

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**
Введение в теорию целых функций

Код модуля
1156271(1)

Модуль
Введение в теорию целых функций

Екатеринбург

Оценочные материалы составлены автором(ами):

№ п/п	Фамилия, имя, отчество	Ученая степень, ученое звание	Должность	Подразделение
1	Акопян Роман Размикович	доктор физико-математических наук, доцент	Профессор	математического анализа

Согласовано:

Управление образовательных программ

Ю.Д. Маева

Авторы:

- Акопян Роман Размикович, Профессор, математического анализа

1. СТРУКТУРА И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ Введение в теорию целых функций

1.	Объем дисциплины в зачетных единицах	3	
2.	Виды аудиторных занятий	Лекции Практические/семинарские занятия	
3.	Промежуточная аттестация	Зачет	
4.	Текущая аттестация	Контрольная работа	2

2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ (ИНДИКАТОРЫ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ Введение в теорию целых функций

Индикатор – это признак / сигнал/ маркер, который показывает, на каком уровне обучающийся должен освоить результаты обучения и их предъявление должно подтвердить факт освоения предметного содержания данной дисциплины, указанного в табл. 1.3 РПМ-РПД.

Таблица 1

Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы)	Контрольно-оценочные средства для оценивания достижения результата обучения по дисциплине
1	2	3
ПК-1 -Способен демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, основ программирования и информационных технологий	З-1 - Привести примеры математических теорем, естественнонаучных законов, базовых понятий программирования и информационных технологий П-1 - Иметь практический опыт сбора информации в математических и естественных науках, основах программирования и информационных технологий У-1 - Обобщить полученные базовые математические знания, определить оптимальные методы программирования для решения профессиональных задач	Зачет Контрольная работа № 1 Контрольная работа № 2 Лекции Практические/семинарские занятия

3. ПРОЦЕДУРЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ В БАЛЬНО-РЕЙТИНГОВОЙ СИСТЕМЕ (ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА БРС)

3.1. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

1. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – 0.4		
Текущая аттестация на лекциях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>Работа на занятиях</i>	8,17	100
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – 0.5		
Промежуточная аттестация по лекциям – зачет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – 0.5		
2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – 0.6		
Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>контрольная работа 1</i>	8,8	50
<i>контрольная работа 2</i>	8,17	50
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям – 1		
Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям – нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям – не предусмотрено		
3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий – не предусмотрено		
Текущая аттестация на лабораторных занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям – нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено		
4. Онлайн-занятия: коэффициент значимости совокупных результатов онлайн-занятий – не предусмотрено		
Текущая аттестация на онлайн-занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено		

Промежуточная аттестация по онлайн-занятиям –нет
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено

3.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта

Текущая аттестация выполнения курсовой работы/проекта	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент текущей аттестации выполнения курсовой работы/проекта– не предусмотрено		
Весовой коэффициент промежуточной аттестации выполнения курсовой работы/проекта– защиты – не предусмотрено		

4. КРИТЕРИИ И УРОВНИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

4.1. В рамках БРС применяются утвержденные на кафедре/институте критерии (признаки) оценивания достижений студентов по дисциплине модуля (табл. 4) в рамках контрольно-оценочных мероприятий на соответствие указанным в табл.1 результатам обучения (индикаторам).

Таблица 4

Критерии оценивания учебных достижений обучающихся

Результаты обучения	Критерии оценивания учебных достижений, обучающихся на соответствие результатам обучения/индикаторам
Знания	Студент демонстрирует знания и понимание в области изучения на уровне указанных индикаторов и необходимые для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Умения	Студент может применять свои знания и понимание в контекстах, представленных в оценочных заданиях, демонстрирует освоение умений на уровне указанных индикаторов и необходимых для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Опыт /владение	Студент демонстрирует опыт в области изучения на уровне указанных индикаторов.
Другие результаты	Студент демонстрирует ответственность в освоении результатов обучения на уровне запланированных индикаторов. Студент способен выносить суждения, делать оценки и формулировать выводы в области изучения. Студент может сообщать преподавателю и коллегам своего уровня собственное понимание и умения в области изучения.

4.2 Для оценивания уровня выполнения критериев (уровня достижений обучающихся при проведении контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля) используется универсальная шкала (табл. 5).

