

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**
Математический анализ

Код модуля
1156268(1)

Модуль
Анализ функций одного и нескольких
переменных

Екатеринбург

Оценочные материалы составлены автором(ами):

№ п/п	Фамилия, имя, отчество	Ученая степень, ученое звание	Должность	Подразделение
1	Арестов Виталий Владимирович	доктор физико-математических наук, профессор	Профессор	математического анализа
2	Глазырина Полина Юрьевна	кандидат физико-математических наук, доцент	Заведующий кафедрой	математического анализа

Согласовано:

Управление образовательных программ

Ю.Д. Маева

Авторы:

- Арестов Виталий Владимирович, Профессор, математического анализа
- Глазырина Полина Юрьевна, Заведующий кафедрой, математического анализа

1. СТРУКТУРА И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ Математический анализ

1.	Объем дисциплины в зачетных единицах	23	
2.	Виды аудиторных занятий	Лекции Практические/семинарские занятия Лабораторные занятия	
3.	Промежуточная аттестация	Экзамен	
4.	Текущая аттестация	Контрольная работа	6

2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ (ИНДИКАТОРЫ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ Математический анализ

Индикатор – это признак / сигнал/ маркер, который показывает, на каком уровне обучающийся должен освоить результаты обучения и их предъявление должно подтвердить факт освоения предметного содержания данной дисциплины, указанного в табл. 1.3 РПМ-РПД.

Таблица 1

Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы)	Контрольно-оценочные средства для оценивания достижения результата обучения по дисциплине
1	2	3
ОПК-1 -Способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности	Д-1 - Демонстрировать навыки самообразования З-1 - Демонстрировать понимание основных закономерностей, законов, теорий математики, их взаимосвязь с другими дисциплинами З-2 - Интерпретировать основные теоретические положения фундаментальных разделов естественных наук, необходимые для освоения компетенций по профилю деятельности П-1 - Демонстрировать навыки применения простейших математических теорий и моделей для решения задач	Контрольная работа № 1 Контрольная работа № 2 Лабораторные занятия Лекции Экзамен

	<p>профессиональной деятельности</p> <p>У-1 - Определять пути решения задач профессиональной деятельности, опираясь на знания основных закономерностей, законов, теории математики</p>	
<p>ОПК-2 -Способен проводить под научным руководством исследования на основе современных методов в конкретной области профессиональной деятельности</p>	<p>Д-2 - Проявлять заинтересованность в содержании и результатах исследовательской работы</p> <p>З-1 - Демонстрировать понимание теоретических основ методов, используемых для проведения научных исследований в профильной области</p> <p>П-1 - Иметь опыт выполнения стандартных исследований с использованием серийного научного и технологического оборудования, стандартной методологии и методов исследований</p> <p>У-1 - Соотносить цель и задачи исследования с набором методов исследования, выбирать необходимое сочетание цели и средств</p>	<p>Контрольная работа № 3</p> <p>Контрольная работа № 4</p> <p>Лабораторные занятия</p> <p>Лекции</p> <p>Экзамен</p>
<p>ОПК-3 -Способен систематизировать, анализировать и обобщать результаты научных исследований на основе информационной и библиографической культуры</p>	<p>Д-1 - Демонстрировать развитие когнитивных умений</p> <p>З-1 - Демонстрировать понимание принципов анализа и обобщения результатов научных исследований</p> <p>З-2 - Формулировать требования к оформлению результатов исследований</p> <p>П-1 - Иметь опыт представления обобщенных результатов исследовательской деятельности и их оформления в виде текстовых, графических и иных материалов в соответствии с требованиями</p> <p>П-2 - Иметь опыт написания обзоров литературы, справок, методик экспериментов, описания и обсуждения</p>	<p>Контрольная работа № 5</p> <p>Контрольная работа № 6</p> <p>Лабораторные занятия</p> <p>Лекции</p> <p>Экзамен</p>

