

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**  
Гармонический анализ

**Код модуля**  
1156378(1)

**Модуль**  
Гармонический анализ

**Екатеринбург**

Оценочные материалы составлены автором(ами):

<b>№ п/п</b>	<b>Фамилия, имя, отчество</b>	<b>Ученая степень, ученое звание</b>	<b>Должность</b>	<b>Подразделение</b>
1	Глазырина Полина Юрьевна	кандидат физико-математических наук, доцент	Заведующий кафедрой	математического анализа
2	Филатова Мария Александровна	кандидат физико-математических наук, без ученого звания	Доцент	математического анализа

**Согласовано:**

Управление образовательных программ

Р.Х. Токарева

**Авторы:**

- Глазырина Полина Юрьевна, Заведующий кафедрой, математического анализа
- Филатова Мария Александровна, Доцент, математического анализа

**1. СТРУКТУРА И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ Гармонический анализ**

1.	Объем дисциплины в зачетных единицах	3	
2.	Виды аудиторных занятий	Лекции Практические/семинарские занятия	
3.	Промежуточная аттестация	Экзамен	
4.	Текущая аттестация	Контрольная работа	2
		Домашняя работа	3

**2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ (ИНДИКАТОРЫ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ Гармонический анализ**

Индикатор – это признак / сигнал/ маркер, который показывает, на каком уровне обучающийся должен освоить результаты обучения и их предъявление должно подтвердить факт освоения предметного содержания данной дисциплины, указанного в табл. 1.3 РПМ-РПД.

Таблица 1

Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы)	Контрольно-оценочные средства для оценивания достижения результата обучения по дисциплине
1	2	3
ПК-1 -Способен демонстрировать и применять в научно-исследовательской и прикладной деятельности базовые знания математических и естественных наук, современного математического аппарата, современных языков программирования и информационных технологий (Математика и компьютерные науки)	Д-1 - Проявлять умения анализировать и систематизировать информацию З-1 - Формулировать основные теоремы и понятия математических и естественных наук П-1 - Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в математике и информатике У-2 - Обосновывать выбор методов решения, алгоритмов, языков программирования и технологии для решения задач в собственной научно-	Домашняя работа № 1 Домашняя работа № 2 Домашняя работа № 3 Контрольная работа № 1 Контрольная работа № 2 Лекции Практические/семинарские занятия Экзамен

	исследовательской деятельности	
ПК-1 -Способность демонстрировать базовые знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий (Математическое обеспечение и администрирование информационных систем)	Д-1 - Проявлять умения анализировать и систематизировать информацию З-1 - Формулировать основные теоремы и понятия математических и естественных наук П-1 - Имеет практический опыт научно-исследовательской деятельности в математике и информатике У-2 - Обосновывать выбор методов решения, алгоритмов, языков программирования и технологии для решения задач в собственной научно-исследовательской деятельности	Домашняя работа № 1 Домашняя работа № 2 Домашняя работа № 3 Контрольная работа № 1 Контрольная работа № 2 Лекции Практические/семинарские занятия Экзамен

### 3. ПРОЦЕДУРЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ В БАЛЬНО-РЕЙТИНГОВОЙ СИСТЕМЕ (ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА БРС)

#### 3.1. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

<b>1. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – 0.5</b>		
<b>Текущая аттестация на лекциях</b>	<b>Сроки – семестр, учебная неделя</b>	<b>Максимальная оценка в баллах</b>
<i>контрольная работа 1</i>	3,16	50
<i>домашняя работа 3</i>	3,16	50
<b>Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – 0.5</b>		
<b>Промежуточная аттестация по лекциям – экзамен</b>		
<b>Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – 0.5</b>		
<b>2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – 0.5</b>		
<b>Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях</b>	<b>Сроки – семестр, учебная неделя</b>	<b>Максимальная оценка в баллах</b>
<i>домашняя работа 1</i>	3,16	30
<i>домашняя работа 2</i>	3,16	30

