

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**
Уравнения математической физики

Код модуля
1156288(1)

Модуль
Математическая физика

Екатеринбург

Оценочные материалы составлены автором(ами):

№ п/п	Фамилия, имя, отчество	Ученая степень, ученое звание	Должность	Подразделение
1	Охезин Сергей Павлович	кандидат физико-математических наук, доцент	Доцент	

Согласовано:

Управление образовательных программ

Ю.Д. Маева

Авторы:

- Охезин Сергей Павлович, Доцент,

1. СТРУКТУРА И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ Уравнения математической физики

1.	Объем дисциплины в зачетных единицах	6	
2.	Виды аудиторных занятий	Лекции Практические/семинарские занятия	
3.	Промежуточная аттестация	Зачет Экзамен	
4.	Текущая аттестация	Контрольная работа	3
		Домашняя работа	3

2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ (ИНДИКАТОРЫ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ Уравнения математической физики

Индикатор – это признак / сигнал/ маркер, который показывает, на каком уровне обучающийся должен освоить результаты обучения и их предъявление должно подтвердить факт освоения предметного содержания данной дисциплины, указанного в табл. 1.3 РПМ-РПД.

Таблица 1

Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы)	Контрольно-оценочные средства для оценивания достижения результата обучения по дисциплине
1	2	3
ОПК-1 -Способен использовать фундаментальные знания, полученные в области математических и естественных наук, в профессиональной деятельности	Д-1 - Демонстрировать навыки самообразования П-1 - Демонстрировать навыки применения простейших математических теорий и моделей для решения задач профессиональной деятельности П-2 - Демонстрировать навыки использования основных естественнонаучных законов, теорий и принципов в важнейших практических приложениях	Домашняя работа № 1 Домашняя работа № 2 Домашняя работа № 3 Зачет Контрольная работа № 1 Контрольная работа № 2 Контрольная работа № 3 Лекции Практические/семинарские занятия Экзамен

3. ПРОЦЕДУРЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО

**ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ В БАЛЬНО-РЕЙТИНГОВОЙ СИСТЕМЕ
(ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА БРС)**

3.1. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

1. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – 0.4		
Текущая аттестация на лекциях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>конспект лекций</i>	6,17	100
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – 1		
Промежуточная аттестация по лекциям – нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – не предусмотрено		
2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – 0.6		
Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>Работа на занятиях</i>	6,17	10
<i>домашняя работа</i>	6,17	30
<i>контрольная работа</i>	6,8	30
<i>контрольная работа</i>	6,17	30
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям – 0.6		
Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям – зачет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям – 0.4		
3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий – не предусмотрено		
Текущая аттестация на лабораторных занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям – нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено		
4. Онлайн-занятия: коэффициент значимости совокупных результатов онлайн-занятий – не предусмотрено		
Текущая аттестация на онлайн-занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах

Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по онлайн-занятиям -не предусмотрено
Промежуточная аттестация по онлайн-занятиям –нет
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено

3.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта

Текущая аттестация выполнения курсовой работы/проекта	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент текущей аттестации выполнения курсовой работы/проекта– не предусмотрено		
Весовой коэффициент промежуточной аттестации выполнения курсовой работы/проекта– защиты – не предусмотрено		

3.1. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

2. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – 0.4		
Текущая аттестация на лекциях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>Конспект лекций</i>	7,17	100
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – 0.4		
Промежуточная аттестация по лекциям – экзамен		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – 0.6		
2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – 0.6		
Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>домашняя работа</i>	7,8	30
<i>Работа на занятиях</i>	7,17	10
<i>домашняя работа</i>	7,17	30
<i>контрольная работа</i>	7,17	30
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям– 1		
Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям–нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям– не предусмотрено		
3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий –не предусмотрено		
Текущая аттестация на лабораторных занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям -не предусмотрено		

Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям –нет Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено		
4. Онлайн-занятия: коэффициент значимости совокупных результатов онлайн-занятий –не предусмотрено		
Текущая аттестация на онлайн-занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по онлайн-занятиям -не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по онлайн-занятиям –нет Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено		

