствие результатам обучения/индикаторам</b>
Знания	Студент демонстрирует знания и понимание в области изучения на уровне указанных индикаторов и необходимые для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Умения	Студент может применять свои знания и понимание в контекстах, представленных в оценочных заданиях, демонстрирует освоение умений на уровне указанных индикаторов и необходимых для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Опыт /владение	Студент демонстрирует опыт в области изучения на уровне указанных индикаторов.
Другие результаты	Студент демонстрирует ответственность в освоении результатов обучения на уровне запланированных индикаторов. Студент способен выносить суждения, делать оценки и формулировать выводы в области изучения.

	Студент может сообщать преподавателю и коллегам своего уровня собственное понимание и умения в области изучения.
--	--

4.2 Для оценивания уровня выполнения критериев (уровня достижений обучающихся при проведении контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля) используется универсальная шкала (табл. 5).

Таблица 5

### Шкала оценивания достижения результатов обучения (индикаторов) по уровням

Характеристика уровней достижения результатов обучения (индикаторов)				
№ п/п	Содержание уровня выполнения критерия оценивания результатов обучения (выполненное оценочное задание)	Шкала оценивания		
		Традиционная характеристика уровня		Качественная характеристика уровня
1.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты в полном объеме, замечаний нет	Отлично (80-100 баллов)	Зачтено	Высокий (В)
2.	Результаты обучения (индикаторы) в целом достигнуты, имеются замечания, которые не требуют обязательного устранения	Хорошо (60-79 баллов)		Средний (С)
3.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты не в полной мере, есть замечания	Удовлетворительно (40-59 баллов)		Пороговый (П)
4.	Освоение результатов обучения не соответствует индикаторам, имеются существенные ошибки и замечания, требуется доработка	Неудовлетворительно (менее 40 баллов)	Не зачтено	Недостаточный (Н)
5.	Результат обучения не достигнут, задание не выполнено	Недостаточно свидетельств для оценивания		Нет результата

## 5. СОДЕРЖАНИЕ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ МЕРОПРИЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

### 5.1. Описание аудиторных контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля

#### 5.1.1. Лекции

Самостоятельное изучение теоретического материала по темам/разделам лекций в соответствии с содержанием дисциплины (п. 1.2. РПД)

#### 5.1.2. Практические/семинарские занятия

Примерный перечень тем

1. Нормированные и гильбертовы пространства. Ряды Фурье. Задача Штурма-Лиувилля
  2. Ортогональные многочлены и функции Лежандра, Эрмита, Лагерра. Функции Бесселя
  3. Постановка задач. Приведение к каноническому виду. Методы решения
  4. Экстремум и условный экстремум интегральных функционалов
- Примерные задания

**Пример 2.** Для тонкого однородного изолированного стержня длиной  $l$ , ось которого совпадает с осью  $Ox$ , температура  $u = u(x, t)$  в сечении с абсциссой  $x$  в момент времени  $t$  при отсутствии источников тепла удовлетворяет уравнению теплопроводности  $u'_t = 9u''_{xx}$ ,  $u(0, t) = u(7, t) = 0$ . Определить распределение температуры для любого момента времени  $t$ , если известно начальное распределение

$$температуры \ u(x, 0) = \begin{cases} \frac{2x^2}{7}, & 0 \leq x \leq \frac{7}{2} \\ 7 - x, & \frac{7}{2} < x \leq 7 \end{cases}.$$

Имеем задачу о распространении тепла в стержне, концы которого теплоизолированы.

По формуле (2.30) определяем  $\alpha_n$ , находим интегралы по частям:

$$\begin{aligned} \alpha_n &= \frac{2}{l} \int_0^l \varphi(x) \sin \frac{n\pi x}{l} dx = \frac{2}{7} \left( \int_0^{\frac{7}{2}} \frac{2x^2}{7} \sin \frac{n\pi x}{7} dx + \int_{\frac{7}{2}}^7 (7-x) \sin \frac{n\pi x}{7} dx \right) = \\ &= \left| \begin{array}{ll} u = \frac{2x^2}{7} & du = \frac{4x}{7} dx \\ dv = \sin \frac{\pi n x}{7} dx & v = -\frac{7}{\pi n} \cos \frac{\pi n x}{7} \end{array} \right| + \left| \begin{array}{ll} u = 7-x & du = -dx \\ dv = \sin \frac{\pi n x}{7} dx & v = -\frac{7}{\pi n} \cos \frac{\pi n x}{7} \end{array} \right| = \\ &= \frac{2}{7} \left( -\frac{2x^2}{7} \cdot \frac{7}{\pi n} \cos \frac{\pi n x}{7} \Big|_0^{\frac{7}{2}} + \frac{7}{\pi n} \int_0^{\frac{7}{2}} \frac{4x}{7} \cos \frac{\pi n x}{7} dx \right) - \\ &- \frac{2}{7} \left( \frac{7(7-x)}{\pi n} \cos \frac{\pi n x}{7} \Big|_{\frac{7}{2}}^7 + \frac{7}{\pi n} \int_{\frac{7}{2}}^7 \cos \frac{\pi n x}{7} dx \right) = \frac{2}{7} \left( -\frac{2}{\pi n} \frac{49}{4} \cos \frac{\pi n}{2} \right) + \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
& + \left. \begin{array}{l} u = x \quad du = dx \\ dv = \cos \frac{\pi n x}{7} dx \quad v = \frac{7}{\pi n} \sin \frac{\pi n x}{7} \end{array} \right| - \frac{2}{7} \left( -\frac{49}{2\pi n} \cos \frac{\pi n}{2} + \frac{49}{\pi^2 n^2} \sin \frac{\pi n x}{7} \Big|_0^7 \right) = \\
& = \frac{2}{7} \left( -\frac{49}{2} \cos \frac{\pi n}{2} + \frac{4}{\pi n} \left( \frac{7}{\pi n} x \sin \frac{\pi n x}{7} \Big|_0^7 - \frac{7}{\pi n} \int_0^7 \sin \frac{\pi n x}{7} dx \right) \right) + \\
& + \frac{2}{7} \left( \frac{49}{2\pi n} \cos \frac{\pi n}{2} - \frac{49}{\pi^2 n^2} \sin \frac{\pi n x}{7} \Big|_0^7 \right) = |\sin \pi n = 0| = \\
& = \frac{2}{7} \left( \frac{4}{\pi n} \left( \frac{49}{2\pi n} \sin \frac{\pi n}{2} + \frac{7}{\pi n} \frac{7}{\pi n} \cos \frac{\pi n x}{7} \Big|_0^7 \right) + \frac{49}{\pi^2 n^2} \sin \frac{\pi n}{2} \right) = \\
& = \frac{2}{7} \left( \frac{98}{\pi^2 n^2} \sin \frac{\pi n}{2} + \frac{4 \cdot 49}{\pi^3 n^3} \cos \frac{\pi n}{2} - \frac{4 \cdot 49}{\pi^3 n^3} + \frac{49}{\pi^2 n^2} \sin \frac{\pi n}{2} \right) = \\
& = \frac{42}{\pi^2 n^2} \sin \frac{\pi n}{2} + \frac{56}{\pi^3 n^3} \left( \cos \frac{\pi n}{2} - 1 \right).
\end{aligned}$$