Таблица 5

Шкала оценивания достижения результатов обучения (индикаторов) по уровням

Характеристика уровней достижения результатов обучения (индикаторов)				
№ п/п	Содержание уровня выполнения критерия оценивания результатов обучения (выполненное оценочное задание)	Шкала оценивания		
		Традиционная характеристика уровня		Качественная характеристика уровня
1.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты в полном объеме, замечаний нет	Отлично (80-100 баллов)	Зачтено	Высокий (В)
2.	Результаты обучения (индикаторы) в целом достигнуты, имеются замечания, которые не требуют обязательного устранения	Хорошо (60-79 баллов)		Средний (С)
3.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты не в полной мере, есть замечания	Удовлетворительно (40-59 баллов)		Пороговый (П)
4.	Освоение результатов обучения не соответствует индикаторам, имеются существенные ошибки и замечания, требуется доработка	Неудовлетворительно (менее 40 баллов)	Не зачтено	Недостаточный (Н)
5.	Результат обучения не достигнут, задание не выполнено	Недостаточно свидетельств для оценивания		Нет результата

5. СОДЕРЖАНИЕ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ МЕРОПРИЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

5.1. Описание аудиторных контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля

5.1.1. Лекции

Самостоятельное изучение теоретического материала по темам/разделам лекций в соответствии с содержанием дисциплины (п. 1.2. РПД)

5.1.2. Практические/семинарские занятия

Примерный перечень тем

1. Введение
2. Порядок и тип целой функции
3. Факторизация целых функций заданного роста
4. Индикатор целой функции

Примерные задания

Практическая работа № 1.

1. Пусть целая функция f имеет порядок $\rho = \rho_f$. Исследуйте порядок целой функции F , определяемой формулой $F(z) = \sum_{n=0}^{\infty} |f_n|^{\rho} z^n$,

в которой f_n коэффициенты Тейлора функции f .

2. Пусть целая функция f имеет порядок ρ_f и тип σ_f , n -- натуральное число.

Что можно сказать о характеристиках роста целой функции $f^{(n)}$?

3. Пусть функция f имеет порядок ρ_f и тип σ_f . Что можно сказать о характеристиках роста целой функции $F(z) = \int_0^z f(\zeta) d\zeta$?

4. Пусть целая функция $f(z) = \sum_{n=0}^{\infty} f_n z^n$ имеет порядок ρ_f и тип σ_f . Каким (достаточным) условиям должна удовлетворять функция $g(z) = \sum_{n=0}^{\infty} g_n z^n$ для того, чтобы сумма ряда $\sum_{n=0}^{\infty} g_n f_n z^n$ была целой функцией порядка ρ_f и типа σ_f ?

Практическая работа № 2.

1. Найти считающую функцию $n_f(r)$ и верхнюю плотность Δ последовательности нулей целой функции $f(z) = \sin \pi z$.

2. Представить в виде бесконечного произведения функцию $chz - \cos z$.

3. Найти считающую функцию $n_f(r)$ и верхнюю плотность Δ последовательности нулей целой функции $f(z) = \cos z$.

4. Найти считающую функцию $n_f(r)$ и верхнюю плотность Δ последовательности нулей целой функции $f(z) = chz$.

5. Представить в виде бесконечного произведения функцию $z^{10} shz$.

6. Найти считающую функцию $n_f(r)$ и верхнюю плотность Δ последовательности нулей целой функции $f(z) = shz$.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2. Описание внеаудиторных контрольно-оценочных мероприятий и средств текущего контроля по дисциплине модуля

Разноуровневое (дифференцированное) обучение.

Базовый

5.2.1. Контрольная работа № 1

Примерный перечень тем

1. Характеризация многочленов и трансцендентных целых функций. Порядок и тип целой функции.

Примерные задания

Контрольная работа № 1.

1. Сформулировать критерий многочлена в терминах изолированной особой точки $z = \infty$.
2. Охарактеризуйте поведение трансцендентной целой функции в окрестности точки $z = \infty$.
3. Определить порядок и тип целой функции, заданной рядом Тейлора $\sum_{n=0}^{\infty} e^{-n^2} z^n$.
4. Определить порядок и тип целой функции, заданной рядом Тейлора $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{\ln n}{n}\right)^{n/\alpha} z^n, \alpha > 0$.
5. Определить порядок и тип целой функции, заданной рядом Тейлора $\sum_{n=2}^{\infty} \left(\frac{1}{n \ln n}\right)^{n/\alpha} z^n, \alpha > 0$.
6. Определить порядок и тип целой функции, заданной рядом Тейлора $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{z^n}{n^{1-\alpha}}, \alpha > 0$.
7. Определить порядок и тип целой функции, заданной рядом Тейлора $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{e^n}{n!} z^n$.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.2. Контрольная работа № 2

Примерный перечень тем

1. Факторизация целых функций заданного роста. Индикатор целой функции.