3.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта

Текущая аттестация выполнения курсовой работы/проекта	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент текущей аттестации выполнения курсовой работы/проекта– не предусмотрено		
Весовой коэффициент промежуточной аттестации выполнения курсовой работы/проекта– защиты – не предусмотрено		

4. КРИТЕРИИ И УРОВНИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

4.1. В рамках БРС применяются утвержденные на кафедре/институте критерии (признаки) оценивания достижений студентов по дисциплине модуля (табл. 4) в рамках контрольно-оценочных мероприятий на соответствие указанным в табл.1 результатам обучения (индикаторам).

Таблица 4

Критерии оценивания учебных достижений обучающихся

Результаты обучения	Критерии оценивания учебных достижений, обучающихся на соответствие результатам обучения/индикаторам
Знания	Студент демонстрирует знания и понимание в области изучения на уровне указанных индикаторов и необходимые для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Умения	Студент может применять свои знания и понимание в контекстах, представленных в оценочных заданиях, демонстрирует освоение умений на уровне указанных индикаторов и необходимых для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Опыт /владение	Студент демонстрирует опыт в области изучения на уровне указанных индикаторов.
Другие результаты	Студент демонстрирует ответственность в освоении результатов обучения на уровне запланированных индикаторов.

	<p>Студент способен выносить суждения, делать оценки и формулировать выводы в области изучения.</p> <p>Студент может сообщать преподавателю и коллегам своего уровня собственное понимание и умения в области изучения.</p>
--	---

4.2 Для оценивания уровня выполнения критериев (уровня достижений обучающихся при проведении контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля) используется универсальная шкала (табл. 5).

Таблица 5

Шкала оценивания достижения результатов обучения (индикаторов) по уровням

Характеристика уровней достижения результатов обучения (индикаторов)				
№ п/п	Содержание уровня выполнения критерия оценивания результатов обучения (выполненное оценочное задание)	Шкала оценивания		
		Традиционная характеристика уровня		Качественная характеристика уровня
1.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты в полном объеме, замечаний нет	Отлично (80-100 баллов)	Зачтено	Высокий (В)
2.	Результаты обучения (индикаторы) в целом достигнуты, имеются замечания, которые не требуют обязательного устранения	Хорошо (60-79 баллов)		Средний (С)
3.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты не в полной мере, есть замечания	Удовлетворительно (40-59 баллов)		Пороговый (П)
4.	Освоение результатов обучения не соответствует индикаторам, имеются существенные ошибки и замечания, требуется доработка	Неудовлетворительно (менее 40 баллов)	Не зачтено	Недостаточный (Н)
5.	Результат обучения не достигнут, задание не выполнено	Недостаточно свидетельств для оценивания		Нет результата

5. СОДЕРЖАНИЕ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ МЕРОПРИЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

5.1. Описание аудиторных контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля

5.1.1. Лекции

Самостоятельное изучение теоретического материала по темам/разделам лекций в соответствии с содержанием дисциплины (п. 1.2. РПД)

5.1.2. Практические/семинарские занятия

Примерный перечень тем

1. Общие сведения из теории дифференциальных уравнений с частными производными.

2. Уравнения гиперболического типа.

3. Уравнения параболического типа.

4. Уравнения эллиптического типа.

5. Обобщенные решения уравнений математической физики.

Примерные задания

1. Найти области гиперболичности, эллиптичности и параболичности уравнения

$$(1+x)u_{xx} + 2xyu_{xy} - y^2u_{yy} = 0$$

15. Поставить краевую задачу о малых поперечных колебаниях струны в среде с сопротивлением, пропорциональным скорости, предполагая, что концы струны закреплены неподвижно.

16. Поставить краевую задачу о малых поперечных колебаниях прямоугольного однородного упругого стержня в среде с сопротивлением, пропорциональным скорости, при наличии непрерывно распределенной вынуждающей поперечной силы; концы стержня предполагать жестко закрепленными.