<i>контрольная работа 2</i>		3,16	40
<b>Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям– 1</b>			
<b>Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям–нет</b>			
<b>Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям– не предусмотрено</b>			
<b>3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий –не предусмотрено</b>			
Текущая аттестация на лабораторных занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах	
<b>Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям -не предусмотрено</b>			
<b>Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям –нет</b>			
<b>Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено</b>			
<b>4. Онлайн-занятия: коэффициент значимости совокупных результатов онлайн-занятий –не предусмотрено</b>			
Текущая аттестация на онлайн-занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах	
<b>Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по онлайн-занятиям -не предусмотрено</b>			
<b>Промежуточная аттестация по онлайн-занятиям –нет</b>			
<b>Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено</b>			

### 3.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта

Текущая аттестация выполнения курсовой работы/проекта	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<b>Весовой коэффициент текущей аттестации выполнения курсовой работы/проекта– не предусмотрено</b>		
<b>Весовой коэффициент промежуточной аттестации выполнения курсовой работы/проекта– защиты – не предусмотрено</b>		

## 4. КРИТЕРИИ И УРОВНИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

4.1. В рамках БРС применяются утвержденные на кафедре/институте критерии (признаки) оценивания достижений студентов по дисциплине модуля (табл. 4) в рамках контрольно-оценочных мероприятий на соответствие указанным в табл.1 результатам обучения (индикаторам).

Таблица 4

Критерии оценивания учебных достижений обучающихся

<b>Результаты обучения</b>	<b>Критерии оценивания учебных достижений, обучающихся на соответствие результатам обучения/индикаторам</b>
Знания	Студент демонстрирует знания и понимание в области изучения на уровне указанных индикаторов и необходимые для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Умения	Студент может применять свои знания и понимание в контекстах, представленных в оценочных заданиях, демонстрирует освоение умений на уровне указанных индикаторов и необходимых для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Опыт /владение	Студент демонстрирует опыт в области изучения на уровне указанных индикаторов.
Другие результаты	Студент демонстрирует ответственность в освоении результатов обучения на уровне запланированных индикаторов. Студент способен выносить суждения, делать оценки и формулировать выводы в области изучения. Студент может сообщать преподавателю и коллегам своего уровня собственное понимание и умения в области изучения.

4.2 Для оценивания уровня выполнения критериев (уровня достижений обучающихся при проведении контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля) используется универсальная шкала (табл. 5).

Таблица 5

#### **Шкала оценивания достижения результатов обучения (индикаторов) по уровням**

<b>Характеристика уровней достижения результатов обучения (индикаторов)</b>				
<b>№ п/п</b>	<b>Содержание уровня выполнения критерия оценивания результатов обучения (выполненное оценочное задание)</b>	<b>Шкала оценивания</b>		
		<b>Традиционная характеристика уровня</b>		<b>Качественная характеристика уровня</b>
1.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты в полном объеме, замечаний нет	Отлично (80-100 баллов)	Зачтено	Высокий (В)
2.	Результаты обучения (индикаторы) в целом достигнуты, имеются замечания, которые не требуют обязательного устранения	Хорошо (60-79 баллов)		Средний (С)
3.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты не в полной мере, есть замечания	Удовлетворительно (40-59 баллов)		Пороговый (П)
4.	Освоение результатов обучения не соответствует индикаторам, имеются существенные ошибки и замечания, требуется доработка	Неудовлетворительно (менее 40 баллов)	Не зачтено	Недостаточный (Н)

5.	Результат обучения не достигнут, задание не выполнено	Недостаточно свидетельств для оценивания	Нет результата
----	---	--	----------------

## 5. СОДЕРЖАНИЕ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ МЕРОПРИЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

### 5.1. Описание аудиторных контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля

#### 5.1.1. Лекции

Самостоятельное изучение теоретического материала по темам/разделам лекций в соответствии с содержанием дисциплины (п. 1.2. РПД)