	<p>результатов экспериментов на основе информационной и библиографической культуры</p> <p>У-1 - Систематизировать и анализировать результаты экспериментов, наблюдений, измерений</p> <p>У-2 - Оформлять результаты исследовательской деятельности в виде обзоров литературы, справок, методик в соответствии с принятыми в профессиональной области требованиями</p>	
--	---	--

3. ПРОЦЕДУРЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ В БАЛЬНО-РЕЙТИНГОВОЙ СИСТЕМЕ (ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА БРС)

3.1. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

1. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – 0.6		
Текущая аттестация на лекциях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>Работа на занятиях</i>	1,17	100
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – 0.5		
Промежуточная аттестация по лекциям – экзамен		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – 0.5		
2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – не предусмотрено		
Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям – не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям – нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям – не предусмотрено		
3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий – 0.4		
Текущая аттестация на лабораторных занятиях	Сроки – семестр,	Максимальная оценка в баллах

	учебная неделя	
<i>контрольная работа 1</i>	1,8	50
<i>контрольная работа 2</i>	1,17	50
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям -1		
Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям –нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено		
4. Онлайн-занятия: коэффициент значимости совокупных результатов онлайн-занятий –не предусмотрено		
Текущая аттестация на онлайн-занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по онлайн-занятиям -не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по онлайн-занятиям –нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено		

3.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта

Текущая аттестация выполнения курсовой работы/проекта	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент текущей аттестации выполнения курсовой работы/проекта– не предусмотрено		
Весовой коэффициент промежуточной аттестации выполнения курсовой работы/проекта– защиты – не предусмотрено		

3.1. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

2. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – 0.6		
Текущая аттестация на лекциях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>Работа на занятиях</i>	2,17	100
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – 0.5		
Промежуточная аттестация по лекциям – экзамен		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – 0.5		
2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – не предусмотрено		
Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах

Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям – не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям – нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям – не предусмотрено		
3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий – 0.4		
Текущая аттестация на лабораторных занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>контрольная работа 1</i>	2,8	50
<i>контрольная работа 2</i>	2,17	50
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям – 1		
Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям – нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено		
4. Онлайн-занятия: коэффициент значимости совокупных результатов онлайн-занятий – не предусмотрено		
Текущая аттестация на онлайн-занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по онлайн-занятиям – нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено		

3.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта

Текущая аттестация выполнения курсовой работы/проекта	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент текущей аттестации выполнения курсовой работы/проекта – не предусмотрено		
Весовой коэффициент промежуточной аттестации выполнения курсовой работы/проекта – защиты – не предусмотрено		

3.1. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

3. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – 0.6		
Текущая аттестация на лекциях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>Работа на занятиях</i>	3,17	100
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – 0.5		
Промежуточная аттестация по лекциям – экзамен		

Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – 0.5		
2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – 0.4		
Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>контрольная работа 1</i>	3,8	50
<i>контрольная работа 2</i>	3,17	50
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям– 1		
Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям–нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям– не предусмотрено		
3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий –не предусмотрено		
Текущая аттестация на лабораторных занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям -не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям –нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено		
4. Онлайн-занятия: коэффициент значимости совокупных результатов онлайн-занятий –не предусмотрено		
Текущая аттестация на онлайн-занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по онлайн-занятиям -не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по онлайн-занятиям –нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено		

3.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта

Текущая аттестация выполнения курсовой работы/проекта	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент текущей аттестации выполнения курсовой работы/проекта– не предусмотрено		
Весовой коэффициент промежуточной аттестации выполнения курсовой работы/проекта– защиты – не предусмотрено		

4. КРИТЕРИИ И УРОВНИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

4.1. В рамках БРС применяются утвержденные на кафедре/институте критерии (признаки) оценивания достижений студентов по дисциплине модуля (табл. 4) в рамках контрольно-оценочных мероприятий на соответствие указанным в табл.1 результатам обучения (индикаторам).