5. Гитарная струна длины $L=1$ оттягивается за среднюю точку на величину h (см. рис.) Начальное положение струны можно задать в виде

$$u(x, 0) = \begin{cases} 2hx, & 0 \leq x \leq 0,5, \\ 2h(1-x), & 0,5 \leq x \leq 1. \end{cases}$$



Какие движения будет совершать струна, если ее отпустить?

6. Решите задачу о затухающих колебаниях струны

$$(УЧП) \quad u_{tt} = \alpha^2 u_{xx} - \beta u_t, \quad 0 < x < 1, \quad 0 < t < \infty,$$

$$(ГУ) \quad \begin{cases} u(0, t) = 0, \\ u(1, t) = 0, \end{cases} \quad 0 < t < \infty,$$

$$(НУ) \quad \begin{cases} u(x, 0) = f(x), \\ u_t(x, 0) = 0. \end{cases} \quad 0 \leq x \leq 1,$$

1. Решите диффузионную задачу с изолированными границами, т. е.

$$(УЧП) \quad u_t = u_{xx}, \quad 0 < x < 1, \quad 0 < t < \infty,$$

$$(ГУ) \quad \begin{cases} u_x(0, t) = 0 \\ u_x(1, t) = 0, \end{cases} \quad 0 < t < \infty,$$

$$(НУ) \quad u(x, 0) = 1 + \cos(\pi x) + 0,5 \cos(3\pi x), \quad 0 \leq x \leq 1.$$

1. Найдите решение следующей смешанной задачи:

$$(УЧП) \quad u_t = \alpha^2 u_{xx} + x \cos t, \quad 0 < x < 1,$$

$$(ГУ) \quad \begin{cases} u(0, t) = 1, \\ u_x(1, t) + hu(1, t) = 1, \end{cases} \quad 0 < t < \infty,$$

$$(НУ) \quad u(x, 0) = \sin(\pi x), \quad 0 \leq x \leq 1,$$

3. Какую физическую интерпретацию вы можете дать задаче

$$(УЧП) \quad u_t = \alpha^2 u_{xx}, \quad 0 < x < 1, \quad 0 < t < \infty,$$

$$(ГУ) \quad \begin{cases} u_x(0, t) = 0, \\ u_x(1, t) = 0, \end{cases} \quad 0 < t < \infty,$$

$$(НУ) \quad u(x, 0) = \sin(\pi x), \quad 0 \leq x \leq 1?$$

Можете ли вы изобразить графически решение этой задачи в различные моменты времени?

Что можно сказать о стационарной температуре?

4. Предположим, что боковая поверхность металлического стержня не изолирована и имеет начальную температуру 20°C , но мгновенно температура одного конца становится равной 50°C . В дальнейшем стержень омывается жидкостью с температурой 30°C . Как выглядит смешанная задача, которая соответствует этому случаю?

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2. Описание внеаудиторных контрольно-оценочных мероприятий и средств текущего контроля по дисциплине модуля

Разноуровневое (дифференцированное) обучение.

Базовый

5.2.1. Контрольная работа № 1

Примерный перечень тем

1. о Гиперболическое и параболическое уравнения на отрезке.

Примерные задания

Контрольная работа №1 КР/Т-02 Уравнения гиперболического типа

Задача 1:

$$u_{tt} = 16u_{xx} + 5 \sin \frac{7}{2} x,$$

$$t > 0, \quad 0 < x < \pi,$$

$$u(0, x) = 2 \sin \frac{x}{2},$$

$$u_t(0, x) = 2 \sin \frac{3}{2} x + 2x + 5,$$

$$u(t, 0) = 5t,$$

$$u_x(t, \pi) = 2t.$$

Задание – найти функцию $u(t, x)$.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.2. Контрольная работа № 2

Примерный перечень тем

1. о Гиперболическое и параболическое уравнения на отрезке.