#### 5.1.2. Практические/семинарские занятия

Примерный перечень тем

1. Введение в теорию меры и интеграла Лебега
2. Ряды Фурье
3. Преобразование Фурье в пространстве  $L^1=L^1(\mathbb{R}^m)$
4. Преобразование Фурье в пространстве  $L^2=L^2(\mathbb{R}^m)$
5. Приложения

Примерные задания

Мера Лебега ограниченного подмножества числовой прямой. Измеримые функции (определение, алгебраические свойства). Интеграл Лебега от ограниченной функции по множеству конечной меры. Интеграл Лебега от неограниченной функции. Неравенства Гельдера и Минковского.

Мера и интеграл Лебега в  $\mathbb{R}^m$ . Теорема Фубини. Пространства  $L^p=L^p(\mathbb{R}^m)$ ,  $1 \leq p < \infty$ . Свертка двух функций.

Ортогональные, полные и замкнутые системы. Существование полной ортонормальной системы в сепарабельном гильбертовом пространстве. Ряды Фурье в гильбертовом пространстве. Неравенство Бесселя. Равенство Парсевала. Тригонометрические ряды Фурье. Теорема Римана о поведении коэффициентов Фурье суммируемой функции. Принцип локализации Римана.

Преобразование Фурье в пространстве  $L^1=L^1(\mathbb{R}^m)$ . Простейшие свойства преобразования Фурье; теорема Римана – Лебега. Преобразование Фурье свертки суммируемых функций. Дифференцирование преобразования Фурье суммируемой функции. Преобразование Фурье производной в  $L^1$  суммируемой функции. Методы суммирования интегралов. Ядра Абеля и Гаусса–Вейерштрасса; их преобразования Фурье. Теорема умножения для преобразований Фурье суммируемых функций. Обращение в  $L^1$  преобразования Фурье суммируемой функции. Дифференцирование почти всюду интеграла Лебега локально суммируемой функции. Точки Лебега локально суммируемой функции. Поточечное обращение преобразования Фурье суммируемой функции.

Преобразование Фурье в пространстве  $L^2=L^2(\mathbb{R}^m)$ . Лемма о норме в  $L^2$  преобразования Фурье функций из  $L^1 \cap L^2$ . Конструкция преобразования Фурье функции из  $L^2$ . Свойство изометричности оператора Фурье в  $L^2$ . Конструкция обратного оператора для оператора

Фурье на  $L_2$ . Равенство Парсеваля и обобщенное равенство Парсеваля.

Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Решение уравнения Лапласа в полуплоскости и круге. Принцип неопределенности Гейзенберга. Формула суммирования Пуассона. Теорема Винера – Пэли. Преобразование Радона. Решение задачи томографии с помощью преобразования Фурье. Преобразование Фурье дискретных сигналов. Оконное преобразование Фурье.

LMS-платформа – не предусмотрена

## 5.2. Описание внеаудиторных контрольно-оценочных мероприятий и средств текущего контроля по дисциплине модуля

Разноуровневое (дифференцированное) обучение.