Примерные задания

Контрольная работа № 2.

1. Определить показатель сходимости τ последовательности нулей целой функции f , определённой равенством $f(z) = \exp \exp z - 1$.
2. Представить в виде бесконечного произведения функцию $\frac{\sin^2 \sqrt{z}}{z}$.
3. Найти считающую функцию $n_f(r)$ и верхнюю плотность Δ последовательности нулей целой функции $f(z) = sh z$.
4. Представить в виде бесконечного произведения функцию $\sin z^2$.
5. Найти индикатрису целой функции $f(z) = \sin 3z$ и построить её график в полярной системе координат.
6. Найти индикатрису целой функции $f(z) = \cos 2z$ и построить её график в полярной системе координат.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.3. Описание контрольно-оценочных мероприятий промежуточного контроля по дисциплине модуля

5.3.1. Зачет

Список примерных вопросов

1. Определение целой функции.

2. Характеризация многочленов и трансцендентных целых функций в терминах тейлоровских коэффициентов и в зависимости от поведения функции в бесконечно удаленной точке.
3. Максимум модуля целой функции и его основные свойства.
4. Асимптотические оценки модуля многочлена; обобщение теоремы Лиувилля и критерий трансцендентности целой функции в терминах роста логарифма ее максимума модуля.
5. Понятие порядка и типа целой функции и формулы их вычисления через максимум модуля.
6. Определение максимального члена тейлоровского разложения целой функции. Связь между ростом максимума модуля и максимального члена целой функции.
7. Формулы вычисления порядка и типа целой функции через максимальный член.
8. Формулы вычисления порядка и типа целой функции в терминах ее тейлоровских коэффициентов.
9. Построение целых функций заданного порядка и типа.
10. Теоремы о порядке и типе суммы и произведения двух целых функций.
11. Рост производной целой функции.
12. Представление целой функции конечного порядка, не имеющей нулей в комплексной плоскости.
13. Достаточные признаки равномерной сходимости в области и внутри области функционального бесконечного произведения.
14. Теорема Вейерштрасса о существовании целой функции, имеющей нули в заданной последовательности точек.
15. Представление целой функции, имеющей нули в заданной последовательности точек.
16. Показатель сходимости числовой последовательности, его связь с родом соответствующего канонического произведения.
17. Оценка снизу модуля аналитической в круге функции.
18. Связь порядка целой функции и показателя сходимости ее нулей.
19. Теорема единственности для целых функций.
20. Порядок и тип канонического произведения.
21. Оценка снизу модуля канонического произведения.
22. Вычисление верхней плотности множества нулей целой функции с помощью считающей функции нулей.
23. Теорема Адамара.
24. Теорема Бореля.
25. Формула Иенсена и ее следствия.
26. Связь между максимумом модуля целой функции и максимумом ее вещественной части.
27. Лемма об оценке сверху максимума модуля аналитической в круге функции.
28. Оценка снизу модуля аналитической в круге функции, не имеющей в нем нулей.
29. Теорема Картана.
30. Теорема В.Бернштейна об оценке снизу модуля произвольной аналитической в круге функции. Теорема о категориях.
31. Принцип Фрагмена – Линделефа.
32. Индикатор целой функции и его основные свойства.

33. Оценка индикатора снизу.
 34. Индикатор целой функции порядка $< S$.
 35. Конечность и непрерывность индикатора целой функции конечного порядка и типа.
 36. Свойства индикатора, связанные с его дифференцируемостью.
 37. Индикаторная диаграмма целой функции экспоненциального типа (цфэт).
 38. Функция, ассоциированная по Борелю с цфэт, ее область аналитичности.
 Сопряженная диаграмма цфэт.
 39. Интегральное представление цфэт через ассоциированную с ней.
 40. Интеграл Лапласа и условия его существования.
 41. Интеграл Лапласа и условия его существования. Интегральное представление ассоциированной по Борелю функции через соответствующую целую функцию.
 42. Теорема Поля.
 LMS-платформа – не предусмотрена

5.4 Содержание контрольно-оценочных мероприятий по направлениям воспитательной деятельности

Направление воспитательной деятельности	Вид воспитательной деятельности	Технология воспитательной деятельности	Компетенция	Результаты обучения	Контрольно-оценочные мероприятия
Профессиональное воспитание	учебно-исследовательская, научно-исследовательская	Технология формирования уверенности и готовности к самостоятельной успешной профессиональной деятельности	ПК-1	З-1	Зачет