Таблица 4

Критерии оценивания учебных достижений обучающихся

Результаты обучения	Критерии оценивания учебных достижений, обучающихся на соответствие результатам обучения/индикаторам
Знания	Студент демонстрирует знания и понимание в области изучения на уровне указанных индикаторов и необходимые для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Умения	Студент может применять свои знания и понимание в контекстах, представленных в оценочных заданиях, демонстрирует освоение умений на уровне указанных индикаторов и необходимых для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Опыт /владение	Студент демонстрирует опыт в области изучения на уровне указанных индикаторов.
Другие результаты	Студент демонстрирует ответственность в освоении результатов обучения на уровне запланированных индикаторов. Студент способен выносить суждения, делать оценки и формулировать выводы в области изучения. Студент может сообщать преподавателю и коллегам своего уровня собственное понимание и умения в области изучения.

4.2 Для оценивания уровня выполнения критериев (уровня достижений обучающихся при проведении контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля) используется универсальная шкала (табл. 5).

Таблица 5

Шкала оценивания достижения результатов обучения (индикаторов) по уровням

Характеристика уровней достижения результатов обучения (индикаторов)				
№ п/п	Содержание уровня выполнения критерия оценивания результатов обучения (выполненное оценочное задание)	Шкала оценивания		
		Традиционная характеристика уровня		Качественная характеристика уровня
1.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты в полном объеме, замечаний нет	Отлично (80-100 баллов)	Зачтено	Высокий (В)

2.	Результаты обучения (индикаторы) в целом достигнуты, имеются замечания, которые не требуют обязательного устранения	Хорошо (60-79 баллов)		Средний (С)
3.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты не в полной мере, есть замечания	Удовлетворительно (40-59 баллов)		Пороговый (П)
4.	Освоение результатов обучения не соответствует индикаторам, имеются существенные ошибки и замечания, требуется доработка	Неудовлетворительно (менее 40 баллов)	Не зачтено	Недостаточный (Н)
5.	Результат обучения не достигнут, задание не выполнено	Недостаточно свидетельств для оценивания		Нет результата

5. СОДЕРЖАНИЕ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ МЕРОПРИЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

5.1. Описание аудиторных контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля

5.1.1. Лекции

Самостоятельное изучение теоретического материала по темам/разделам лекций в соответствии с содержанием дисциплины (п. 1.2. РПД)

5.1.2. Практические/семинарские занятия

Примерный перечень тем

1. Метрические и линейные нормированные пространства. Пространство .
2. Функции многих переменных. Предел, непрерывность, равномерная непрерывность.
3. Дифференцируемость функций многих переменных. Частные производные; свойство дифференцируемости; дифференциалы. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
4. Дифференцирование сложных отображений.
5. Неявные функции. Дифференцирование неявных функций, заданных уравнением и системой.
6. Замена переменных в дифференциальных выражениях.
7. Экстремум функции многих переменных. Локальный экстремум.
8. Условный экстремум. Нахождение супремума и инфимума функций нескольких переменных на множествах.
9. Числовые ряды. Признаки сравнения. Интегральный признак Коши-Маклорена. Признаки Коши, Даламбера, Раабе.
10. Абсолютная и условная сходимость числовых рядов. Признаки Абеля и Дирихле. Ряд Лейбница.
11. Функциональные последовательности и ряды. Поточечная и равномерная сходимость. Признаки Вейерштрасса, Абеля и Дирихле. Теорема Дини.
12. Теоремы о предельном переходе, непрерывности, интегрируемости и дифференцируемости предела последовательности и суммы ряда.
13. Степенные ряды.

14. Несобственные интегралы. Сходимость и абсолютная сходимость.

15. Собственные интегралы, зависящие от параметра, включая случай зависимости от параметра пределов интегрирования. Теоремы о предельном переходе, интегрируемость в собственном смысле и дифференцируемость.