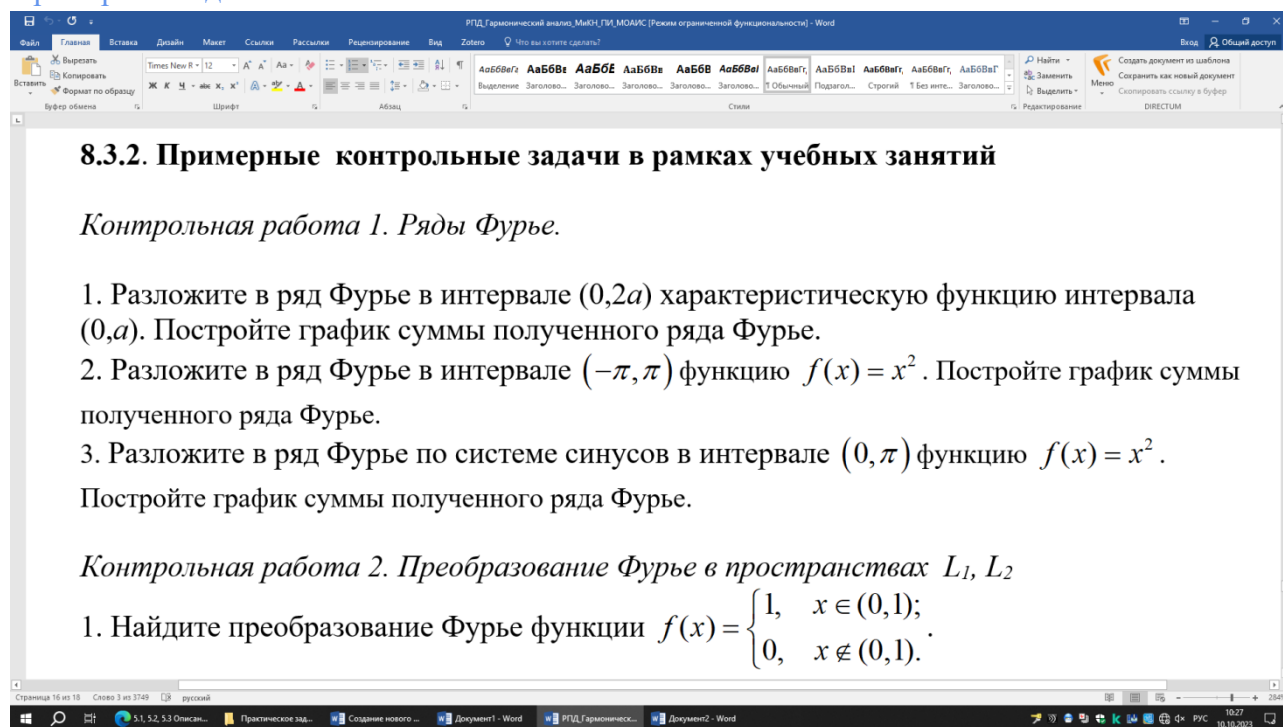
### Базовый

#### 5.2.1. Контрольная работа № 1

Примерный перечень тем

1. Ряды Фурье.

Примерные задания



**8.3.2. Примерные контрольные задачи в рамках учебных занятий**

*Контрольная работа 1. Ряды Фурье.*

1. Разложите в ряд Фурье в интервале  $(0, 2a)$  характеристическую функцию интервала  $(0, a)$ . Постройте график суммы полученного ряда Фурье.
2. Разложите в ряд Фурье в интервале  $(-\pi, \pi)$  функцию  $f(x) = x^2$ . Постройте график суммы полученного ряда Фурье.
3. Разложите в ряд Фурье по системе синусов в интервале  $(0, \pi)$  функцию  $f(x) = x^2$ . Постройте график суммы полученного ряда Фурье.

*Контрольная работа 2. Преобразование Фурье в пространствах  $L_1, L_2$*

1. Найдите преобразование Фурье функции  $f(x) = \begin{cases} 1, & x \in (0, 1); \\ 0, & x \notin (0, 1). \end{cases}$