Примерные задания

Контрольная работа №2 КР/Т-03 Уравнения параболического типа

Задача 1:

$$u_t = 25u_{xx} + \cos \pi x + 6 \cos 5\pi x + 6x - 1,$$

$$t > 0, \quad 0 < x < \frac{1}{2},$$

$$u(0, x) = 3 \cos 3\pi x + 4 \cos 5\pi x,$$

$$u_x(t, 0) = 6t,$$

$$u\left(t, \frac{1}{2}\right) = 2t.$$

Задание – найти функцию $u(t, x)$.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.3. Контрольная работа № 3

Примерный перечень тем

1. о Эллиптические уравнения в декартовой системе координат.

2. о Эллиптические уравнения в полярной системе координат.

Примерные задания

Контрольная работа №1 КР/Т-04 Уравнения эллиптического типа

Задача 1:

$$\Delta u = 0, \quad 1 < r < 2, \quad 0 \leq \varphi < 2\pi,$$

$$u(1, \varphi) = 3 \cos 5\varphi,$$

$$u(2, \varphi) = \cos^2 \varphi.$$

Задание – найти функцию $u(r, \varphi)$.

Задача 2:

$$\Delta u = 0, \quad 0 < x < 1, \quad 0 < y < 2,$$

$$u(0, y) = 4,$$

$$u_y(x, 2) = 0,$$

$$u(1, y) = 2,$$

$$u_y(x, 0) = 0.$$

Задание – найти функцию $u(x, y)$.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.4. Домашняя работа № 1

Примерный перечень тем

1. о Формула Даламбера для гиперболических уравнений не бесконечной прямой.

Примерные задания

Домашняя работа №1 КР/Т-02 Уравнения гиперболического типа

Задача 1:

$$u_{tt} = 4u_{xx},$$

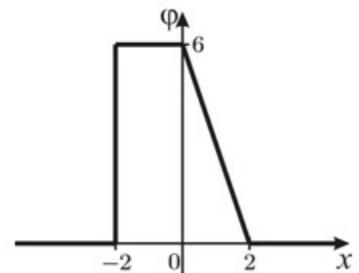
$$t > 0, \quad x \in R,$$

$$u(0, x) = \varphi(x),$$

$$u_t(0, x) = 0.$$

Задания:

- найти функцию $u(t, x)$;
- построить решение в различные моменты времени t .



Задача 2:

$$u_{tt} = 25u_{xx},$$

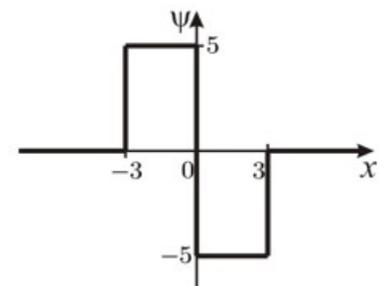
$$t > 0, \quad x \in R,$$

$$u(0, x) = 0,$$

$$u_t(0, x) = \psi(x).$$

Задания:

- найти функцию $u(t, x)$;
- построить решение в различные моменты времени t .



LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.5. Домашняя работа № 2

Примерный перечень тем

1. о Интегральные преобразования.

Примерные задания

Домашняя работа №1 КР/Т-03 Уравнения параболического типа

Задача 1:

$$u_t = 9u_{xx},$$

$$t > 0, \quad x \in R,$$

$$u(0, x) = x,$$

Задание – найти функцию $u(t, x)$.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.6. Домашняя работа № 3

Примерный перечень тем

1. Уравнения эллиптического типа.

Примерные задания

Домашняя работа №2 КР/Т-04 Уравнения эллиптического типа

Задача 1:

$$\Delta u = 0, \quad 0 \leq r < 4, \quad 0 \leq \varphi < 2\pi,$$

$$u_r(4, \varphi) = 8 \cos 2\varphi - 5 \sin 2\varphi,$$

$$u\left(2, \frac{\pi}{2}\right) = 2.$$

Задание – найти функцию $u(r, \varphi)$.