Примерные задания

Практическая работа 8. Функциональные последовательности и ряды. Степенные ряды

1. Найти область сходимости и исследовать ряд на равномерную сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n x^{2n}}$.
2. Исследовать на абсолютную и условную сходимость $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt[3]{n+(-1)^n}}$.
3. Функцию $S(x) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \sin \frac{x^2}{n}$ исследовать на непрерывность на множестве сходимости ряда.
4. Исследовать на равномерную сходимость $\sum \ln \left(1 + \frac{3}{xn^2}\right)$, $x \in (0,1)$.
5. Последовательность $f_n(x) = \left(x + \frac{1}{n}\right)^n$ исследовать на сходимость и равномерную сходимость.
6. Найти сумму $f(x) = \frac{x}{1 \cdot 2} + \frac{x^2}{2 \cdot 3} + \dots$
7. Разложить в ряд Маклорена функцию $f(x) = (x - \operatorname{tg} x) \cos x$.
8. Найти радиус и промежуток сходимости $\sum \frac{(2 \sin(\pi n/4))^n}{(\ln n)^2} x^n$.

Практическая работа 9. Несобственные интегралы

1. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость
а) $\int_8^{\infty} \frac{\ln x dx}{x}$; б) $\int_0^1 \frac{e^{\frac{1}{x}}}{x^2} dx$
2. Выяснить сходимость несобственных интегралов
а) $\int_1^{\infty} \frac{\sin x}{\sqrt{x^3+1}} dx$; б) $\int_1^2 \frac{\sqrt{x^2+1}}{\sqrt[3]{16-x^2}} dx$.
3. Найти все значения параметра a , при которых сходится интеграл $\int_1^{+\infty} \frac{\sqrt{x^2+2x-3}}{(x+1)^{2a} \ln^a x} dx$.
4. Исследовать на равномерную сходимость интеграл $\int_0^{+\infty} \frac{a \ln(1+(ax)^{10})}{1+(ax)^2} dx$ при
а) $a > 0$; б) $0 < a_0 < a < A$.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.1.3. Лабораторные занятия

Примерный перечень тем

1. Элементы математической логики и теории множеств.
2. Элементарные функции. Суперпозиция отображений, обратное отображение.

Графики. Преобразования графиков.

3. Метод математической индукции. Вещественные числа; верхняя и нижняя грани числового множества.
4. Предел последовательности: определение и основные свойства.
5. Критерий Коши. Монотонная последовательность.
6. Частичные пределы. Верхний и нижний пределы.
7. Топология вещественной прямой.
8. Предел функции в точке. Классические (замечательные) пределы.
9. Непрерывность функции.
10. Точки разрыва. Характер точек разрыва.

11. Теоретические задачи по темам «Предел», «Непрерывность».
 12. Равномерная непрерывность функции.
 13. Производная. Производные элементарных функций. Таблица производных. Исследование на дифференцируемость в точке. Дифференциал.
 14. Теоремы о среднем: Ферма, Ролля; теоремы Лагранжа и Коши о конечных приращениях. Теорема Дарбу о промежуточных значениях производной.
 15. Производная обратной функции и функции, заданной параметрически.
 16. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница.
 17. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано. Использование при вычислении пределов.
 18. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа и приближение функций многочленами Тейлора. Оценка остаточного члена формулы Тейлора.
 19. Правило Лопиталя (раскрытие неопределенностей).
 20. Свойства дифференцируемых функций: монотонность; экстремумы; выпуклость, неравенства.
 21. Исследование и построение графиков функций, заданных явно и параметрически.
 22. Неопределенный интеграл. Методы его вычисления.
 23. Определенный интеграл. Вычисление по определению. Вопросы существования интеграла.
 24. Теоремы о среднем.
 25. Интеграл как функция верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница классическая и обобщенная.
 26. Вычисление определенных интегралов.
 27. Приложения определенного интеграла: вычисление площади криволинейной трапеции, длины дуги, объема.
- LMS-платформа – не предусмотрена

5.2. Описание внеаудиторных контрольно-оценочных мероприятий и средств текущего контроля по дисциплине модуля

Разноуровневое (дифференцированное) обучение.

