

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**
Алгебра и геометрия

Код модуля
1146160(1)

Модуль
Математика

Екатеринбург

Оценочные материалы составлены автором(ами):

№ п/п	Фамилия, имя, отчество	Ученая степень, ученое звание	Должность	Подразделение
1	Белоусова Вероника Игоревна	к.ф.-м.н.	доцент	ДИТ и А
2	Ермакова Галина Михайловна	к.ф.-м.н.	доцент	ДИТ и А

Согласовано:

Управление образовательных программ

Т.Г. Комарова

Авторы:

- Белоусова Вероника Игоревна, доцент, ДИТ и А

1. СТРУКТУРА И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ Алгебра и геометрия

1.	Объем дисциплины в зачетных единицах	8	
2.	Виды аудиторных занятий	Лекции Практические/семинарские занятия	
3.	Промежуточная аттестация	Экзамен	
4.	Текущая аттестация	Контрольная работа	6
		Домашняя работа	6
		Расчетная работа	2

2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ (ИНДИКАТОРЫ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ Алгебра и геометрия

Индикатор – это признак / сигнал/ маркер, который показывает, на каком уровне обучающийся должен освоить результаты обучения и их предъявление должно подтвердить факт освоения предметного содержания данной дисциплины, указанного в табл. 1.3 РПМ-РПД.

Таблица 1

Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы)	Контрольно-оценочные средства для оценивания достижения результата обучения по дисциплине
1	2	3
ОПК-2 -Способен формализовывать и решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, используя методы моделирования и математического анализа	Д-1 - Способность к самообразованию, к самостоятельному освоению новых методов математического анализа и моделирования З-1 - Привести примеры использования методов моделирования и математического анализа в решении задач, относящихся к профессиональной деятельности П-1 - Решать поставленные задачи, относящиеся к области профессиональной деятельности, используя освоенные за время обучения	Домашняя работа № 1 Домашняя работа № 2 Домашняя работа № 3 Домашняя работа № 4 Домашняя работа № 5 Домашняя работа № 6 Контрольная работа № 1 Контрольная работа № 2 Контрольная работа № 3 Контрольная работа № 4 Контрольная работа № 5 Контрольная работа № 6 Лекции Практические/семинарские занятия Расчетная работа № 1 Расчетная работа № 2 Экзамен

	пакеты прикладных программ для моделирования и математического анализа У-1 - Обоснованно выбрать возможные методы моделирования и математического анализа для предложенных задач профессиональной деятельности	
ОПК-1 -Способен формулировать и решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, применяя фундаментальные знания основных закономерностей развития природы, человека и общества	Д-1 - Демонстрировать умение эффективно работать в команде З-2 - Обосновать значимость использования фундаментальных естественнонаучных и философских знаний в формулировании и решении задач профессиональной деятельности знаний П-1 - Работая в команде, формулировать и решать задачи в рамках поставленного задания, относящиеся к области профессиональной деятельности У-2 - Определять конкретные пути решения задач профессиональной деятельности на основе фундаментальных естественнонаучных знаний	Домашняя работа № 1 Домашняя работа № 2 Домашняя работа № 3 Домашняя работа № 4 Домашняя работа № 5 Домашняя работа № 6 Контрольная работа № 1 Контрольная работа № 2 Контрольная работа № 3 Контрольная работа № 4 Контрольная работа № 5 Контрольная работа № 6 Лекции Практические/семинарские занятия Расчетная работа № 1 Расчетная работа № 2 Экзамен

3. ПРОЦЕДУРЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ В БАЛЬНО-РЕЙТИНГОВОЙ СИСТЕМЕ (ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА БРС)

3.1. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

1. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – 0.80		
Текущая аттестация на лекциях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>контрольная работа</i>	1,4	30
<i>контрольная работа</i>	1,8	30
<i>контрольная работа</i>	1,14	40

Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – 0.40		
Промежуточная аттестация по лекциям – экзамен		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – 0.60		
2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – 0.20		
Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>домашняя работа</i>	1,2	20
<i>домашняя работа</i>	1,6	20
<i>домашняя работа</i>	1,10	20
<i>расчетная работа</i>	1,12	20
<i>расчетная работа</i>	1,17	20
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям– 1.00		
Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям–нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям– 0.00		
3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий –не предусмотрено		
Текущая аттестация на лабораторных занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям -не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям –нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено		
4. Онлайн-занятия: коэффициент значимости совокупных результатов онлайн-занятий –не предусмотрено		
Текущая аттестация на онлайн-занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по онлайн-занятиям -не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по онлайн-занятиям –нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено		

3.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта

Текущая аттестация выполнения курсовой работы/проекта	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент текущей аттестации выполнения курсовой работы/проекта– не предусмотрено		

Весовой коэффициент промежуточной аттестации выполнения курсовой работы/проекта– защиты – **не предусмотрено**

3.1. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

2. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – 0.80		
Текущая аттестация на лекциях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>контрольная работа</i>	2,4	30
<i>контрольная работа</i>	2,8	30
<i>контрольная работа</i>	2,10	40
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – 0.40		
Промежуточная аттестация по лекциям – экзамен		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – 0.60		
2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – 0.20		
Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>домашняя работа</i>	2,6	30
<i>домашняя работа</i>	2,12	30
<i>домашняя работа</i>	2,16	40
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям – 1.00		
Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям – нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям – 0.00		
3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий – не предусмотрено		
Текущая аттестация на лабораторных занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям – нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено		
4. Онлайн-занятия: коэффициент значимости совокупных результатов онлайн-занятий – не предусмотрено		
Текущая аттестация на онлайн-занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах

Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по онлайн-занятиям -не предусмотрено
Промежуточная аттестация по онлайн-занятиям –нет
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено

3.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта

Текущая аттестация выполнения курсовой работы/проекта	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент текущей аттестации выполнения курсовой работы/проекта– не предусмотрено		
Весовой коэффициент промежуточной аттестации выполнения курсовой работы/проекта– защиты – не предусмотрено		

4. КРИТЕРИИ И УРОВНИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

4.1. В рамках БРС применяются утвержденные на кафедре/институте критерии (признаки) оценивания достижений студентов по дисциплине модуля (табл. 4) в рамках контрольно-оценочных мероприятий на соответствие указанным в табл.1 результатам обучения (индикаторам).

Таблица 4

Критерии оценивания учебных достижений обучающихся

Результаты обучения	Критерии оценивания учебных достижений, обучающихся на соответствие результатам обучения/индикаторам
Знания	Студент демонстрирует знания и понимание в области изучения на уровне указанных индикаторов и необходимые для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Умения	Студент может применять свои знания и понимание в контекстах, представленных в оценочных заданиях, демонстрирует освоение умений на уровне указанных индикаторов и необходимых для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Опыт /владение	Студент демонстрирует опыт в области изучения на уровне указанных индикаторов.
Другие результаты	Студент демонстрирует ответственность в освоении результатов обучения на уровне запланированных индикаторов. Студент способен выносить суждения, делать оценки и формулировать выводы в области изучения. Студент может сообщать преподавателю и коллегам своего уровня собственное понимание и умения в области изучения.

4.2 Для оценивания уровня выполнения критериев (уровня достижений обучающихся при проведении контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля) используется универсальная шкала (табл. 5).

