

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**

Теория вероятностей и математическая статистика

Код модуля
1156427(1)

Модуль
Фундаментальная математика

Екатеринбург

Оценочные материалы составлены автором(ами):

№ п/п	Фамилия, имя, отчество	Ученая степень, ученое звание	Должность	Подразделение
1	Шапарь Юлия Викторовна	кандидат физико-математических наук, без ученого звания	Доцент	департамент информационных технологий и автоматике

Согласовано:

Управление образовательных программ

Ю.Д. Маева

Авторы:

- Шапарь Юлия Викторовна, Доцент, департамент информационных технологий и автоматике

1. СТРУКТУРА И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ Теория вероятностей и математическая статистика

1.	Объем дисциплины в зачетных единицах	7	
2.	Виды аудиторных занятий	Лекции Практические/семинарские занятия	
3.	Промежуточная аттестация	Зачет Экзамен	
4.	Текущая аттестация	Контрольная работа	2
		Домашняя работа	2

2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ (ИНДИКАТОРЫ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ Теория вероятностей и математическая статистика

Индикатор – это признак / сигнал/ маркер, который показывает, на каком уровне обучающийся должен освоить результаты обучения и их предъявление должно подтвердить факт освоения предметного содержания данной дисциплины, указанного в табл. 1.3 РПМ-РПД.

Таблица 1

Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы)	Контрольно-оценочные средства для оценивания достижения результата обучения по дисциплине
1	2	3
ОПК-2 -Способен проводить под научным руководством исследования на основе современных методов в конкретной области профессиональной деятельности	Д-2 - Проявлять заинтересованность в содержании и результатах исследовательской работы З-1 - Демонстрировать понимание теоретических основ методов, используемых для проведения научных исследований в профильной области П-1 - Иметь опыт выполнения стандартных исследований с использованием серийного научного и технологического оборудования, стандартной методологии и методов исследований	Домашняя работа № 1 Домашняя работа № 2 Зачет Контрольная работа № 1 Контрольная работа № 2 Лекции Практические/семинарские занятия Экзамен

	У-1 - Соотносить цель и задачи исследования с набором методов исследования, выбирать необходимое сочетание цели и средств	
ПК-1 -Способен демонстрировать и применять в научно-исследовательской и прикладной деятельности базовые знания математических и естественных наук, современного математического аппарата, современных языков программирования и информационных технологий	З-1 - Формулировать основные теоремы и понятия математических и естественных наук У-1 - Решать стандартные задачи в собственной научно-исследовательской деятельности в области математики и компьютерных наук	Домашняя работа № 1 Домашняя работа № 2 Зачет Контрольная работа № 1 Контрольная работа № 2 Лекции Практические/семинарские занятия Экзамен

3. ПРОЦЕДУРЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ В БАЛЬНО-РЕЙТИНГОВОЙ СИСТЕМЕ (ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА БРС)

3.1. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

1. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – 0.5		
Текущая аттестация на лекциях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>Проведение мини-опросов по темам лекций</i>	5,16	100
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – 0.5		
Промежуточная аттестация по лекциям – зачет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – 0.5		
2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – 0.5		
Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>домашняя работа №1</i>	5,16	50
<i>контрольная работа №1</i>	5,16	50
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям – 1		

Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям –нет Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям – не предусмотрено		
3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий –не предусмотрено		
Текущая аттестация на лабораторных занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям –не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям –нет Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено		
4. Онлайн-занятия: коэффициент значимости совокупных результатов онлайн-занятий –не предусмотрено		
Текущая аттестация на онлайн-занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по онлайн-занятиям –не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по онлайн-занятиям –нет Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено		

3.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта

Текущая аттестация выполнения курсовой работы/проекта	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент текущей аттестации выполнения курсовой работы/проекта – не предусмотрено		
Весовой коэффициент промежуточной аттестации выполнения курсовой работы/проекта – защиты – не предусмотрено		