Базовый

5.2.1. Контрольная работа № 1

Примерный перечень тем

1. Последовательность вещественных чисел

Примерные задания

Контрольная 1. Последовательность вещественных чисел

1. Доказать, что последовательность $x_n = (n^2 + 3n) \left(\cos \frac{\pi n}{8} \right)^5$ не сходится. Найти точную верхнюю и точную нижнюю грани множества значений последовательности.
2. Используя определение предела последовательности, доказать, что $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(\sqrt{n^2+1}-n)n \cos n}{n+3-\sin n^8} = 0$.
3. Пусть последовательность $x_n \rightarrow a$, при $n \rightarrow \infty$, $a \neq 0$. Последовательность y_n – бесконечно большая. Доказать по определению, что последовательность $x_n y_n$ – бесконечно большая.
4. Доказать, что последовательность $x_n = \frac{31}{3} \cdot \frac{32}{5} \dots \frac{n+30}{2n+1}$ сходится, и найти ее предел.
5. Используя критерий Коши, доказать сходимость последовательности $x_n = \sum_{k=1}^n \frac{(k+1) \cos k}{2^k + k^2}$.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.2. Контрольная работа № 2

Примерный перечень тем

1. Предел функции одного переменного.

Примерные задания

Контрольная 2. Предел функции одного переменного

1. Найти пределы
 - а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{2x}}{\sin 3x - \sin 4x} \frac{\ln \cos x}{x^2}$,
 - б) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^\alpha - ((2x+1)\beta)^\beta}{x-1}$,
 - в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{e^x - \cos x \sqrt[8]{1+3x+6x^2}}{\operatorname{tg} x - \sin x}$,
 - г) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x+2)^{1+1/x} - x^{1+1/(x+2)}$
 - д) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left\{ \ln \left(\frac{\sin}{x^{\sqrt{1+x}-\sqrt{1-x}}} \circ \frac{\ln(1+x)}{x} \right) \right\}$,
 - е) $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n^8 + n + 1}{n^8 + 2} \right)^{2n^2}$.
2. Пусть функция f имеет предел в точке x_0 , а функция ϕ не имеет предела. Что можно сказать о существовании следующих пределов:
 - а) $\lim_{x \rightarrow x_0} [f(x) + \phi(x)]$;
 - б) $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x)\phi(x)$?
3. Пусть $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) \neq 0$, а функция $\phi(x)$ бесконечно большая при $x \rightarrow x_0$. Доказать, что произведение $f(x)\phi(x)$ является бесконечно большой функцией при $x \rightarrow x_0$.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.3. Контрольная работа № 3

Примерный перечень тем

1. Дифференцируемость вещественной функции одного вещественного переменного.

Примерные задания

Контрольная 3. Дифференцируемость вещественной функции одного вещественного переменного

1. При каких a, b функция $f(x)$ дифференцируема в точке $x = 0$:

$$f(x) = \frac{a^{tg x} - a^{\sin x}}{x^2}, x < 0, f(0) = b,$$

$$f(x) = cx + tg x \left(2^{x^2 \cos \frac{1}{x}} - 1 + x \right), x > 0.$$

2. Приблизить функцию $\log_2(1 + tg x)$ многочленом с точностью до $o(x^5)$ при $x \rightarrow 0$.
И вычислить $\log_2\left(1 + tg \frac{1}{10}\right)$ с точностью до 0.01.

3. Доказать неравенства:

а) $\frac{x+a}{2^{1-1/n}} \leq \sqrt[n]{x^n + a^n} \leq x + a, (x > 0, a > 0)$

б) $sh \frac{x+y}{2} < \frac{sh x + sh y}{2} (x \geq 0, y \geq 0, x \neq y)$

4. Найти $\inf_{x \in \mathbb{R}} f(x)$ и $\sup_{x \in \mathbb{R}} f(x)$, где $f(x) = (x^2 + 1)e^{-x^2}$.

5. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\sqrt[3]{x^3 + 1} - \sqrt{x^2 + 1} \ln \frac{2^x + x}{x \ln 2} \right)$.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.4. Контрольная работа № 4

Примерный перечень тем

1. Неопределенный интеграл. Определенный интеграл.

Примерные задания

Контрольная 4. Неопределенный интеграл. Определенный интеграл.