Таблица 5

Шкала оценивания достижения результатов обучения (индикаторов) по уровням

Характеристика уровней достижения результатов обучения (индикаторов)				
№ п/п	Содержание уровня выполнения критерия оценивания результатов обучения (выполненное оценочное задание)	Шкала оценивания		
		Традиционная характеристика уровня		Качественная характеристи ка уровня
1.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты в полном объеме, замечаний нет	Отлично (80-100 баллов)	Зачтено	Высокий (В)
2.	Результаты обучения (индикаторы) в целом достигнуты, имеются замечания, которые не требуют обязательного устранения	Хорошо (60-79 баллов)		Средний (С)
3.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты не в полной мере, есть замечания	Удовлетворительно (40-59 баллов)		Пороговый (П)
4.	Освоение результатов обучения не соответствует индикаторам, имеются существенные ошибки и замечания, требуется доработка	Неудовлетворитель но (менее 40 баллов)	Не зачтено	Недостаточный (Н)
5.	Результат обучения не достигнут, задание не выполнено	Недостаточно свидетельств для оценивания		Нет результата

5. СОДЕРЖАНИЕ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ МЕРОПРИЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

5.1. Описание аудиторных контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля

5.1.1. Лекции

Самостоятельное изучение теоретического материала по темам/разделам лекций в соответствии с содержанием дисциплины (п. 1.2. РПД)

5.1.2. Практические/семинарские занятия

Примерный перечень тем

1. Понятие алгебраической структуры, понятие группы, кольца, поля
2. Комплексные числа (Поле комплексных чисел. Три формы записи комплексных чисел, операции над комплексными числами, свойства операций. Задание линий и областей с помощью комплекснозначной переменной)
3. Многочлены (Кольцо многочленов. Алгоритм деления многочленов с остатком, теорема Безу. Теорема Гаусса, разложение на множители многочлена над полем действительных чисел и над полем комплексных чисел)
4. Понятие (аксиомы) линейного пространства над полем.

5. Понятие подпространства. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость (независимость) системы векторов.
 6. Базис и размерность л.п. Координаты вектора. Матрица перехода от одного базиса к другому.
 7. Связь координат вектора в разных базисах. Ранг системы векторов. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли о совместности систем линейных уравнений (СЛУ).
 8. Однородные системы линейных уравнений. Пространство решений однородной СЛУ. Размерность пространства решений. Фундаментальная система решений.
 9. Аксиоматическое определение скалярного произведения векторов. Евклидовы пространства. Связь евклидовых пространств с нормированными и метрическими пространствами
 10. Неравенство Коши-Буняковского. Ортогональный и ортонормированный базисы евклидова пространства. Процесс ортогонализации векторов Грама-Шмидта. Матрица Грама.
 11. Ортогональное дополнение подпространства в евклидовом пространстве. Ортогональная проекция и ортогональная составляющая вектора на подпространство. Расстояние от вектора до подпространства.
 12. Унитарные (эрмитовы) пространства.
 13. Линейный оператор векторного (линейного) пространства. Матрица линейного оператора. Связь между матрицами линейного оператора в разных базисах.
 14. Образ и ядро, ранг и дефект линейного оператора. Алгебра линейных операторов. Обратимый линейный оператор.
 15. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Характеристический многочлен оператора.
 16. Критерий диагонализуемости. Оператор простой структуры. Жорданова нормальная форма (ЖНФ).
 17. Квадратичные формы в аффинном пространстве. Приведение квадратичной формы к каноническому виду
 18. Понятие фигуры и интеграла по фигуре. Свойства интегралов по фигуре. Криволинейные интегралы 1-го рода
 19. Двойные интегралы. Тройные интегралы. Поверхностные интегралы 1-го рода
 20. Скалярные и векторные поля. Поток векторного поля.
 21. Линейный интеграл. Дивергенция.
 22. Формулы Остроградского – Гаусса, Грина и Стокса. Ротор.
 23. Потенциальные и соленоидальные поля и их свойства. Оператор Гамильтона
- Примерные задания
LMS-платформа – не предусмотрена

5.2. Описание внеаудиторных контрольно-оценочных мероприятий и средств текущего контроля по дисциплине модуля

Разноуровневое (дифференцированное) обучение.

Базовый

5.2.1. Контрольная работа № 1

Примерный перечень тем

1. Матрицы

Примерные задания

Вариант № 1

1. Вычислить $\begin{pmatrix} 4 & -5 & 1 \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ 3 & 3 \\ -5 & -6 \end{pmatrix}$.