Задача 2:

$$\Delta u = 0, \quad 0 < x < 2, \quad 0 < y < 1,$$

$$u(0, y) = 0,$$

$$u(x, 1) = 3 \sin 2\pi x,$$

$$u(2, y) = 0,$$

$$u(x, 0) = -2 \sin \frac{3\pi}{2} x.$$

Задание – найти функцию $u(x, y)$.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.3. Описание контрольно-оценочных мероприятий промежуточного контроля по дисциплине модуля

5.3.1. Зачет

Список примерных вопросов

1. 1. Метод характеристик для решения дифференциальных уравнений с частными производными первого порядка
2. 2. Классификация дифференциальных уравнений с частными производными: канонические формы и типы.
3. 3. Постановки задач для уравнения поперечных колебаний струны.
4. 4. Начальные и граничные условия для уравнения поперечных колебаний струны.
5. 5. Постановки задач о продольных колебаниях упругого стержня.
6. 6. Начальные и граничные условия для уравнения продольных колебаний упругого стержня.

- 7. 7. Формула Даламбера (решение уравнений гиперболического типа на бесконечной прямой).
 - 8. 8. Решение неоднородных гиперболических уравнений на бесконечной прямой.
 - 9. 9. Решение гиперболических уравнений на полуограниченной прямой.
 - 10. 10. Уравнения гиперболического типа на отрезке.
 - 11. 11. Уравнения параболического типа на отрезке.
- LMS-платформа – не предусмотрена

5.3.2. Экзамен

Список примерных вопросов

- 1. 1. Теорема существования классического решения краевой задачи для гиперболического уравнения на отрезке. Доказать.
 - 2. 2. Теорема существования классического решения краевой задачи для параболического уравнения на отрезке. Доказать.
 - 3. 3. Теорема существования классического решения задачи Коши для уравнения теплопроводности на прямой. Формула Пуассона.
 - 4. 4. Принцип максимума для параболического уравнения
 - 5. 5. Теорема единственности классического решения задачи Коши для уравнения теплопроводности на прямой. Доказать
 - 6. 6. Теорема об интегральном представлении гармонической функции в R^3 .
 - 7. 7. Теорема об интегральном представлении гармонической функции в R^2
 - 8. 8. Свойства гармонических функций (теорема о потоке, теорема о среднем, принцип максимума).
 - 9. 9. Теоремы единственности и непрерывной зависимости внутренних и внешних задач Дирихле в R^2 и в R^3
 - 10. 10. Обобщенные производные. Полнота пространства $H^m(\Omega)$.
 - 11. 11. Неравенство Пуанкаре.
 - 12. 12. Свойства оператора вложения $H^m(\Omega)$ в $L^2(\Omega)$. Линейность, непрерывность и секвенциальная компактность.
 - 13. 13. Оператор следа из $H^1(\Omega)$ в $L^2(S)$ и его свойства. Линейность, непрерывность и секвенциальная компактность.
 - 14. 14. Теорема существования, единственности и непрерывной зависимости обобщенного решения краевой задачи Дирихле для эллиптического уравнения.
 - 15. 15. Представление обобщенного решения краевой задачи Дирихле для эллиптического уравнения рядом Фурье по обобщенным собственным функциям.
- LMS-платформа – не предусмотрена

5.4 Содержание контрольно-оценочных мероприятий по направлениям воспитательной деятельности

Направление воспитательной деятельности	Вид воспитательной деятельности	Технология воспитательной деятельности	Компетенция	Результаты обучения	Контрольно-оценочные мероприятия
Воспитание навыков жизнедеятельнос	учебно-исследовательская, научно-	Технология формирования уверенности и	ОПК-1	П-1	Домашняя работа № 1 Домашняя работа

ти в условиях глобальных вызовов и неопределенностей	исследовательская	готовности к самостоятельной успешной профессиональной деятельности Технология самостоятельной работы			№ 2 Домашняя работа № 3 Зачет Экзамен
--	-------------------	--	--	--	---