3.1. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

2. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – 0.5		
Текущая аттестация на лекциях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>Проведение мини-опросов по темам лекций</i>	6,16	100
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – 0.5		
Промежуточная аттестация по лекциям – экзамен Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – 0.5		
2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – 0.5		

Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>домашняя работа №2</i>	6,16	50
<i>контрольная работа №2</i>	6,16	50
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям– 1		
Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям– нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям– не предусмотрено		
3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий –не предусмотрено		
Текущая аттестация на лабораторных занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям -не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям – нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено		
4. Онлайн-занятия: коэффициент значимости совокупных результатов онлайн-занятий –не предусмотрено		
Текущая аттестация на онлайн-занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по онлайн-занятиям -не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по онлайн-занятиям – нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено		

3.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта

Текущая аттестация выполнения курсовой работы/проекта	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент текущей аттестации выполнения курсовой работы/проекта– не предусмотрено		
Весовой коэффициент промежуточной аттестации выполнения курсовой работы/проекта– защиты – не предусмотрено		

4. КРИТЕРИИ И УРОВНИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

4.1. В рамках БРС применяются утвержденные на кафедре/институте критерии (признаки) оценивания достижений студентов по дисциплине модуля (табл. 4) в рамках контрольно-оценочных мероприятий на соответствие указанным в табл.1 результатам обучения (индикаторам).

Критерии оценивания учебных достижений обучающихся

Результаты обучения	Критерии оценивания учебных достижений, обучающихся на соответствие результатам обучения/индикаторам
Знания	Студент демонстрирует знания и понимание в области изучения на уровне указанных индикаторов и необходимые для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Умения	Студент может применять свои знания и понимание в контекстах, представленных в оценочных заданиях, демонстрирует освоение умений на уровне указанных индикаторов и необходимых для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Опыт /владение	Студент демонстрирует опыт в области изучения на уровне указанных индикаторов.
Другие результаты	Студент демонстрирует ответственность в освоении результатов обучения на уровне запланированных индикаторов. Студент способен выносить суждения, делать оценки и формулировать выводы в области изучения. Студент может сообщать преподавателю и коллегам своего уровня собственное понимание и умения в области изучения.

4.2 Для оценивания уровня выполнения критериев (уровня достижений обучающихся при проведении контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля) используется универсальная шкала (табл. 5).

Шкала оценивания достижения результатов обучения (индикаторов) по уровням

Характеристика уровней достижения результатов обучения (индикаторов)				
№ п/п	Содержание уровня выполнения критерия оценивания результатов обучения (выполненное оценочное задание)	Шкала оценивания		
		Традиционная характеристика уровня		Качественная характеристика уровня
1.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты в полном объеме, замечаний нет	Отлично (80-100 баллов)	Зачтено	Высокий (В)
2.	Результаты обучения (индикаторы) в целом достигнуты, имеются замечания, которые не требуют обязательного устранения	Хорошо (60-79 баллов)		Средний (С)
3.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты не в полной мере, есть замечания	Удовлетворительно (40-59 баллов)		Пороговый (П)

4.	Освоение результатов обучения не соответствует индикаторам, имеются существенные ошибки и замечания, требуется доработка	Неудовлетворительно но (менее 40 баллов)	Не зачтено	Недостаточный (Н)
5.	Результат обучения не достигнут, задание не выполнено	Недостаточно свидетельств для оценивания		Нет результата

5. СОДЕРЖАНИЕ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ МЕРОПРИЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

5.1. Описание аудиторных контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля

5.1.1. Лекции

Самостоятельное изучение теоретического материала по темам/разделам лекций в соответствии с содержанием дисциплины (п. 1.2. РПД)

5.1.2. Практические/семинарские занятия

Примерный перечень тем

1. Основные понятия теории вероятностей.
2. Условная вероятность. Независимость событий
3. Случайные величины и их числовые характеристики
4. Сходимость случайных величин.
5. Основные понятия математической статистики.
6. Элементы теории случайных процессов

Примерные задания

Основные понятия теории вероятностей. Случайные события и их описание.

