

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**
Линейная алгебра

Код модуля
(0)

Модуль

Екатеринбург

Оценочные материалы составлены автором(ами):

№ п/п	Фамилия, имя, отчество	Ученая степень, ученое звание	Должность	Подразделение
1	Верников Борис Муневич	доктор физико-математических наук, доцент	Профессор	Кафедра алгебры и фундаментальной информатики

Согласовано:

Управление образовательных программ

Ю.Д. Маева

Авторы:

- **Верников Борис Муневич, Профессор, алгебры и фундаментальной информатики**

1. СТРУКТУРА И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ **Линейная алгебра**

1.	Объем дисциплины в зачетных единицах	8	
2.	Виды аудиторных занятий	Лекции Практические/семинарские занятия	
3.	Промежуточная аттестация	Экзамен	
4.	Текущая аттестация	Домашняя работа	5

2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ (ИНДИКАТОРЫ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ **Линейная алгебра**

Индикатор – это признак / сигнал/ маркер, который показывает, на каком уровне обучающийся должен освоить результаты обучения и их предъявление должно подтвердить факт освоения предметного содержания данной дисциплины, указанного в табл. 1.3 РПМ-РПД.

Таблица 1

Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы)	Контрольно-оценочные средства для оценивания достижения результата обучения по дисциплине
1	2	3
ОПК-1 -Способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности	Д-1 - Демонстрировать навыки самообразования З-1 - Демонстрировать понимание основных закономерностей, законов, теорий математики, их взаимосвязь с другими дисциплинами З-2 - Интерпретировать основные теоретические положения фундаментальных разделов естественных наук, необходимые для освоения компетенций по профилю деятельности П-1 - Демонстрировать навыки применения простейших математических теорий и моделей для решения задач профессиональной деятельности	Домашняя работа № 1 Домашняя работа № 2 Домашняя работа № 3 Домашняя работа № 4 Домашняя работа № 5 Экзамен

	У-1 - Определять пути решения задач профессиональной деятельности, опираясь на знания основных закономерностей, законов, теории математики	
ОПК-2 -Способен проводить под научным руководством исследования на основе современных методов в конкретной области профессиональной деятельности	Д-2 - Проявлять заинтересованность в содержании и результатах исследовательской работы З-1 - Демонстрировать понимание теоретических основ методов, используемых для проведения научных исследований в профильной области П-1 - Иметь опыт выполнения стандартных исследований с использованием серийного научного и технологического оборудования, стандартной методологии и методов исследований У-1 - Соотносить цель и задачи исследования с набором методов исследования, выбирать необходимое сочетание цели и средств	Домашняя работа № 1 Домашняя работа № 2 Домашняя работа № 3 Домашняя работа № 4 Домашняя работа № 5 Лекции Экзамен
ОПК-3 -Способен систематизировать, анализировать и обобщать результаты научных исследований на основе информационной и библиографической культуры	З-1 - Демонстрировать понимание принципов анализа и обобщения результатов научных исследований З-2 - Формулировать требования к оформлению результатов исследований П-1 - Иметь опыт представления обобщенных результатов исследовательской деятельности и их оформления в виде текстовых, графических и иных материалов в соответствии с требованиями П-2 - Иметь опыт написания обзоров литературы, справок, методик экспериментов, описания и обсуждения результатов экспериментов на основе информационной и библиографической культуры	Домашняя работа № 1 Домашняя работа № 2 Домашняя работа № 3 Домашняя работа № 4 Домашняя работа № 5 Практические/семинарские занятия Экзамен

	<p>У-1 - Систематизировать и анализировать результаты экспериментов, наблюдений, измерений</p> <p>У-2 - Оформлять результаты исследовательской деятельности в виде обзоров литературы, справок, методик в соответствии с принятыми в профессиональной области требованиями</p>	
--	--	--

3. ПРОЦЕДУРЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ В БАЛЬНО-РЕЙТИНГОВОЙ СИСТЕМЕ (ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА БРС)

3.1. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

1. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – 0.6		
Текущая аттестация на лекциях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>1 опрос по теме предыдущей лекции</i>	2,4	20
<i>2 опрос по теме предыдущей лекции</i>	2,8	20
<i>3 опрос по теме предыдущей лекции</i>	2,12	25
<i>4 опрос по теме предыдущей лекции</i>	2,16	25
<i>Работа на парах</i>	2,17	10
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – 0.4		
Промежуточная аттестация по лекциям – экзамен		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – 0.6		
2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – 0.4		
Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>домашняя работа</i>	2,3	20
<i>домашняя работа</i>	2,6	20
<i>домашняя работа</i>	2,12	20
<i>домашняя работа</i>	2,15	20
<i>домашняя работа</i>	2,17	20
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям – 1		
Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям – нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям – не предусмотрено		