1. Вычислить интегралы

а) $\int \frac{x \cos x + \sin x}{(x \sin x)^2} dx,$

б) $\int \frac{\sqrt[4]{(1 + \sqrt[3]{x})^8}}{x^{1/2} \sqrt{x^7}} dx,$

в) $\int \arctg \sqrt{4x - 1} dx.$

2. Найти пределы $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\int_0^{\sin x} \arctg t dt}{x^2}, \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{\int_0^x e^{t^2} dt}{\int_0^x e^{2t^2} dt}.$

3. Найти точные границы функции $F(x)$ на $[a, b]$, где $F(x) = \int_{-\pi/2}^{x^8} \frac{\sin t}{t} dt.$

4. Для функции $F(x) = \int_{2x+1}^{x^2+2} \cos \ln |t| dt$ найти область определения, $F(0), F'(0).$

5. Определить знак определенного интеграла $\int_0^{2\pi} \frac{\sin x}{x} dx.$

6. Пусть $\int_0^x f(t) dt = xf(\theta x).$ Найти $\theta = \theta(x)$ и $\lim_{x \rightarrow +0} \theta, \lim_{x \rightarrow +\infty} \theta,$ если $f(t) = e^t.$

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.5. Контрольная работа № 5

Примерный перечень тем

1. Дифференцируемость функции нескольких переменных.

Примерные задания

Контрольная 5. Дифференцируемость функции нескольких переменных

1. Функцию $z(x, y)$ исследовать на дифференцируемость в точке $(0,0)$, если
а) $z(x, y) = \sqrt[7]{(x-1)^7 + \sin^7 y}$, $x \in \mathbb{R}$, $|y| < \pi/2$;
б) $z = \frac{xy \ln x^2}{\sqrt[5]{x^2+y^2}}$, $x^2 + y^2 \neq 0$, $z(0,0) = 0$.
2. Предполагая, что функции ϕ и ψ дважды дифференцируемы, доказать, что они удовлетворяют уравнению $x^2 \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2 \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - 2y \frac{\partial z}{\partial y} = 0$, если $z = \sqrt{x/y} \phi(xy) + \psi(y/x)$.
3. Для функции $u(x, y, z)$ найти ее дифференциалы первого и второго порядков, если $u = \phi(x + z^2, y + x^2, z + y^2)$, ϕ – дважды дифференцируемая функция трех переменных.
4. Принимая u и v за новые независимые переменные, преобразовать уравнение $xz'_x + yz'_y = \sqrt{x^2 + y^2}$, $x = u \cos v$, $y = u \sin v$.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.6. Контрольная работа № 6

Примерный перечень тем

1. Числовые ряды.

Примерные задания

Контрольная 6. Числовые ряды

1. Сходится ли ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln \frac{1}{\sqrt{n}} - \ln \sin \frac{1}{\sqrt{n}} \right)$?
2. Сходится ли ряд $\sum \frac{n^{\ln n}}{(\ln n)^n}$?
3. Найти сумму ряда $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{n(n^2-4)}$.
4. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln \sqrt{n^2+3n}}{\sqrt{n^2-n}}$.
5. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[5]{n+1}} \sin \frac{1}{\sqrt{n}}$.
6. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3 \cdot 5 \cdot 7 \dots (2n+1)}{2 \cdot 5 \cdot 8 \dots (3n-1)}$.
7. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \sin \frac{\pi}{6n}$.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.3. Описание контрольно-оценочных мероприятий промежуточного контроля по дисциплине модуля

5.3.1. Экзамен

Список примерных вопросов

1. 1 СЕМЕСТР Последовательности вещественных чисел. Предел последовательности: определение, основные свойства. Критерий Коши существования предела последовательности. Подпоследовательности. Теорема Больцано–Вейерштрасса о выделении сходящейся подпоследовательности. Верхний и нижний пределы последовательности. Предел монотонной последовательности. Число ϵ . Предел