LMS-платформа – не предусмотрена

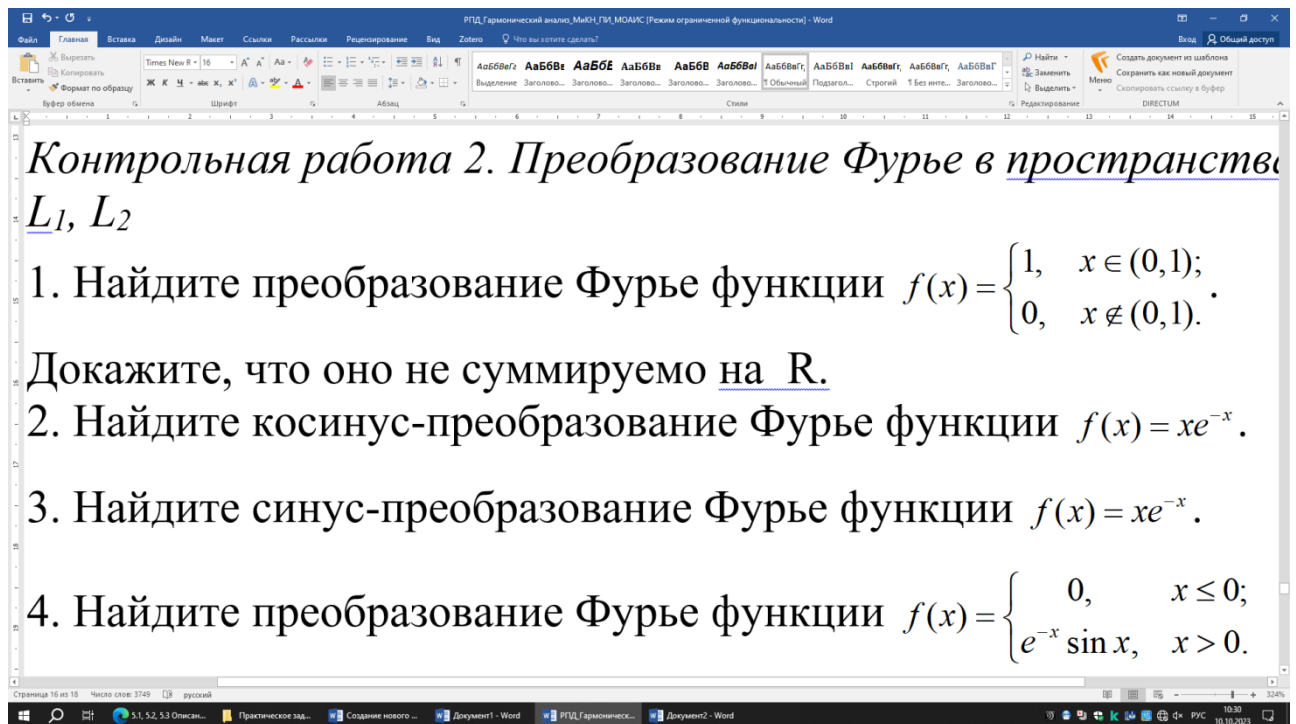
#### 5.2.2. Контрольная работа № 2

Примерный перечень тем

1. Преобразование Фурье в пространствах  $L_1, L_2$