Найденные значения  $\alpha_n$  подставляем в (2.29), получаем решение задачи для  $0 \leq x \leq 7$ ,  $t > 0$ ,  $a^2 = 9 \Rightarrow a = 3$ .

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \left( \frac{42}{\pi^2 n^2} \sin \frac{\pi n}{2} + \frac{56}{\pi^3 n^3} \left( \cos \frac{\pi n}{2} - 1 \right) \right) \sin \frac{n\pi x}{7} e^{-\frac{9\pi^2 n^2 t}{49}}.$$

LMS-платформа – не предусмотрена

## 5.2. Описание внеаудиторных контрольно-оценочных мероприятий и средств текущего контроля по дисциплине модуля

Разноуровневое (дифференцированное) обучение.

### Базовый

#### 5.2.1. Контрольная работа

Примерный перечень тем

1. Решение смешанной задачи для уравнения гиперболического типа

Примерные задания

### Примерный вариант

1. Найдите решение  $u = u(x, y)$  следующей краевой задачи:

$$u_x - 2x u_y = 0, \quad u(1, y) = y^2.$$

2. Определите тип уравнения:

$$u_{xx} + 2u_{yy} + 3u_{zz} - 4u_{xy} - 4u_{yz} + 2u - x = 0.$$

3. Найдите общее решение  $u = u(x, y)$  уравнения, приведя его к каноническому виду:

$$u_{xx} - 10u_{xy} + 25u_{yy} + 5u_x - 25u_y = 0.$$

4. Приведите уравнение к каноническому виду:

$$u_{xx} - 2 \cos x u_{xy} - (3 + \sin^2 x)u_{yy} - yu_y = 0.$$

5. В области  $-\infty < x < +\infty$ ,  $t > 0$  решите задачу Коши:

$$u_{tt} - u_{xx} + 2u_t + 4u_x - 3u = 0,$$

$$u(x, 0) = e^{2x} \sin x, \quad u_t(x, 0) = e^{2x} (\cos x - \sin x).$$

LMS-платформа – не предусмотрена

#### 5.2.2. Домашняя работа

Примерный перечень тем

1. Классификация уравнений в частных производных второго порядка. Приведение уравнения к каноническому виду. Задача Коши

Примерные задания

Выполните следующие задания:

1. Укажите области на плоскости  $ХОУ$ , где сохраняется тип уравнения:

$$y u_{xx} - x(\cos \pi x + 1)u_{yy} + x u_x - u = 0$$

2. Решите задачу Коши:

$$u_{xx} - 2 \sin x u_{xy} - (4 - \sin^2 x)u_{yy} + 8u_x - (16 + 8 \sin x + \cos x)u_y = 0,$$

$$u(x, \cos x) = e^{-6x} + 2x, \quad u_y(x, \cos x) = 1 - e^{-6x}.$$

LMS-платформа – не предусмотрена

### 5.3. Описание контрольно-оценочных мероприятий промежуточного контроля по дисциплине модуля

#### 5.3.1. Зачет

#### Список примерных вопросов

1. Нормированные и гильбертовы пространства. Ряды Фурье. Задача Штурма-Лиувилля
  2. Ортогональные многочлены и функции Лежандра, Эрмита, Лагерра. Функции Бесселя
  3. Постановка задач. Приведение к каноническому виду. Методы решения
  4. Экстремум и условный экстремум интегральных функционалов
- LMS-платформа – не предусмотрена

#### 5.4 Содержание контрольно-оценочных мероприятий по направлениям воспитательной деятельности

Направление воспитательной деятельности	Вид воспитательной деятельности	Технология воспитательной деятельности	Компетенция	Результаты обучения	Контрольно-оценочные мероприятия
Профессиональное воспитание	учебно-исследовательская, научно-исследовательская	Технология самостоятельной работы Технология анализа образовательных задач	ОПК-2	Д-1	Домашняя работа Зачет Контрольная работа Лекции Практические/семинарские занятия