Непосредственное вычисление вероятностей. Сумма и произведение событий. Геометрические вероятности.

Формула полной вероятности и формула Байеса. Повторение опытов. Формулы Бернулли
Случайные величины (СВ). Законы распределения случайных величин и их формы.

Типичные дискретные и абсолютно непрерывные распределения. Математическое ожидание, дисперсия. Мода и медиана. Центральные и начальные моменты СВ. Условное математическое ожидание

Неравенство Чебышева. Закон больших чисел. Характеристические функции СВ.

Предельные теоремы.

Построение законов распределения СВ по статистическим данным. Определение параметров законов методами моментов, максимального правдоподобия, наименьших квадратов. Интервальные оценки параметров распределения. Основные критерии. Уровень значимости. Ошибки первого и второго рода при проверке гипотез

Марковские процессы с непрерывным и дискретным временем. Уравнения Колмогорова, Чепмена-Колмогорова. Существование стационарного предельного распределения.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2. Описание внеаудиторных контрольно-оценочных мероприятий и средств текущего контроля по дисциплине модуля

Разноуровневое (дифференцированное) обучение.

Базовый

5.2.1. Контрольная работа № 1

Примерный перечень тем

1. 1. Классическое определение ТВ. Геометрическая вероятность. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Схема Бернулли. 2. Случайные величины и их числовые характеристики.

Примерные задания

Контрольная 1.1

1. На паркет, составленный из правильных шестиугольников со стороной a , случайно бросается монета радиуса r . Найти вероятность того, что упавшая монета не заденет границу ни одного из шестиугольников паркета.

2. Волшебная монета Феанора имеет вероятность выпадения орла на n -м подбрасывании равную $1/(n + 1)$. Валары подбрасывают монету до выпадения орла. Определить с какой вероятностью впервые орел выпадет на нечетном подбрасывании.

3. Перед Алисой и Бобом лежат 5 карточек. У Алисы написаны целые числа от 0 до 4, у Боба от -2 до 2. Алиса и Боб выбирают по две карточки.

Определить вероятность того, что разность чисел в карточках у Алисы (из числа, записанного на первой карточке, вычитаем число, записанное на второй) будет больше суммы чисел на карточках у Боба.

4. Отрезок AB разделен точкой C в отношении $3 : 2$, считая от A . На этот отрезок наудачу брошены пять точек. Найти вероятность того, что две из них окажутся левее точки C и три - правее. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка и не зависит от его расположения.

5. В соединенных штатах всего три штата A , B и C . Для победы кандидату требуется победить как минимум в двух из них. Избиратели принимают решение независимо от голосований в других штатах. Вероятности победы кандидата в штатах A , B и C до выборов по мнению социологов были равны $1/2$, $1/3$ и $1/4$ соответственно. Как ни странно, кандидат выиграл. Определить вероятность его победы в штате C .

6. Вероятность того, что из проекта уволится программист за малое время t равна $at + o(t)$. В проекте было 4 программиста, один из них знает язык R . За год уволилось три. Определить вероятность того, что программист, знающий язык R , остался в проекте.

7. Вероятность самоуничтожения частицы за малое время et зависит от числа частиц в емкости как $n(et) + o(et)$. В начальный момент в емкости было 2 частицы. С какой вероятностью все частицы исчезнут к моменту времени T ?

Двумерная случайная величина (X, Y) распределена по закону X

$X \setminus Y$	0	1	2
1	1/6	1/4	1/12
2	1/12	1/12	1/3

Найти распределение XY .

2. Из пункта A в пункт B ходят два автобуса. Ходят нерегулярно, но

независимо. Время отправления первого автобуса - случайная величина с плотностью $f(t)$ ($f(t) = 0$ для $t < 0$), второго автобуса - случайная величина с плотностью $g(t)$ ($g(t) = 0$ для $t < 0$). Найти плотность распределения времени ожидания транспорта, доставляющего пассажиров из пункта А в пункт В.

3. Время первой поломки имеет плотность, заданную законом ge^{-rt} .