вещественной функции одного вещественного переменного: два эквивалентных определения; арифметические свойства предела; свойства предела, связанные с неравенствами. Критерий Коши существования предела функции. Односторонние пределы. Теоремы об односторонних пределах монотонной функции. Некоторые конкретные (замечательные) пределы. Сравнение поведения функций; символы "o", "O", эквивалентность; основные эквивалентности. Непрерывность функции в точке и на множестве. Определение непрерывности функции в точке; локальные свойства непрерывных функций. Арифметические операции над функциями, непрерывными в точке. Непрерывность и предел сложной функции. Точки разрыва; классификация точек разрыва; характер разрывов монотонной функции. Теорема о промежуточных значениях функций, непрерывных на отрезке (промежутке). Ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений функций, непрерывных на отрезке (компактном множестве). Непрерывность функции, обратной монотонной. Равномерная непрерывность функции, непрерывной на отрезке (компактном множестве); модуль непрерывности функции. Основные элементарные функции: построение, свойства, непрерывность. Дифференцируемость; производная и дифференциал функции в точке; геометрический смысл. Непрерывность дифференцируемой функции. Правила дифференцирования. Производная сложной функции. Производная обратной функции. Таблица производных элементарных функций. Производные и дифференциалы высших порядков; формула Лейбница.

2. 2 СЕМЕСТР Теоремы Ферма, Ролля; теоремы Лагранжа и Коши о конечных приращениях. Теорема о пределе производной; характер разрывов производной. Теорема Дарбу о промежуточных значениях производной. Правило Лопиталя раскрытия неопределенностей. Формула Тейлора (с остаточными членами в форме Пеано, Лагранжа, Коши). Формула Тейлора для основных элементарных функций. Критерий монотонности и строгой монотонности дифференцируемой функции на промежутке. Экстремумы; необходимое условие локального экстремума (теорема Ферма). Выпуклость функции на промежутке; гладкостные свойства выпуклых функций; критерий выпуклости дифференцируемой функции; условие выпуклости дважды дифференцируемой функции; положение касательной относительно графика выпуклой функции. Точка перегиба. Достаточные условия точки локального экстремума и точки перегиба в терминах знака старших производных в точке. Первообразная, неопределенный интеграл и их свойства. Таблица неопределенных интегралов элементарных функций. Определенный интеграл Римана по отрезку. Ограниченность интегрируемой функции. Суммы Дарбу; критерии интегрируемости Дарбу и Римана. Классы интегрируемых функций: непрерывные, монотонные, ограниченные с множеством точек разрыва жордановой меры ноль. Свойства интеграла по функции. Аддитивность интеграла по множеству. Оценки интегралов. Интеграл как функция верхнего предела: непрерывность и дифференцируемость. Существование первообразной непрерывной функции на промежутке. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменного. Интегрирование по частям. Первая и вторая теоремы о среднем значении для интеграла Римана. Формула Тейлора с остаточным членом в интегральной форме Коши. Геометрические приложения интеграла. Кривая; спрямляемость; спрямляемость и длина гладкой (кусочно-гладкой) кривой. Мера Жордана в R^2 (R^n). Условие квадратуемости множества в терминах его границы. Свойства площади (плоской меры Жордана). Квадратуемость подграфика интегрируемой функции; вычисление площади. Числовое неравенство Юнга; неравенства

Гёльдера, Минковского и Иенсена для сумм и интегралов. Метрическое пространство. Сходимость последовательности элементов метрического пространства. Основные топологические понятия и свойства множеств в метрическом пространстве: предельная, изолированная, внутренняя, граничная точки множества; открытые и замкнутые множества. Компактность множеств метрического пространства, секвенциальная компактность, связь с ограниченностью и замкнутостью. Полнота метрического пространства; принцип вложенных шаров. Принцип сжимающего отображения полного метрического пространства. Линейное нормированное пространство. Классические нормы в пространстве R^n . Сходимость последовательности элементов пространства R^n по норме и по координатам. Полнота пространства R^n . Лемма Бореля о покрытии. Характеризация компактов в R^n .