3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий –не предусмотрено		
Текущая аттестация на лабораторных занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям -не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям –нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено		
4. Онлайн-занятия: коэффициент значимости совокупных результатов онлайн-занятий –не предусмотрено		
Текущая аттестация на онлайн-занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по онлайн-занятиям -не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по онлайн-занятиям –нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено		

3.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта

Текущая аттестация выполнения курсовой работы/проекта	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент текущей аттестации выполнения курсовой работы/проекта– не предусмотрено		
Весовой коэффициент промежуточной аттестации выполнения курсовой работы/проекта– защиты – не предусмотрено		

4. КРИТЕРИИ И УРОВНИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

4.1. В рамках БРС применяются утвержденные на кафедре/институте критерии (признаки) оценивания достижений студентов по дисциплине модуля (табл. 4) в рамках контрольно-оценочных мероприятий на соответствие указанным в табл.1 результатам обучения (индикаторам).

Таблица 4

Критерии оценивания учебных достижений обучающихся

Результаты обучения	Критерии оценивания учебных достижений, обучающихся на соответствие результатам обучения/индикаторам
Знания	Студент демонстрирует знания и понимание в области изучения на уровне указанных индикаторов и необходимые для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.

Умения	Студент может применять свои знания и понимание в контекстах, представленных в оценочных заданиях, демонстрирует освоение умений на уровне указанных индикаторов и необходимых для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Опыт /владение	Студент демонстрирует опыт в области изучения на уровне указанных индикаторов.
Другие результаты	Студент демонстрирует ответственность в освоении результатов обучения на уровне запланированных индикаторов. Студент способен выносить суждения, делать оценки и формулировать выводы в области изучения. Студент может сообщать преподавателю и коллегам своего уровня собственное понимание и умения в области изучения.

4.2 Для оценивания уровня выполнения критериев (уровня достижений обучающихся при проведении контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля) используется универсальная шкала (табл. 5).

Таблица 5

Шкала оценивания достижения результатов обучения (индикаторов) по уровням

Характеристика уровней достижения результатов обучения (индикаторов)				
№ п/п	Содержание уровня выполнения критерия оценивания результатов обучения (выполненное оценочное задание)	Шкала оценивания		
		Традиционная характеристика уровня		Качественная характеристика уровня
1.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты в полном объеме, замечаний нет	Отлично (80-100 баллов)	Зачтено	Высокий (В)
2.	Результаты обучения (индикаторы) в целом достигнуты, имеются замечания, которые не требуют обязательного устранения	Хорошо (60-79 баллов)		Средний (С)
3.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты не в полной мере, есть замечания	Удовлетворительно (40-59 баллов)		Пороговый (П)
4.	Освоение результатов обучения не соответствует индикаторам, имеются существенные ошибки и замечания, требуется доработка	Неудовлетворительно (менее 40 баллов)	Не зачтено	Недостаточный (Н)
5.	Результат обучения не достигнут, задание не выполнено	Недостаточно свидетельств для оценивания		Нет результата

5. СОДЕРЖАНИЕ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ МЕРОПРИЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

5.1. Описание аудиторных контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля

5.1.1. Лекции

Самостоятельное изучение теоретического материала по темам/разделам лекций в соответствии с содержанием дисциплины (п. 1.2. РПД)

5.1.2. Практические/семинарские занятия

Примерный перечень тем

1. Линейная зависимость и независимость векторов
2. Базис векторного пространства
3. Сумма и пересечение подпространств
4. Прямая сумма подпространств
5. Матрицы и многочлены
6. Обратная матрица
7. Ранг матрицы
8. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений
9. Матрица оператора в базисе, изменение матрицы при замене базиса
10. Действия над линейными операторами
11. Образ и ядро линейного оператора
12. Собственные числа и собственные векторы линейного оператора
13. Инвариантные подпространства
14. Приведение матрицы нильпотентного оператора к жордановой нормальной форме
15. Приведение матрицы произвольного оператора к жордановой нормальной форме
16. Вычисление степеней матриц с помощью приведения к жордановой нормальной форме
17. Длина вектора и угол между векторами в евклидовом пространстве
18. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта
19. Геометрические приложения матрицы Грама
20. Нахождение псевдорешений систем линейных уравнений
21. Симметрические операторы
22. Приведение квадратичной формы к каноническому виду
23. Положительно определенные квадратичные формы