Примерные задания





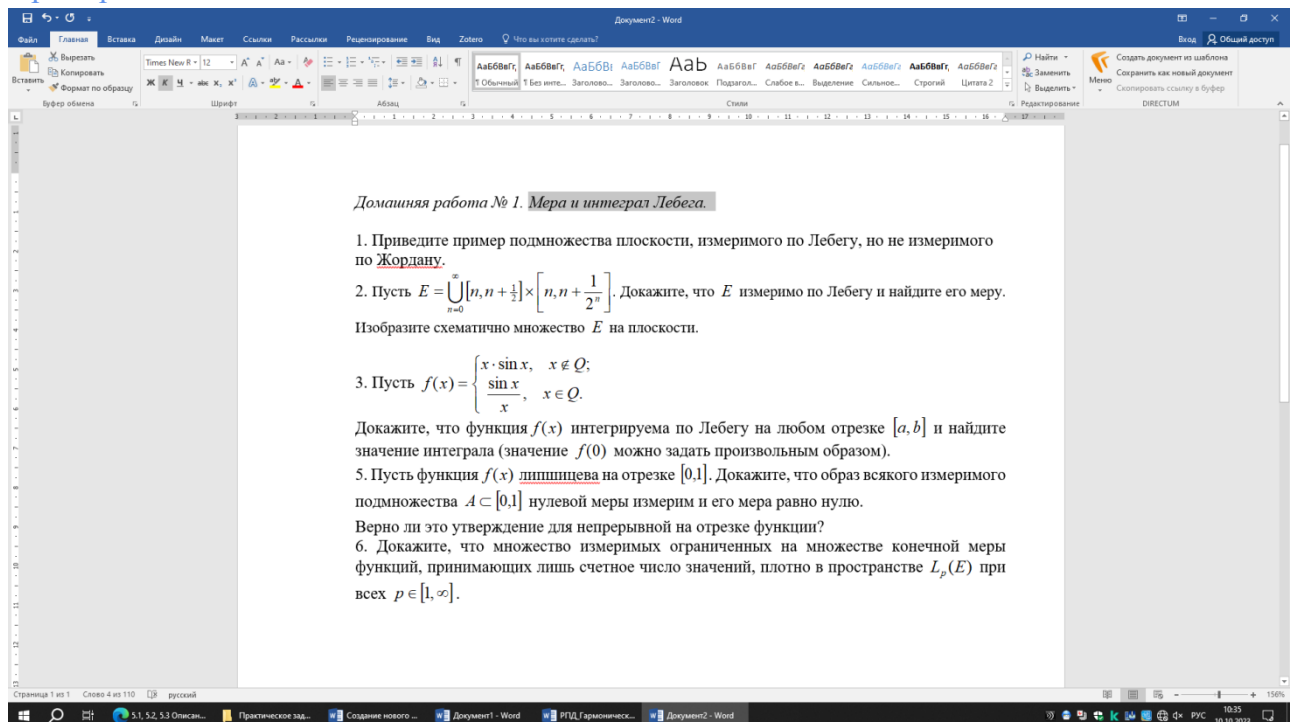
LMS-платформа – не предусмотрена

### 5.2.3. Домашняя работа № 1

Примерный перечень тем

1. Мера и интеграл Лебега.