Можно ли перемножить матрицы в обратном порядке?

2. Найти $f(A)$, если $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 \\ 5 & -1 & 1 \\ 0 & 3 & -2 \end{pmatrix}$ и $f(x) = x^3 - 4x^2 + 2x - 5$.

3. Найти A^{-1} двумя способами, если $A = \begin{pmatrix} 3 & -2 & -5 \\ -3 & 7 & -5 \\ 6 & -4 & 5 \end{pmatrix}$.

4. Решить матричные уравнения:

а) $B \cdot X = A$,

б) $X \cdot A = B$,

в) $2A \cdot X - 2 \cdot X = B$,

если $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & -1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} -4 & 1 & 4 \\ 2 & 3 & -1 \\ 1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.2. Контрольная работа № 2

Примерный перечень тем

1. Векторы

Примерные задания

Вариант № 1

1. При каком условии вектор $\vec{a} + \vec{b}$ перпендикулярен вектору $\vec{a} - \vec{b}$?
2. Найти скалярное произведение векторов $\vec{n} = 3\vec{a} - 4\vec{b}$ и $\vec{m} = \vec{a} + \vec{b}$, если \vec{a} и \vec{b} – единичные векторы и $|\vec{a} - \vec{b}| = \sqrt{3}$.
3. Даны векторы $\vec{a} = -2\vec{i} + \vec{j} - 8\vec{k}$ и $\vec{b} = -4\vec{i} - 2\vec{j} - 3\vec{k}$. Вычислить проекцию вектора $\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$ на ось, составляющую с координатными осями Ox, Oy углы $\alpha = 60^\circ, \beta = 120^\circ$, а с осью Oz – тупой угол γ .
4. Вектор \vec{x} , перпендикулярный к векторам $\vec{a} = \{-1; 0; 2\}$ и $\vec{b} = \{2; 2; -10\}$ образует с осью Ox острый угол. Зная, что $|\vec{x}| = \sqrt{14}$, найти его координаты.
5. Найти площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$ и $\vec{d} = 2\vec{a} + \vec{b}$, если $|\vec{a}| = \sqrt{3}, |\vec{b}| = 1$, а угол между векторами \vec{a} и \vec{b} равен 60° .
6. Даны вершины тетраэдра: $A(2; 3; 1), B(4; 1; -2), C(6; 3; 7), D(-4; -3; 7)$. Найти длину его высоты, опущенной из вершины D .

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.3. Контрольная работа № 3

Примерный перечень тем

1. Геометрия

Примерные задания

Контрольная работа «Аналитическая геометрия»

Вариант № 1

1. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $A(-1, -1, 2)$, перпендикулярно к плоскостям $x - 2y + z - 4 = 0$ и $x + 2y - 2z + 4 = 0$.
2. Найти угол между прямыми $\begin{cases} x - y + z - 4 = 0 \\ 2x + y - 2z + 5 = 0 \end{cases}$ и $\begin{cases} x + y + z - 4 = 0 \\ 2x + 3y - z - 6 = 0 \end{cases}$.
3. Через точку $P(1, 0, 7)$ параллельно плоскости $3x - y + 2z - 15 = 0$ провести прямую так, чтобы она пересекала прямую $\frac{x-1}{4} = \frac{y-3}{2} = \frac{z}{1}$.

Контрольная работа «Линейные операторы»

Вариант 1.

1. Доказать, что оператор $A: A(x) = \begin{pmatrix} x_2 \\ 2x_3 \\ x_1 \end{pmatrix}$, где $x = (x_1, x_2, x_3)$ является

линейным.

Найти матрицу оператора в базисах (i, j, k) и $(e_1 = i + j, e_2 = k, e_3 = i + 2k)$.

2. Оператор $A_1: R^2 \rightarrow R^2$ зеркально отражает все геометрические векторы плоскости $ХОУ$ относительно прямой $y = \frac{x}{\sqrt{3}}$, а оператор $A_2: R^2 \rightarrow R^2$ ортогонально проектирует их на прямую $y = -\sqrt{3}x$. Как действуют на произвольный фиксированный вектор x операторы: $4A_2 + 2A_1; A_2A_1$?