Ремонтная бригада прибывает в конце часа, если в течении этого часа произошла поломка. Найти функцию распределения времени прибытия ремонтной бригады.

4. Монета Феанора выпадает орлом на i -м шаге с вероятностью $1/(i+1)$.

Хоббит Бильбо, подбрасывая эту монету, получит выигрыш, равный i , если орел выпадет впервые на i -м шаге. Определить математическое ожидание выигрыша Бильбо.

5. Случайная величина X подчиняется закону распределения Максвелла, а случайная величина Y задается законом распределения Рэлея. Найти математическое ожидание и дисперсию $X+Y$, если X и Y независимы.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.2. Контрольная работа № 2

Примерный перечень тем

1. 1. Предельные теоремы. Проверка качества оценок. 2. Случайные процессы.

Примерные задания

Контрольная 2.1.

1. Для лица, дожившего до 20-летнего возраста, вероятность смерти на 21-м году жизни равна 0,006. Застрахована группа в 10000 человек 20-летнего возраста, причем каждый застрахованный внес 120 рублей страховых взносов за год. В случае смерти застрахованного страховое учреждение выплачивает наследникам 10000 рублей. Оцените через ЦПТ вероятность того, что к концу года страховое учреждение окажется в убытке.

2. Предположим, что при наборе книги существует постоянная вероятность 0,0001 того, что любая буква будет набрана неправильно. После набора гранки прочитывает корректор, который обнаруживает каждую опечатку с вероятностью 0,9. После корректора - автор, обнаруживающий каждую из оставшихся опечаток с вероятностью 0,5. Оцените через предельные теоремы вероятность того, что в книге со 100 тысячами печатных знаков останется после этого не более 10 незамеченных опечаток.

3. Рассмотрим последовательность испытаний Бернулли. Пусть U_n - вероятность того, что первая комбинация "успех-неудача" появится при $(n-1)$ -м и n -м испытаниях. Найти среднее значение и дисперсию U_n , если вероятность успеха p . Использовать производящую функцию не запрещается.

4. В семнадцатизэтажной гостинице на каждом этаже начиная со второго одно и то же число номеров. Все номера одноместные и одинаковые. Все лестницы в аварийном состоянии, поэтому все постояльцы пользуются лифтом. Бдительный швейцар Пуассон, в рамках борьбы за экологию в целом и экономию электроэнергии в частности, посчитал, что за 1000 поездок лифта (вверх) на нем уехали 2000 человек. Оцените через предельные теоремы математическое ожидание общего числа остановок лифта в ходе этих поездок.

5. В некотором вузе проходит экзамен. Количество экзаменационных билетов N . Перед экзаменационной аудиторией выстроилась очередь из студентов, которые не знают чему равно N . Согласно этой очереди студенты вызываются на экзамен (второй студент заходит в аудиторию после того, как из нее выйдет первый, и т.д.). Каждый студент с равной вероятностью может выбрать любой из N билетов (в независимости от других студентов). Проэкзаменованные студенты, выходя из аудитории, сообщают оставшейся очереди номера своих билетов. Оцените (сверху), сколько студентов должно быть проэкзаменовано, чтобы оставшаяся к этому моменту очередь смогла оценить число экзаменационных билетов с точностью 10% с вероятностью, не меньшей 0.95.

Контрольная 2.2

1. Задана марковская цепь с дискретным временем. Вероятности, числовые значения которых Вы должны найти, написаны.

2. Ваш сосед сомневается, что марковская цепь с дискретным временем из предыдущей задачи найдена правильно. У него есть большой массив наблюдений за этой цепью. Предложите метод нахождения по собранной статистике переходных вероятностей этой цепи. Являются ли предложенные Вами оценки несмещенными, состоятельными, (асимптотически) нормальными, (асимптотически) эффективными.

3. Наблюдается некоторая марковская цепь с непрерывным временем, специальная камера должна делать снимки в точности в моменты перехода. Оказалось, что последовательность снимков (как случайный процесс) описывается марковской цепью с дискретным временем, указанной снизу. Найдите все стационарные распределения исходной марковской цепи. Для одного из этих стационарных распределений укажите, для каждого состояния, среднее время нахождения в этом состоянии до следующего перехода. Можете воспользоваться при этом допинформацией: в среднем переход происходил один раз за одну секунду.