Примерные задания



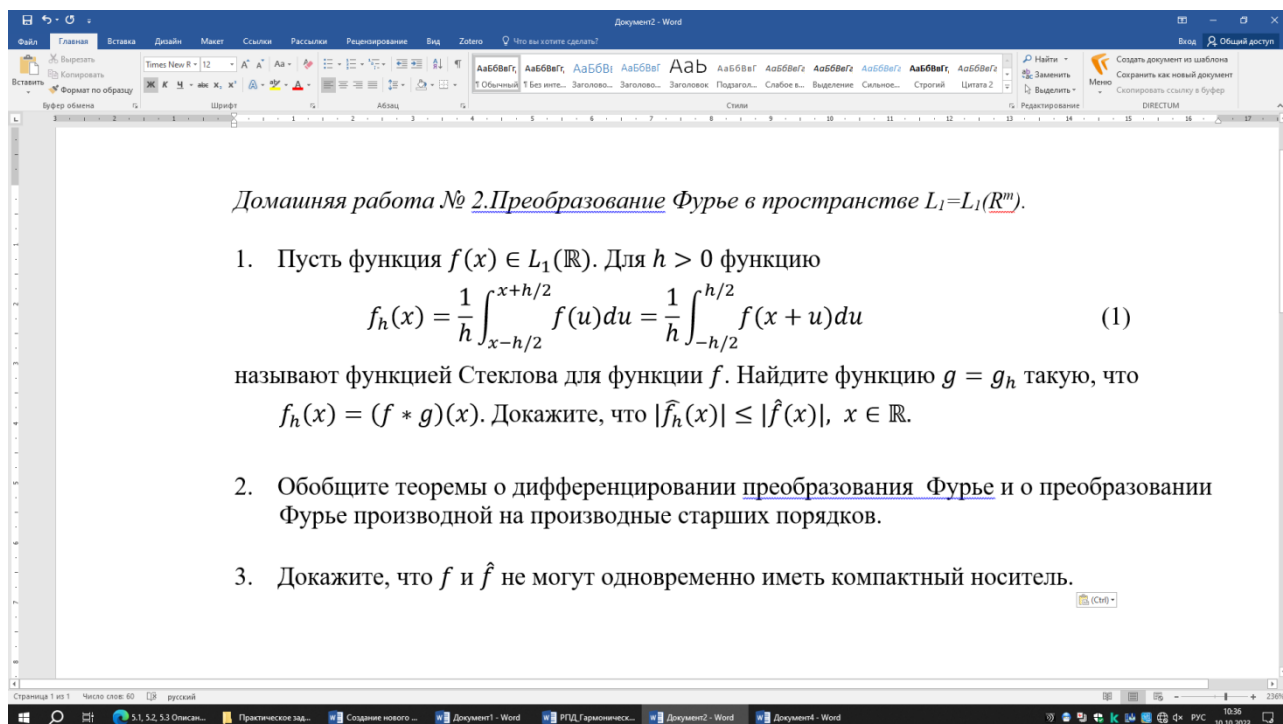
LMS-платформа – не предусмотрена

### 5.2.4. Домашняя работа № 2

Примерный перечень тем

1. Преобразование Фурье в пространстве  $L_1=L_1(\mathbb{R}^m)$ .

Примерные задания



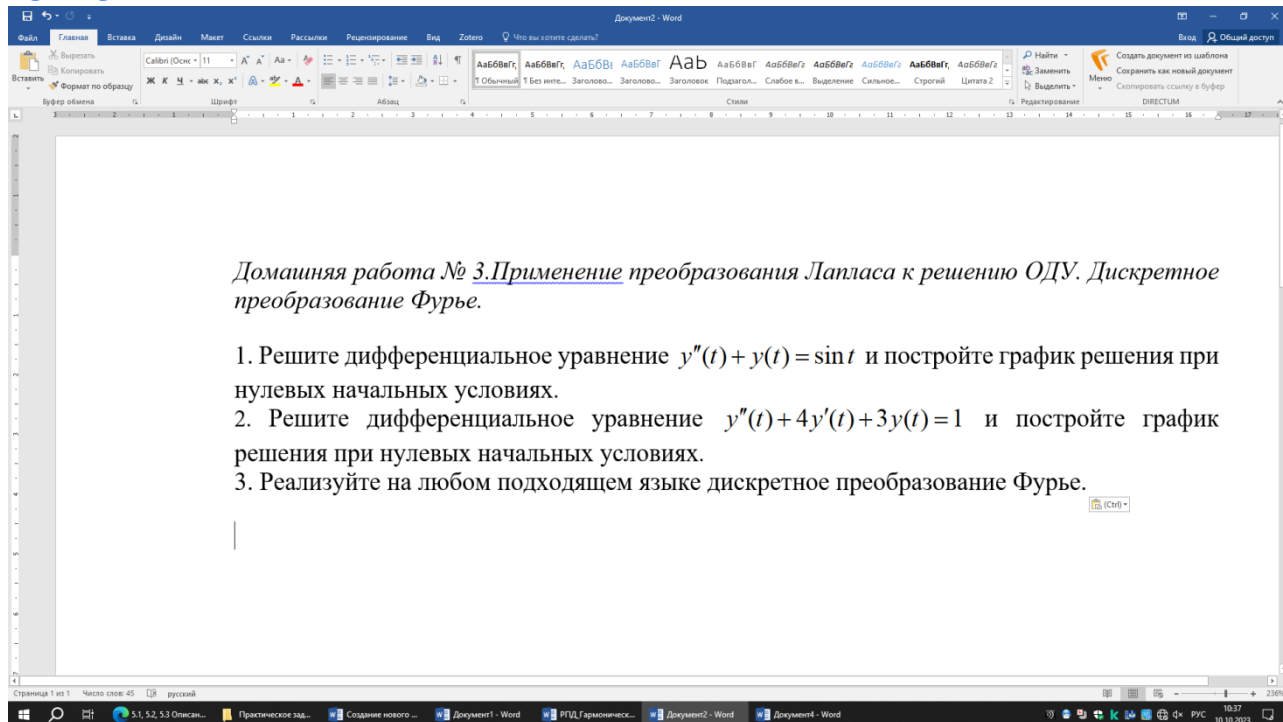
LMS-платформа – не предусмотрена

### 5.2.5. Домашняя работа № 3

Примерный перечень тем

1. Применение преобразования Лапласа к решению ОДУ. Дискретное преобразование Фурье.