Задачу решить геометрически и аналитически.

3. Оператор A в некотором базисе задан матрицей $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$.

Найти образ и ядро оператора.

4. Линейный оператор $A: R^2 \rightarrow R^2$ в базисе (e_1', e_2') имеет матрицу $A = \begin{pmatrix} 11 & -30 \\ 3 & -8 \end{pmatrix}$. Известно, что $e_1' = -e_2, e_2' = e_1 + 3e_2$ и базис (e_1, e_2) ортонормирован. Найти матрицу сопряженного оператора A' в базисе (e_1', e_2') .

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.6. Контрольная работа № 6

Примерный перечень тем

1. Квадратичные формы

Примерные задания

Вариант 1.

Привести уравнения 2-го порядка к каноническому виду; определить их тип; выполнить построение.

- $2x^2 + 5y^2 + 10z^2 + 4xy - 6xz - 12yz = 60;$
- $7x^2 - y^2 + 6xy - 24\sqrt{10}x - 8\sqrt{10}y + 40 = 0;$
- $3x^2 + 5y^2 + 3z^2 + 2xy + 6xz + 12yz = 0.$

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.7. Домашняя работа № 1

Примерный перечень тем

1. Многочлены

Примерные задания

«Многочлены»

1. Следующие многочлены разложите на неприводимые множители над \mathbb{C} и \mathbb{R} . Приведите свой пример, когда эти разложения различны.

1) $x^3 - 8$

2. Постройте многочлен наименьшей степени с действительными коэффициентами, имеющий:

1) двукратный корень 1, простые корни 2, 3, $1+i$

3. Пользуясь схемой Горнера, выполните задание.

1. Найти значение многочлена $f = x^6 - 6x^4 - 4x^3 + 9x^2 + 12x + 4$ в точке $\alpha = 3$.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.8. Домашняя работа № 2

Примерный перечень тем

1. Теория поля

Примерные задания

Вариант №1

1. Найти производную поля $\phi(x) = \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{z} + \frac{z^2}{x} - x^2yz$ в точке $A(1,2,1)$ в направлении, образующем равные острые углы с осями координат.
2. Найти угол между градиентом скалярных полей $v(x, y, z) = \frac{x^3}{2} + 6y^3 + 3\sqrt{6}z^3$ и $u(x, y, z) = \frac{x^2}{yz^2}$ в точке $M\left(\sqrt{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$.
3. Показать, что поле вектора $\vec{a} = \left(2xyz + z^2 - \frac{z}{x^2}\right)i + (x^2z - 1)j + \left(x^2y + 2xz + \frac{1}{x}\right)k$ потенциально, найти потенциал поля.
4. Найти векторные линии поля градиентов функции $\phi(x, y, z) = y^2 + xz + x - z$.
5. Вычислить работу силы $\vec{F} = (yz - x^2)i + (xz - y^2)j + (xy - z^2)k$ при перемещении по линии $\begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1, \\ z = 1 \end{cases}$ из точки $A(2,0,1)$ в точку $B(0,4,1)$.
6. Вычислить поток поля $\vec{a} = y^2i + yj + xk$ через плоский треугольник с вершинами в точках $A(2,0,0)$, $B(0,-1,0)$, $C(2,0,4)$. Нормальный вектор плоскости образует острый угол с осью Ox .
7. Найти поток поля $\vec{a} = (x + y)i + (y + 2z)j + (x + y + z)k$ через полусферу $z = R - \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}$ в направлении внешней нормали.
8. Проверить формулу Стокса для вектора $\vec{a} = yzi + (xz - x^2 + x)j + xyk$, принимая за поверхность интегрирования боковую поверхность пирамиды, ограниченную плоскостями $x - 3y - 2z = 6$, $x = 0$, $y = 0$ ($z \leq 0$), а за контур интегрирования – линию пересечения её с плоскостью $z = 0$.
9. Доказать, что $\text{div}(\text{rot}\vec{a}) = 0$.
10. Вычислить $\vec{\nabla} \times ((\vec{r}, \vec{a})\vec{b})$, где \vec{a} и \vec{b} постоянные векторы, а \vec{r} – радиус-вектор точки.