Примерные задания

Найти матрицу, обратную к матрице

$$\begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 1 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix}.$$

Линейный оператор в базисе $(1,2,1)$, $(2,1,2)$, $(1,1,2)$ имеет матрицу

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Найти его матрицу в базисе $(1,1,1)$, $(1,-1,1)$, $(1,0,0)$.

Привести квадратичную форму $2x_1^2 - x_3^2 - 2x_1x_2 + 2x_1x_3 - 6x_2x_4$ к каноническому виду методом Лагранжа.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2. Описание внеаудиторных контрольно-оценочных мероприятий и средств текущего контроля по дисциплине модуля

Разноуровневое (дифференцированное) обучение.

Базовый

5.2.1. Домашняя работа № 1

Примерный перечень тем

1. векторные пространства

Примерные задания

Вариант 1. Найти размерность суммы подпространства, порожденного векторами $(-1, 1, 1, 0, 2)$, $(2, 1, 3, 1, 4)$ и подпространства, порожденного векторами $(2, 0, 2, 1, 2)$ и $(1, 2, 4, 1, 5)$.

Вариант 2. Найти размерность пересечения подпространства, порожденного векторами $(1, -2, 1, 0, 1)$, $(0, 1, 1, 2, 2)$, $(1, -1, 2, 2, 3)$ и подпространства, порожденного векторами $(1, 3, 1, 3, 1)$, $(1, 1, 4, 6, 7)$.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.2. Домашняя работа № 2

Примерный перечень тем

1. матрицы

Примерные задания

Вариант 1. Найти матрицу, обратную к матрице

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Вариант 2. Найти векторную запись общего решения системы линейных уравнений

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 + x_4 = -2, \\ 7x_1 - 3x_2 - 2x_3 + 6x_4 = -4, \\ 2x_1 - 15x_2 - 7x_3 + 3x_4 = -14, \\ 5x_1 + 12x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 10. \end{cases}$$

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.3. Домашняя работа № 3

Примерный перечень тем

1. линейные операторы

Примерные задания

Вариант 1. Линейный оператор в стандартном базисе имеет матрицу

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 & -3 & 2 \\ 1 & 1 & -2 & -1 \\ 2 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}.$$

Найти его матрицу в базисе $(1, 1, 0, -1)$, $(2, 1, 1, -1)$, $(-1, -2, 3, 1)$, $(2, 0, 3, -1)$.

Вариант 2. Найти собственные числа и собственные векторы оператора, заданного матрицей

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 3 & 4 \\ -1 & 1 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 5 & 3 \\ 0 & 0 & -3 & -1 \end{pmatrix}.$$

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.4. Домашняя работа № 4

Примерный перечень тем

1. евклидовы и унитарные пространства

Примерные задания

Вариант 1. Найти ортогональную проекцию вектора $(-2, 7, 5, 2)$ на подпространство, порожденное векторами $(2, 1, 1, 1)$, $(1, -1, 0, 3)$, $(1, 2, 1, -2)$.

Вариант 2. Проверить, что набор векторов $(2, -1, 3, -2)$, $(-1, 1, 3, 3)$ ортогонален и дополнить его до ортогонального базиса всего пространства

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.5. Домашняя работа № 5

Примерный перечень тем

1. квадратичные формы

Примерные задания

Вариант 1. Привести квадратичную форму $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3$ к каноническому виду методом приведения к главным осям.

Вариант 2. Найти все значения параметра α , при которых квадратичная форма $2x_1^2 + x_2^2 + 3x_3^2 + 2\alpha x_1x_2 + 2x_1x_3$ положительно определена.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.3. Описание контрольно-оценочных мероприятий промежуточного контроля по дисциплине модуля

5.3.1. Экзамен

Список примерных вопросов

1. 1. Векторные пространства. Линейная зависимость и независимость векторов.

2. 2. Базис векторного пространства. Разложение вектора по базису. Равномощность базисов. Дополнение линейно независимой системы векторов до базиса. Теорема об изоморфизме векторных пространств.

