

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**
Математические методы в экономике

Код модуля
1161528(1)

Модуль
Методологические основы экономики

Екатеринбург

Оценочные материалы составлены автором(ами):

№ п/п	Фамилия, имя, отчество	Ученая степень, ученое звание	Должность	Подразделение
1	Плотников Сергей Васильевич	кандидат физико-математических наук, доцент	Доцент	экономики

Согласовано:

Управление образовательных программ

И.Ю. Русакова

Авторы:

- Плотников Сергей Васильевич, Доцент, экономики

1. СТРУКТУРА И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ Математические методы в экономике

1.	Объем дисциплины в зачетных единицах	3	
2.	Виды аудиторных занятий	Лекции Практические/семинарские занятия	
3.	Промежуточная аттестация	Зачет	
4.	Текущая аттестация	Контрольная работа	1
		Домашняя работа	1

2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ (ИНДИКАТОРЫ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ Математические методы в экономике

Индикатор – это признак / сигнал/ маркер, который показывает, на каком уровне обучающийся должен освоить результаты обучения и их предъявление должно подтвердить факт освоения предметного содержания данной дисциплины, указанного в табл. 1.3 РПМ-РПД.

Таблица 1

Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы)	Контрольно-оценочные средства для оценивания достижения результата обучения по дисциплине
1	2	3
ПК-1 -Способен применять знания (на продвинутом уровне) фундаментальной экономической науки при решении практических и/или исследовательских задач (Прикладная и международная экономика; Прикладная и международная экономика)	З-2 - Знать современный математический инструментарий, необходимый для понимания методологии и методов современных экономических исследований, публикуемых в ведущих профессиональных экономических журналах У-2 - Применять современный математический инструментарий для решения содержательных экономических задач	Домашняя работа Зачет Контрольная работа Лекции Практические/семинарские занятия
ПК-1 -Способен применять знания (на продвинутом уровне) фундаментальной экономической науки	З-2 - Знать современный математический инструментарий, необходимый для понимания методологии и методов современных	Домашняя работа Зачет Контрольная работа Лекции

при решении практических и/или исследовательских задач (Экономика предприятия)	экономических исследований, публикуемых в ведущих профессиональных экономических журналах У-2 - Применять современный математический инструментарий для решения содержательных экономических задач	Практические/семинарские занятия
--	---	----------------------------------

3. ПРОЦЕДУРЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ В БАЛЬНО-РЕЙТИНГОВОЙ СИСТЕМЕ (ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА БРС)

3.1. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

1. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – 0.6		
Текущая аттестация на лекциях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>контрольная работа</i>	6	40
<i>академическая активность</i>	8	60
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – 0.4		
Промежуточная аттестация по лекциям – зачет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – 0.6		
2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – 0.4		
Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>домашняя работа</i>	8	50
<i>академическая активность</i>	8	50
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям – не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям – нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям – не предусмотрено		
3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий – не предусмотрено		
Текущая аттестация на лабораторных занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах

Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям -не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям –нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено		
4. Онлайн-занятия: коэффициент значимости совокупных результатов онлайн-занятий –не предусмотрено		
Текущая аттестация на онлайн-занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по онлайн-занятиям -не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по онлайн-занятиям –нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено		

3.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта

Текущая аттестация выполнения курсовой работы/проекта	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент текущей аттестации выполнения курсовой работы/проекта– не предусмотрено		
Весовой коэффициент промежуточной аттестации выполнения курсовой работы/проекта– защиты – не предусмотрено		

4. КРИТЕРИИ И УРОВНИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

4.1. В рамках БРС применяются утвержденные на кафедре/институте критерии (признаки) оценивания достижений студентов по дисциплине модуля (табл. 4) в рамках контрольно-оценочных мероприятий на соответствие указанным в табл.1 результатам обучения (индикаторам).

Таблица 4

Критерии оценивания учебных достижений обучающихся

Результаты обучения	Критерии оценивания учебных достижений, обучающихся на соответствие результатам обучения/индикаторам
Знания	Студент демонстрирует знания и понимание в области изучения на уровне указанных индикаторов и необходимые для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Умения	Студент может применять свои знания и понимание в контекстах, представленных в оценочных заданиях, демонстрирует освоение умений на уровне указанных индикаторов и необходимых для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Опыт /владение	Студент демонстрирует опыт в области изучения на уровне указанных индикаторов.