4. Наблюдается некоторая марковская цепь с непрерывным временем, специальная камера делает снимки в точности в моменты перехода.

Выдвинуто две гипотезы – интенсивность перехода из первого во второе состояние подчинена показательному закону либо с параметром $1/2$, либо с параметром 2 . Выберите какой-либо критерий, при необходимости уточните число и тип снимков, укажите априорные вероятности гипотез, штрафы и/или премии за верный/неверный прогноз и найдите наилучшее, согласно выбранному Вами критерию, решающее правило для выбора гипотезы по серии снимков.

5. Дана марковская цепь с дискретным временем, у которой пространство состояний X равно $\{0, 1, 2, 3, \dots\}^2$, а переходные вероятности равны $p(x, 0) = 1 - 1/l$, $p(x, x + e_j) = 1/2l$ для всех x . Здесь $0 = (0, 0)$, и e_j - j -й единичный орт двумерного пространства.

Найдите стационарное распределение этой цепи.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.3. Домашняя работа № 1

Примерный перечень тем

1. 1. Классическое определение вероятности. Элементарные свойства вероятности 2. Геометрическая вероятность 3. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей 4. Формулы полной вероятности. Формула Байеса. 5. Схема Бернулли 7. Дискретные случайные величины и их распределение 8. Непрерывные случайные величины и их распределение 9. Распределение функции от случайной величины 10 Векторные случайные величины, формула свертки 11. Математическое ожидание для дискретных и непрерывных случайных величин

Примерные задания

Домашняя работа 1.1

1. В урне находятся a белых и b черных шаров. Шары наугад по одному извлекаются из урны без возвращения. Найдите вероятность того, что k -й вынутый шар оказался белым.
2. В ящике 100 деталей, из них 10 бракованных. Наудачу извлечены четыре детали. Найти вероятность того, что среди извлеченных деталей: а) нет бракованных; б) нет годных.
3. 30 шаров размещаются по 8 ящикам так, что для каждого шара вероятности попадания в каждый ящик одинаковы. Найдите вероятность размещения, при котором будет 3 пустых ящика, 2 ящика - с тремя, 2 ящика - с шестью и 1 ящик - с двенадцатью шарами.

Домашняя работа 1.2

1. В пирамиде пять винтовок, три из которых снабжены оптическим прицелом. Вероятность того, что стрелок поразит мишень при выстреле из винтовки с оптическим прицелом, равна 0,95; для винтовки без оптического прицела эта вероятность равна 0,7. Найти вероятность того, что мишень будет поражена, если стрелок произведет один выстрел из наудачу взятой винтовки.
2. В каждой из трех урн содержится 6 черных и 4 белых шара. Из первой урны наудачу извлечен один шар и переложен во вторую урну, после чего из второй урны наудачу извлечен один шар и переложен в третью урну. Найти вероятность того, что шар, наудачу извлеченный из третьей урны, окажется белым.
3. Квантовый вычислитель выходит из строя, если перегреваются не менее пяти кубитов I типа или не менее двух кубитов II типа. Определить вероятность выхода из строя вычислителя, если известно, что перегрелось пять кубитов, причем кубиты перегреваются независимо один от другого. Каждый перегревшийся кубит с вероятностью 0,7 является кубитом первого типа и с вероятностью 0,3 - второго типа.

Домашняя работа 1.3

1. В партии из 10 деталей имеется 8 стандартных. Наудачу отобраны две детали. Составить закон распределения числа стандартных деталей среди отобранных.
2. Из двух орудий поочередно ведется стрельба по цели до первого

попадания одним из орудий. Вероятность попадания в цель первым орудием равна 0,3, вторым - 0,7. Начинает стрельбу первое орудие. Составить законы распределения дискретных случайных величин: числа израсходованных снарядов соответственно первым и вторым орудием.