[LMS-платформа – не предусмотрена](#)

5.2.9. Домашняя работа № 3

[Примерный перечень тем](#)

[1. Линейные операторы](#)

[Примерные задания](#)

Вариант 1

1. Пользуясь определением, проверить, являются ли данные векторы линейно-зависимыми.
 $a_1 = (1, 2, 0 - 2)$; $a_2 = (-3, 1, 1, 0)$;
 $a_3 = (0, 5, -1, 1)$; $a_4 = (4, 0, -2, 1)$.
2. Из системы векторов выделить максимальную линейно независимую систему векторов и остальные векторы выразить через них.
 $a_1 = (-1, 2, 1)$; $a_2 = (1, 0, -3)$;
 $a_3 = (0, 3, -6)$; $a_4 = (2, -3, 0)$.
3. В базисе (e_1, e_2, e_3) задан вектор $\bar{X} = (x_1, x_2, x_3)$. Найти координаты этого вектора в базисе (e'_1, e'_2, e'_3) .
 $\bar{X} = (6, -1, 3)$; $\begin{cases} e'_1 = e_1 + e_2 + 2e_3; \\ e'_2 = 2e_1 - e_2; \\ e'_3 = -e_1 + e_2 + e_3. \end{cases}$
4. Найти матрицу перехода от базиса $e_1 = (3, 0, 1)$, $e_2 = (0, 1, 0)$, $e_3 = (2, 0, 1)$ к базису $e'_1 = (2, 1, 0)$, $e'_2 = (-1, 1, 0)$, $e'_3 = (0, 1, 1)$.
5. Вектор $x = (1, 1, 1)$ задан своими координатами в базисе $e_1 = (-1, 1, 0)$, $e_2 = (3, 1, 0)$, $e_3 = (0, 1, 1)$.
Найти его координаты в базисе $e'_1 = (-1, 0, 1)$, $e'_2 = (0, 1, 0)$, $e'_3 = (-2, 0, 1)$ пространства R^3 .

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.10. Домашняя работа № 4

Примерный перечень тем

1. Собственные значения и собственные векторы

Примерные задания

Домашнее задание «Собственные значения. Собственные векторы»

Вариант 1.

1. Найти собственные значения и собственные векторы линейных операторов, заданных матрицами в некотором базисе:

$$\begin{pmatrix} 2 & 4 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 9 & 8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & -2 \end{pmatrix}.$$

2. Определить операторы простой структуры среди линейных операторов, заданных в некотором базисе матрицами

$$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 9 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 2 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 7 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

3. Привести матрицы линейных операторов, если возможно, к диагональному виду и найти соответствующий базис

$$\begin{pmatrix} -3 & 5 & 0 \\ 0 & -3 & 0 \\ 0 & 2 & -3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 5 & 4 \\ -9 & -8 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 2 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 8 & -4 & 3 \end{pmatrix}.$$

4. Даны собственные значения и собственные векторы линейного оператора в некотором базисе.

Найти матрицу оператора в этом базисе.

$$2 \quad (1, 0, 1)$$

$$-2 \quad (1, 1, 1)$$

$$4 \quad (1, 1, 0)$$

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.11. Домашняя работа № 5

Примерный перечень тем

1. Аналитическая геометрия

Примерные задания

Вариант №1

1. Формула расстояния от точки до плоскости.
2. Найти точку, симметричную точке $A(1; 0; 1)$ относительно прямой

$$\begin{cases} 2x - 2y + z + 3 = 0, \\ 3x - 2y + 2z + 17 = 0. \end{cases}$$

3. Вычислить кратчайшее расстояние между прямыми

$$\frac{x-1}{6} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+3}{-1}; \quad \begin{cases} x = 3t + 1, \\ y = 2t + 1, \\ z = -2t + 1. \end{cases}$$