Другие результаты	<p>Студент демонстрирует ответственность в освоении результатов обучения на уровне запланированных индикаторов.</p> <p>Студент способен выносить суждения, делать оценки и формулировать выводы в области изучения.</p> <p>Студент может сообщать преподавателю и коллегам своего уровня собственное понимание и умения в области изучения.</p>
-------------------	---

4.2 Для оценивания уровня выполнения критериев (уровня достижений обучающихся при проведении контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля) используется универсальная шкала (табл. 5).

Таблица 5

Шкала оценивания достижения результатов обучения (индикаторов) по уровням

Характеристика уровней достижения результатов обучения (индикаторов)				
№ п/п	Содержание уровня выполнения критерия оценивания результатов обучения (выполненное оценочное задание)	Шкала оценивания		
		Традиционная характеристика уровня		Качественная характеристика уровня
1.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты в полном объеме, замечаний нет	Отлично (80-100 баллов)	Зачтено	Высокий (В)
2.	Результаты обучения (индикаторы) в целом достигнуты, имеются замечания, которые не требуют обязательного устранения	Хорошо (60-79 баллов)		Средний (С)
3.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты не в полной мере, есть замечания	Удовлетворительно (40-59 баллов)		Пороговый (П)
4.	Освоение результатов обучения не соответствует индикаторам, имеются существенные ошибки и замечания, требуется доработка	Неудовлетворительно (менее 40 баллов)	Не зачтено	Недостаточный (Н)
5.	Результат обучения не достигнут, задание не выполнено	Недостаточно свидетельств для оценивания		Нет результата

5. СОДЕРЖАНИЕ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ МЕРОПРИЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

5.1. Описание аудиторных контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля

5.1.1. Лекции

Самостоятельное изучение теоретического материала по темам/разделам лекций в соответствии с содержанием дисциплины (п. 1.2. РПД)

5.1.2. Практические/семинарские занятия

Примерный перечень тем

1. Непрерывность и дифференцируемость функций в конечномерных векторных пространствах

2. Элементы выпуклого анализа

3. Условия оптимальности в линейном и нелинейном программировании

Примерные задания

ПРИМЕРЫ ЗАДАЧ

1. Изобразить в плоскости $ХОУ$ множества определения следующих функций. Определить для каждого множества, является ли оно а) замкнутым, открытым или общего вида; б) связным или несвязным; в) ограниченным или неограниченным; г) выпуклым или невыпуклым :

$$u = \sqrt{3 - \max\{1 + x, 2 - y - x\}}$$

2. При каких условиях на числа a, b, c, d, e функция $f = ax_1^2 + 2bx_1x_2 + cx_2^2 + dx_1 + ex_2$ является выпуклой? Вогнутой?

3. Найти все экстремумы функции $z(x, y)$, заданной неявно уравнением

$$5z^2 + 4zy + y^2 - 2y + 3x^2 - 6x + 4 = 0$$

4. Найдите *все* локальные экстремумы и определите их характер в задачах на классический экстремум:

$$\begin{aligned} x - 2y &\rightarrow \text{extr} \\ 2y^2 - x^2 &= 1 \end{aligned}$$

5. Проверьте на оптимальность точки $M_1(5; 4)$, $M_2(4; 4)$, $M_3(3; 4)$, используя условия оптимальности Куна-Таккера в задаче *выпуклого программирования* (проверьте, что это действительно выпуклая задача!)

$$\begin{aligned} x_1^2 - 6x_1 - x_2 &\rightarrow \min \\ 2x_1 + 3x_2 &\leq 24 \\ 3x_1 + 2x_2 &\leq 20 \\ x_1 &\geq 1 \\ x_2 &\leq 4 \end{aligned}$$

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2. Описание внеаудиторных контрольно-оценочных мероприятий и средств текущего контроля по дисциплине модуля

Разноуровневое (дифференцированное) обучение.

Базовый

5.2.1. Контрольная работа

Примерный перечень тем

1. Геометрия и алгебра множеств и функций
2. Градиенты и касательные многообразия
3. Алгебра матриц частных производных
4. Дифференцирование неявных функций
5. Задачи на экстремум с ограничениями
6. Условия Куна-Таккера и экономические приложения

Примерные задания

ПРИМЕРЫ ЗАДАЧ

1. Изобразить в плоскости ХОУ множества определения следующих функций. Определить для каждого множества, является ли оно а) замкнутым, открытым или общего вида; б) связным или несвязным; в) ограниченным или неограниченным; г) выпуклым или невыпуклым :

$$u = \sqrt{3 - \max \{1 + x, 2 - y - x\}}$$

2. При каких условиях на числа a, b, c, d, e функция $f = ax_1^2 + 2bx_1x_2 + cx_2^2 + dx_1 + ex_2$ является выпуклой? Вогнутой?