3. Устройство состоит из n элементов. Вероятность отказа любого элемента за время опыта равна p . Найти математическое ожидание числа таких опытов, в каждом из которых откажет ровно m элементов, если всего произведено N опытов. Предполагается, что опыты независимы один от другого.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.4. Домашняя работа № 2

Примерный перечень тем

1. 1 Дисперсия. Коэффициент корреляции 2. Предельные теоремы 3 Построение точечных оценок параметров распределения. Проверка качества оценок. 4 Доверительные интервалы 5. Корреляционный анализ 6. Марковские цепи

Примерные задания

Домашняя работа 2.1

1. Пусть дана последовательность случайных величин с равномерно ограниченными дисперсиями, причем каждая случайная величина зависит только от следующей и предыдущей, но не зависит от остальных элементов последовательности. Докажите выполнение для этой последовательности закона больших чисел.

2. Пусть на сервер поступают в случайные моменты времени заявки, количество заявок, поступающие на непересекающиеся промежутки времени независимы (как случайные величины). Вероятность поступления одного события за малый промежуток времени равна $a(t)dt + o(t)$, где непрерывная функция $a(t)$ положительна. Вероятность поступления более одного события за время t равна $o(t)$.

Покажите, что число заявок, поступивших на сервер за промежуток $[0, T]$, 3.

Книга объемом 500 страниц содержит 50 опечаток. Оцените вероятность того, что на случайно выбранной странице имеется не менее трех опечаток, используя нормальное и пуассоновское приближения, сравните результаты (неравенства Берри-Эссеена и Ле Кама).

3. Стрелок попадает при выстреле по мишени в десятку с вероятностью 0,5; в девятку - 0,3; в восьмерку - 0,1; в семерку - 0,05; в шестерку - 0,05. Стрелок сделал 100 выстрелов. Какова вероятность того, что он набрал более 980 очков; более 950 очков?

Домашняя работа 2.2

1. Найдите такую стохастическую матрицу P , что соответствующая ей цепь Маркова не имеет стационарного распределения, а цепь, соответствующая матрице P^3 , - имеет.

2. У библиофила имеется стопка из 10 томиков разных поэтов. В течение года, каждое утро, он выбирает для чтения одного из поэтов и аккуратно достает его томик из стопки. Пусть вероятность выбора i -го по алфавиту поэта равна p_i ($\sum_{i=1}^{10} p_i = 1$) и не зависит ни от читанного ранее, ни от порядка книг в стопке. Каждый вечер, читанный в этот день томик библиофил кладет на самый верх

стопки. Оцените, с помощью стационарного распределения, вероятность того, что через год томик первого по алфавиту поэта будет верхним в стопке.

3. Найдите стационарное распределение, если $X = \{N\}_0$, $p_{i,0} = 1/2, p_{i,i+1} = 1/2$ ($\forall i \in \{N\}_0$).

Домашняя работа 2.3

1. Пусть имеется 5 программистов, которые пытаются независимо друг от друга решить сложную задачу до того, как их всех уволят, а время решения задачи распределено по показательному закону с параметром λ_i у каждого. Есть заказчик, терпение которого распределено по показательному закону с параметром μ , и фирма, терпение которой (пока есть заказчик) распределено по показательному закону с параметром μ_i без заказчика ее терпение равно нулю, а увольняет она сразу и всех.

Найдите вероятность того, что а) задача будет решена, б) задача будет решена первым программистом.

2. Рассмотрим стоянку такси, куда машины и заказчики прибывают в соответствии с пуассоновскими процессами: машины с интенсивностью λ в минуту, а заказчики - с интенсивностью μ в минуту. Такси ждет лишь в том случае, если на остановке нет ожидающих машин, клиент же становится в очередь независимо от ее длины. Найдите вероятность того,

что в начальный момент имеется ожидающее такси, и среднее число клиентов в очереди. Считаем, для простоты, что стоянка в Лас-Вегасе, и от времени суток ничего не зависит.