Примерные задания



LMS-платформа – не предусмотрена

### 5.3. Описание контрольно-оценочных мероприятий промежуточного контроля по дисциплине модуля

### 5.3.1. Экзамен

Список примерных вопросов

1. 1. Мера Лебега на прямой.
2. 2. Измеримые функции (определение, алгебраические свойства).
3. 3. Интеграл Лебега ограниченной измеримой функции, его простейшие свойства.
4. 4. Мера и интеграл Лебега в  $\mathbb{R}^m$ .
5. 5. Теорема Фубини.
6. 6. Ортогональные, полные и замкнутые системы. Существование полной ортонормальной системы в сепарабельном гильбертовом пространстве.
7. 7. Ряды Фурье. Равенство Парсеваля.
8. 8. Тригонометрические ряды Фурье. Принцип локализации.
9. 9. Сходимость ряда Фурье.
10. 10. Равномерная сходимость ряда Фурье.
11. 11. Почленное дифференцирование тригонометрических рядов.
12. 12. Преобразование Фурье суммируемой функции. Простейшие свойства. Теорема Римана – Лебега.
13. 13. Свертка двух функций. Свертка двух функций из  $L(\mathbb{R}^m)$ . Преобразование Фурье свертки суммируемых функций.
14. 14. Дифференцирование преобразования Фурье суммируемой функции.
15. 15. Преобразование Фурье производной в  $L^1$  суммируемой функции.
16. 16. Методы суммирования (расходящихся интегралов).
17. 17. Теорема умножения для преобразований Фурье суммируемых функций (вариант равенства Парсеваля).
18. 18. Обращение в  $L^1$  преобразования Фурье суммируемой функции.
19. 19. Преобразование Фурье ядра Гаусса. Обращение преобразования Фурье.
20. 20. Ядро Абеля. Его преобразование Фурье. Обращение преобразования Фурье.
21. 21. Поточечное обращение преобразования Фурье суммируемой функции с суммируемым преобразованием Фурье.
22. 22. Точки Лебега локально суммируемой функции. Поточечное обращение преобразования Фурье суммируемой функции.
23. 23. Суммируемая непрерывная функция с неотрицательным преобразованием Фурье.
24. 24. Норма в  $L^2$  преобразования Фурье функции из  $L^1 \cap L^2$ .
25. 25. Конструкция преобразования Фурье в  $L^2$ .
26. 26. Свойство изометричности оператора Фурье в  $L^2$ . Равенство Парсеваля.
27. 27. Теорема умножения для преобразований Фурье в  $L^2$ .
28. 28. Обобщенное равенство Парсеваля.
29. 29. Конструкция обратного оператора для оператора Фурье на  $L^2$ .
30. 30. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений. Решение уравнения Лапласа в полуплоскости и круге.
31. 31. Преобразование Фурье дискретных сигналов. Оконное преобразование Фурье. LMS-платформа – не предусмотрена

### 5.4 Содержание контрольно-оценочных мероприятий по направлениям воспитательной деятельности

Направление воспитательной деятельности	Вид воспитательной деятельности	Технология воспитательной деятельности	Компетенция	Результаты обучения	Контрольно-оценочные мероприятия
Профессиональное воспитание	учебно-исследовательская, научно-исследовательская	Технология самостоятельной работы	ПК-1	З-1 Д-1	Домашняя работа № 1
			ПК-1	З-1 Д-1	Домашняя работа № 2 Домашняя работа № 3 Контрольная работа № 1 Контрольная работа № 2 Лекции Практические/семинарские занятия Экзамен