3. Найти все экстремумы функции $z(x, y)$, заданной неявно уравнением

$$5z^2 + 4zy + y^2 - 2y + 3x^2 - 6x + 4 = 0$$

4. Найдите *все* локальные экстремумы и определите их характер в задачах на классический экстремум:

$$\begin{aligned} x - 2y &\rightarrow \text{extr} \\ 2y^2 - x^2 &= 1 \end{aligned}$$

5. Проверьте на оптимальность точки $M_1(5; 4)$, $M_2(4; 4)$, $M_3(3; 4)$, используя условия оптимальности Куна-Таккера в задаче *выпуклого программирования* (проверьте, что это действительно выпуклая задача!)

$$\begin{aligned} x_1^2 - 6x_1 - x_2 &\rightarrow \min \\ 2x_1 + 3x_2 &\leq 24 \\ 3x_1 + 2x_2 &\leq 20 \\ x_1 &\geq 1 \\ x_2 &\leq 4 \end{aligned}$$

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.2. Домашняя работа

Примерный перечень тем

1. Геометрия и алгебра множеств и функций
2. Градиенты и касательные поверхности

3. Алгебра матриц частных производных
 4. Дифференцирование неявных функций
 5. Задачи на классический экстремум
 6. Условия Куна-Таккера и экономические приложения
- Примерные задания

1. Изобразить в плоскости XOY множества определения следующих функций. Определить для каждого множества, является ли оно а) замкнутым, открытым или общего вида; б) связным или несвязным; в) ограниченным или неограниченным; г) выпуклым или невыпуклым

$$u = \ln(3 + 2x - x^2 - 4y^2) \qquad u = \sqrt{3 - \max\{1 + x, 2 - y - x\}}$$

2. Для следующих скалярных функций вычислить градиенты в указанных точках и записать уравнение касательного многообразия как к изокванте, проходящей через указанную точку, так и к *графику* функции в соответствующей точке:

$$f = 1 + x^2y^3, M(-1; 1) \qquad f = 2z^3 + x^2 + 2y^2 + xy + 3x - 2y - 8z + 1, M(1; -1; 1)$$

3. Вычислить все частные производные первого порядка (матрицу J_H Якоби) в указанных точках сложных (составных) векторных функций $H = F \circ G$, используя формулу $J_H(x) = J_F(G(x)) \cdot J_G(x)$.

- 1) $G: R^3 \rightarrow R^2: u = xyz, v = x + y - z; F: R^2 \rightarrow R: t = vu^2 - 3v/u; M(1; 2; 3)$
- 2) $G: R \rightarrow R^3: u = 2x, v = x^2, w = \ln x; F: R^3 \rightarrow R^2: t = uvw, s = 3u + 2v - w; M(1)$

4. При каких *положительных* значениях α, β функция $f = x_1^\alpha x_2^\beta$ является вогнутой во внутренней области положительного квадранта? Изобразите соответствующую область значений на плоскости (α, β) . При каких значениях α, β при этом она будет и положительно однородной степени 0.75?

5. Вычислить графическим способом значения функции $f^*(b)$ оптимальных значений и изобразить ее график. Убедиться, что она является вогнутой кусочно-линейной функцией параметра b :

$$f^*(b) = \max\{x_1 + 2x_2 \mid x_1 + x_2 \leq b, 0 \leq x_1 \leq 1, 0 \leq x_2 \leq 1\}$$

6. Изобразить невыпуклое бюджетное множество в плоскости переменных x, t и найти ему подходящую экономическую интерпретацию:

$$\begin{cases} 4(24 - t) \geq x, & 0 \leq 24 - t \leq 4 \\ 8(24 - t) \geq x + 16, & 4 < 24 - t, x \leq 120 \\ 12(24 - t) \geq x/0,8 + 54, & x > 120 \end{cases}$$

7. Найти все экстремумы функции $z(x, y)$, заданной неявно уравнением:

$$x^3 - y^2 + z^2 - 3x + 4y + z - 8 = 0$$

8. Пусть $\varphi(a, b)$ - значение функции F в точках строгого локального экстремума (как максимума, так и минимума). Вычислить значения производных $\frac{\partial \varphi}{\partial a}$, $\frac{\partial \varphi}{\partial b}$ маргинальной функции в этих точках при заданных значениях параметров:

$$F = ax^3 - 9by^3 + 27y^2 - 3x + 9ab, \quad a = b = 1$$

9. Найдите *все* локальные экстремумы и *определите их характер* в задачах на классический экстремум:

$$\begin{aligned} x - 2y &\rightarrow \text{extr} \\ 2y^2 - x^2 &= 1 \end{aligned}$$