3. 3. Подпространства. Сумма и пересечение подпространств. Теорема о размерности суммы подпространств.
4. 4. Прямая сумма подпространств. Проекция вектора на подпространство. Дополняющее подпространство.
5. 5. Линейные многообразия. Критерий совпадения линейных многообразий. Следствие о векторе сдвига.
6. 6. Умножение матриц. Ослабленный закон сокращения для матриц. Определитель полураспавшейся матрицы. Определитель произведения матриц. Присоединенная матрица.
7. 7. Значение многочлена от квадратной матрицы. Характеристический многочлен матрицы. Теорема Гамильтона-Кэли.
8. 8. Матричная запись системы линейных уравнений. Матричные уравнения вида $AX=B$ и $XA=B$.
9. 9. Обратная матрица: критерий обратимости, формула для вычисления, свойства, применение к решению систем линейных уравнений и матричных уравнений, нахождение с помощью элементарных преобразований.
10. 10. Разновидности ранга матрицы. Теорема о ранге. Ранг произведения матриц. Теорема Кронекера-Капелли.
11. 11. Фундаментальная система решений однородной системы линейных уравнений. Векторная запись общего решения произвольной системы линейных уравнений.
12. 12. Линейный оператор. Теорема существования и единственности линейного оператора. Матрица линейного оператора в базисе. Матрица перехода от одного базиса к другому. Изменение координат вектора и матрицы оператора при замене базиса.
13. 13. Образ и ядро линейного оператора. Теорема о размерности образа и ядра. Алгоритмы нахождения базисов образа и ядра.
14. 14. Действия над линейными операторами (линейные операции, умножение). Характеристический многочлен линейного оператора и теорема Гамильтона-Кэли для линейных операторов.
15. 15. Инвариантные подпространства. Теорема о матрице оператора и инвариантном подпространстве. Теорема о прямой сумме инвариантных подпространств.
16. 16. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Теоремы о собственных векторах, относящихся к одному и тому же собственному значению и к разным собственным значениям. Собственные значения и корни характеристического уравнения оператора. Линейные операторы, приводимые к диагональному виду.
17. 17. Нильпотентные операторы. Основная теорема о нильпотентных операторах.
18. 18. Цепочки ядер и образов степеней линейного оператора. Разложение Фитинга.
19. 19. Корневые подпространства. Теорема о корневом разложении. Теорема о приведении матрицы оператора к жордановой нормальной форме.
20. 20. Скалярное произведение в векторном пространстве. Ослабленный закон сокращения в пространствах со скалярным произведением. Неравенство Коши-Буняковского. Угол между векторами. Неравенство Минковского. Расстояние между векторами.
21. 21. Матрица Грама и ее простейшие применения (вычисление скалярного произведения, критерий линейной независимости системы векторов). Определитель Грама и его инвариантность относительно процесса ортогонализации Грама-Шмидта.

22. 22. Ортогональность. Линейная независимость ортогонального набора ненулевых векторов. Вычисление скалярного произведения в ортонормированном базисе. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.

23. 23. Дополнение ортогональной системы ненулевых векторов до ортогонального базиса. Ортогональное дополнение к подпространству. Ортогональное разложение векторного пространства.

24. 24. Геометрические приложения определителя Грама (объем параллелопада, обобщенное векторное произведение).

25. 25. Матрица Грама и псевдорешения несовместной системы линейных уравнений.

26. 26. Самосопряженный оператор. Эрмитовость матрицы самосопряженного оператора. Свойства корней характеристического уравнения и собственных векторов самосопряженного оператора.

27. 27. Свойства корневых подпространств относительно самосопряженного оператора. Основная теорема о самосопряженном операторе. Свойства матрицы перехода от одного ортонормированного базиса к другому.

28. 28. Приведение квадратичной формы к каноническому виду (метод Лагранжа, приведение к главным осям).

29. 29. Закон инерции квадратичных форм.

30. 30. Положительно определенные квадратичные формы. Критерий положительной определенности формы в терминах ее канонического вида. Критерий Сильвестра.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.4 Содержание контрольно-оценочных мероприятий по направлениям воспитательной деятельности

Направление воспитательной деятельности	Вид воспитательной деятельности	Технология воспитательной деятельности	Компетенция	Результаты обучения	Контрольно-оценочные мероприятия
Профессиональное воспитание	учебно-исследовательская, научно-исследовательская	Технология формирования уверенности и готовности к самостоятельной успешной профессиональной деятельности	ОПК-2	Д-2	Экзамен