4. Найти расстояние от точки, являющейся центром поверхности $x^2 + 4y^2 - 4z^2 + 4x - 8y = 0$, до плоскости, проходящей через прямые

$$\frac{x-5}{13} = \frac{y-6}{1} = \frac{z+3}{-4}; \quad \frac{x-2}{13} = \frac{y-3}{1} = \frac{z+3}{-4}$$

Записать название и канонический вид поверхности, построить эскиз поверхности.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.12. Домашняя работа № 6

Примерный перечень тем

1. Определенный интеграл

Примерные задания

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА «ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ».

Вариант 1

1. Вычислить интегралы:

$$\text{а) } \int_0^1 \ln(x+1) dx; \quad \text{б) } \int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}; \quad \text{в) } \int_0^{\sqrt{a}} x^2 \cdot \sqrt{a-x^2} dx.$$

2. Найти среднее значение функции $f(x) = x^2$ на отрезке $[0, 1]$.

3. Оценить интеграл $\int_0^{2\pi} \frac{dx}{10+3\cos x}$.

4. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями $x = -2y^2$, $x = 1 - 3y^2$.

5. Вычислить площадь фигуры, лежащей вне круга $\rho = a$ и ограниченной кривой $\rho = 2a \cos 3\varphi$.

6. Найти объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями

$$(y-1)^2 = x, \quad y = 2, \quad x = 0,$$

а) вокруг оси Oy ,

б) вокруг оси Ox .

7. Вычислить длину одной арки циклоиды $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.13. Расчетная работа № 1

Примерный перечень тем

1. Набор кривых
Примерные задания

Расчетно-графическая работа «Набор кривых»

Вариант 1

I. Привести уравнения кривых 2-го порядка к каноническому виду и построить кривые:

- | | |
|-------------------------------------|----------------------------------|
| 1. $x^2 + y^2 - 2x - 2y - 2 = 0$ | 4. $x = \sqrt{6 - 3y^2 + 6y}$ |
| 2. $x^2 - 4y^2 - 8x - 16y - 16 = 0$ | 5. $y = -2 + \sqrt{5 + (x+4)^2}$ |
| 3. $2x^2 - 4x - y + 11 = 0$ | 6. $y = 1 - 2\sqrt{x+1}$ |

II. Построить кривые в полярной системе координат:

- | | |
|--|-------------------------------------|
| 1. $\rho = a(\cos \varphi + \sin \varphi)$ | 5. $\rho = 0.2 / \sin \varphi$ |
| 2. $\rho = a / \varphi$ | 6. $(x^2 + y^2)^2 = a^2(x^2 - y^2)$ |
| 3. $\rho = 3 + \cos \varphi$ | 7. $(x^2 + y^2)^2 = 2x^3$ |
| 4. $\rho = a \cdot \sin \varphi$ | |

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.14. Расчетная работа № 2

Примерный перечень тем

1. Линейные операторы

Примерные задания

1

Вариант 1

1. Выяснить, является ли оператор $\hat{A}: \mathcal{R}^3 \rightarrow \mathcal{R}^3$ линейным. В случае линейности найти матрицы оператора в базисах $B = \{i, j, k\}$ и $B' = \{e_1 = k + j, e_2 = i - 3j, e_3 = 2i\}$, если

а) $\hat{A}(\bar{x}) = (3x_2, x_1/x_3, x_2 - 4x_1)$;

б) $\hat{A}(\bar{x}) = \bar{a}(\bar{a}, \bar{x})$, где $\bar{a} = (0, 1, -1)$, $\bar{x} = (x_1, x_2, x_3)$.