10. Пусть $\varphi(p_1, p_2, u)$ - функция оптимальных значений (expenditure function) в следующей задаче. При значениях параметров $p_1 = 4, p_2 = 1, u = 2$ получите решение задачи и найдите частные производные маргинальной функции $\frac{\partial \varphi}{\partial p_1}, \frac{\partial \varphi}{\partial p_2}, \frac{\partial \varphi}{\partial u}$, используя теорему об огибающей:

$$\min\{p_1x_1 + p_2x_2 \mid (x_1x_2)^{1/4} \geq u \ (x_1, x_2 > 0)\}$$

11. На основе теоремы Вейерштрасса и классической оптимизации найдите решения задачи:

$$\begin{aligned} xy - x^2y - 0.5xy^2 &\rightarrow \text{extr} \\ 0 \leq x &\leq 1 \\ 0 \leq y &\leq 1 \end{aligned}$$

12. Пусть допустимое множество задано системой ограничений:

$$\begin{aligned} 2x_1 - x_2 + x_3 &\leq 1 \\ x_1 - 2x_2 + 3x_3 &\geq -1 \\ x_1 - x_2 + x_3 &\leq 1 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

Какие из линейных функций $z_1 = x_1 + x_2 + x_3$, $z_2 = x_1 + x_2 - 2x_3$, $z_3 = 3x_2 - 5x_3$ достигают максимума на этом множестве в точке $x = (2; 6; 3)^T$? Используйте для проверки условия оптимальности в ЛП (они совпадают с условиями Куна-Таккера).

13. С помощью условий Куна-Таккера найдите решения следующей выпуклой задачи:

$$\begin{aligned} x_1^2 + x_2^2 + 2x_3^2 &\rightarrow \min \\ x_1 + x_2 + x_3 &\geq 1 \\ x_1 + 3x_2 &\geq 3 \end{aligned}$$

14. Найдите *все* локальные и глобальные экстремумы в задаче с ограничениями - неравенствами:

$$\begin{aligned} x_1^2 + x_2^2 + 4x_1 - 4x_2 &\rightarrow \text{extr} \\ x_1^2 + x_2^2 &\leq 1 \\ x_1 \geq 0, x_2 &\leq 0 \end{aligned}$$

LMS-платформа – не предусмотрена

5.3. Описание контрольно-оценочных мероприятий промежуточного контроля по дисциплине модуля

5.3.1. Зачет

Список примерных вопросов

1. Открытые и замкнутые множества и непрерывные функции.
 2. Геометрия линий уровня и лебеговых множеств.
 3. Градиенты и касательные многообразия.
 4. Матрицы первых частных производных (матрицы Якоби) композиций векторных функций.
 5. Неявные функции и их дифференцирование.
 6. Матрицы вторых частных производных (матрицы Гессе).
 7. Знакоопределенность квадратичных форм.
 8. Задачи на классический экстремум.
 9. Необходимые и достаточные условия второго порядка.
 10. Гладкая зависимость экстремумов от параметров.
 11. Экономические приложения.
 12. Геометрия и алгебра выпуклых множеств и выпуклых и вогнутых функций.
 13. Квазивыпуклые и квазивогнутые функции в экономике.
 14. Способы идентификации выпуклых и вогнутых функций с помощью производных первого и второго порядков.
 15. Особенности экстремальных задач с выпуклыми (вогнутыми) целевыми функциями на выпуклых множествах.
 16. Характеризация задач линейного программирования и экономические примеры.
 17. Двойственность в линейном программировании и условия оптимальности.
 18. Свойства выпуклости (вогнутости) функции оптимальных значений по правым частям ограничений в выпуклом программировании.
 19. Условия регулярности в выпуклом программировании.
 20. Теорема Куна - Таккера в седловой и дифференциальной формах.
 21. Интерпретация множителей Лагранжа.
 22. Гладкая зависимость функции оптимальных значений от параметров.
 23. Общие задачи нелинейного программирования.
 24. Теорема Вейерштрасса.
 25. Необходимые и достаточные условия локальных экстремумов второго порядка в общих задачах.
- LMS-платформа – не предусмотрена

5.4 Содержание контрольно-оценочных мероприятий по направлениям воспитательной деятельности

Направления воспитательной деятельности сопрягаются со всеми результатами обучения компетенций по образовательной программе, их освоение обеспечивается содержанием всех дисциплин модулей.