3. 3 СЕМЕСТР Функции многих переменных. Предел функции в точке. Повторные пределы; связь двойного и повторного пределов. Непрерывность функции в точке. Свойства функций, непрерывных на множествах: теоремы Больцано–Коши о промежуточном значении на связном множестве, Вейерштрасса об ограниченности функции и достижении ею верхней и нижней граней на компактном множестве, Кантора о равномерной непрерывности функции. Дифференцируемость вещественной функции нескольких вещественных переменных. Частные производные. Дифференциал. Непрерывность дифференцируемой функции. Достаточные условия дифференцируемости. Производная по направлению, градиент; касательная плоскость и нормаль к поверхности. Дифференцируемость сложной функции. Частные производные и дифференциалы высших порядков; условия равенства смешанных производных. Формула Тейлора для функций нескольких переменных. Локальный (безусловный) экстремум. Необходимое условие локального экстремума (теорема Ферма). Достаточное условие локального экстремума. Неявные функции одного и нескольких переменных: существование, непрерывность, дифференцируемость. Отображения R^n в R^m : непрерывность, дифференцируемость, матрица производной; якобиан. Неявное отображение, заданное системой; локальное обращение отображения R^n в R^n . Условный экстремум функции нескольких переменных; метод неопределенных множителей Лагранжа. Числовой ряд; сходимость числового ряда. Необходимое условие сходимости. Критерий Коши. Абсолютная и условная сходимость. Знакопостоянные ряды; признак сравнения сходимости (расходимости); признаки сходимости: Даламбера, Коши, Раабе, интегральный признак Коши-Маклорена. Ряд Лейбница: сходимость, оценка остатка. Преобразование Абеля. Признаки Абеля и Дирихле сходимости рядов. Операции над рядами: группировка членов сходящегося ряда; перестановка членов абсолютно сходящегося ряда; теорема Римана о перестановке членов условно сходящихся рядов; умножение рядов. Бесконечные произведения, необходимое условие сходимости; связь со сходимостью числовых рядов. Функциональные последовательности и ряды. Поточечная сходимость. Равномерная сходимость: понятие; критерий Коши. Необходимое условие, мажорантный признак Вейерштрасса, признаки Абеля и Дирихле равномерной сходимости функциональных рядов. Почленный переход к пределу; непрерывность предельной функции. Теорема Дини. Почленное интегрирование и дифференцирование. Пространство $C[a,b]$ непрерывных на отрезке функций с чебышевской нормой; его полнота. Степенные ряды. Множество сходимости (радиус сходимости, формула Коши-Адамара); характер сходимости; бесконечная дифференцируемость суммы степенного ряда. Ряд Тейлора. Разложение основных элементарных функций в степенные ряды (ряды

Тейлора-Маклорена). Применение степенных рядов к приближенным вычислениям. Теорема Вейерштрасса о равномерной аппроксимации непрерывных функций алгебраическими многочленами. Несобственные интегралы (по бесконечному промежутку и по конечному промежутку от неограниченных функций). Абсолютная и условная сходимость. Признаки сходимости: сравнения, Абеля, Дирихле. Формула интегрирования по частям. Замена переменной. Семейства функций, зависящие от параметра. Поточечная сходимость. Равномерная сходимость; определения Коши и Гейне; критерий Коши. Переход к пределу по параметру. Перестановка двух предельных переходов (равенство повторных и двойного пределов). Непрерывность и интегрируемость равномерного предела. Дифференцируемость предела. Собственные интегралы, зависящие от параметра и их свойства: переход к пределу под знаком интеграла, непрерывность, дифференцируемость и интегрируемость по параметру.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.4 Содержание контрольно-оценочных мероприятий по направлениям воспитательной деятельности

Направление воспитательной деятельности	Вид воспитательной деятельности	Технология воспитательной деятельности	Компетенция	Результаты обучения	Контрольно-оценочные мероприятия
Профессиональное воспитание	учебно-исследовательская, научно-исследовательская	Технология формирования уверенности и готовности к самостоятельной успешной профессиональной деятельности	ОПК-2	Д-2	Экзамен