2. Оператор \hat{A} зеркально отражает все геометрические векторы плоскости Oxy относительно прямой $y = x/\sqrt{3}$, а оператор \hat{B} поворачивает их вокруг начала координат на угол $\varphi = \pi/2$. Найти матрицы операторов: $\hat{C} = \hat{B}\hat{A}$, $\hat{D} = 3\hat{B}^{-1} + 3\hat{A} + \hat{E}$ и образ вектора $\bar{x} = (2\sqrt{3}, 0)$ при указанных преобразованиях.

3. Найти ранг, дефект, образ и ядро линейного оператора \hat{A} заданного в некотором базисе матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

4.* Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$. Выяснить геометрическое действие оператора, определяемого этой

матрицей в базисе (i, j, k) .

5.3. Описание контрольно-оценочных мероприятий промежуточного контроля по дисциплине модуля

5.3.1. Экзамен

Список примерных вопросов

1. Понятие алгебраической структуры, понятие группы, кольца, поля
2. Комплексные числа (Поле комплексных чисел. Три формы записи комплексных чисел, операции над комплексными числами, свойства операций.
3. Многочлены (Кольцо многочленов. Алгоритм деления многочленов с остатком, теорема Безу. Теорема Гаусса, разложение на множители многочлена над полем действительных чисел и над полем комплексных чисел.)
4. Понятие (аксиомы) линейного пространства над полем. .
5. Понятие подпространства. Линейная комбинация векторов.
6. Линейная зависимость (независимость) системы векторов. Базис и размерность л.п. Координаты вектора. Матрица перехода от одного базиса к другому. Связь координат вектора в разных базисах.
7. Ранг системы векторов. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли о совместности систем линейных уравнений (СЛУ). Однородные системы линейных уравнений.
8. Пространство решений однородной СЛУ. Размерность пространства решений.
9. Фундаментальная система решений. Аксиоматическое определение скалярного произведения векторов. Евклидовы пространства. Связь евклидовых пространств с нормированными и метрическими пространствами.
10. Неравенство Коши-Буняковского. Ортогональный и ортонормированный базисы евклидова пространства. Процесс ортогонализации векторов Грама-Шмидта. Матрица Грама. Ортогональное дополнение подпространства в евклидовом пространстве. Ортогональная проекция и ортогональная составляющая вектора на подпространство. Расстояние от вектора до подпространства.
11. Унитарные (эрмитовы) пространства
12. Линейный оператор векторного (линейного) пространства. Матрица линейного оператора. Связь между матрицами линейного оператора в разных базисах.
13. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Характеристический многочлен оператора. Критерий диагонализуемости. Оператор простой структуры. Жорданова нормальная форма (ЖНФ).
14. Образ и ядро, ранг и дефект линейного оператора. Алгебра линейных операторов. Обратимый линейный оператор. Инвариантные подпространства
15. Квадратичные формы в аффинном пространстве. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
16. Понятие фигуры и интеграла по фигуре. Свойства интегралов по фигуре. Криволинейные интегралы 1-го рода
17. Двойные интегралы. Тройные интегралы. Поверхностные интегралы 1-го рода
18. Скалярные и векторные поля. Поток векторного поля.
19. Линейный интеграл. Дивергенция. Формулы Остроградского – Гаусса, Грина и Стокса. Ротор.
20. Потенциальные и соленоидальные поля и их свойства. Оператор Гамильтона

5.4 Содержание контрольно-оценочных мероприятий по направлениям воспитательной деятельности

Направление воспитательной деятельности	Вид воспитательной деятельности	Технология воспитательной деятельности	Компетенция	Результаты обучения	Контрольно-оценочные мероприятия
Профессиональное воспитание	учебно-исследовательская, научно-исследовательская	Технология анализа образовательных задач	ОПК-2	Д-1	Домашняя работа № 1 Домашняя работа № 2 Домашняя работа № 3 Домашняя работа № 4 Домашняя работа № 5 Домашняя работа № 6 Контрольная работа № 1 Контрольная работа № 2 Контрольная работа № 3 Контрольная работа № 4 Контрольная работа № 5 Контрольная работа № 6 Лекции Практические/семинарские занятия Расчетная работа № 1 Расчетная работа № 2 Экзамен