3. Компания получает от своих клиентов в среднем пять запросов в час. Представитель компании тратит на обслуживание одного запроса в среднем двадцать минут (время обслуживания распределено показательно).

Если клиент не может сразу поговорить со служащим компании, он больше не звонит. Клиент, побеседовавший с представителем компании, приносит ей доход в одну тысячу долларов. Сколько представителей следует иметь компании, если каждому она платит десять долларов в час.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.3. Описание контрольно-оценочных мероприятий промежуточного контроля по дисциплине модуля

5.3.1. Зачет

Список примерных вопросов

1. Наивное понятие вероятности. Геометрическое определение вероятности. Парадокс Бертрана. 2. События как множества элементарных исходов. Алгебры. Исчисление событий. Борелевская сигма-алгебра (начало). 3. Сигма-алгебры. Аксиоматика Колмогорова. Теорема Каратеодори (без д-ва). Борелевская сигма-алгебра (окончание).
4. Схема независимых испытаний Бернулли. Биномиальное и геометрическое распределение. 5. Распределение Пуассона и его смысл. 6. Понятие условной вероятности. Независимые события. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Примеры.
7. Распределение случайной величины и его свойства. Теорема Колмогорова. 8. Понятие

измеримого отображения. Интеграл и его свойства. Переход к пределу (все без доказательства). 9. Понятие абсолютно непрерывных и дискретных случайных величин. Пример сингулярно распределенной случайной величины. 10. Плотность случайной величины и ее свойства. Примеры абсолютно непрерывных распределений, их смысл. 11. Векторные случайные величины. Совместные распределения независимых случайных величин. Формула свертки. 12. Математическое ожидание случайной величины и его свойства. 13. Дисперсия, корреляция, ковариация и их свойства. 14. Неравенства типа Маркова, в том числе экспоненциальные оценки для независимых одинаково распределенных сл. величин. 15. Условное математическое ожидание

LMS-платформа – не предусмотрена

5.3.2. Экзамен

Список примерных вопросов

1. 1) Аксиоматика теории вероятностей. Способы задания вероятности. Теорема об эквивалентности. 2) Условная вероятность. Независимость событий. Формулы полной вероятности и Байеса. 3) Схема независимых испытаний Бернулли. Наивероятнейшее число успехов. 4) Случайные величины: дискретные случайные величины, общее определение случайной величины. 5) Функция распределения и ее свойства. Абсолютно непрерывные случайные величины. 6) Функции от случайных величин. 7) Многомерные распределения. Независимость случайных величин. Формула свертки. 8) Числовые характеристики случайных величин: мат. ожидание дискретной с.в., свойства мат. ожидания, мат. ожидания типичных распределений. 9) Мат. ожидание для произвольной с.в., мат. ожидание абсолютно непрерывной с.в. 10) Мат. ожидание функции от с.в. 11) Дисперсия, свойства дисперсии, неравенство Чебышева, дисперсии типичных распределений. 12) Коэффициент корреляции и его свойства. 13) Закон больших чисел: теоремы Чебышева, Маркова, Бернулли, Хинчина. 14) Виды сходимости последовательностей с.в. 15) Предельные теоремы: теорема Пуассона. 16) Предельные теоремы: локальная теорема Муавра-Лапласа. 17) Свойства характеристических функций. Характеристическая функция нормального распределения. 20) Центральная предельная теорема и ее следствие. 21) Выборочный метод в статистике. 22) Задача оценивания неизвестного параметра распределения – постановка и определение оценки. 23) Несмещенная и состоятельная оценки. 24) Метод максимального правдоподобия. Метод моментов. 25) Неравенство Рао-Крамера. 26) Способы сравнения оценок. Эффективная оценка. 27) Доверительные интервалы для мат. ожидания и дисперсии. 28) Постановка задачи проверки гипотез. Понятие критерия. 29) Виды ошибок критерия в случае двух гипотез. Выбор наилучшего критерия

LMS-платформа – не предусмотрена

5.4 Содержание контрольно-оценочных мероприятий по направлениям воспитательной деятельности

Направление воспитательной деятельности	Вид воспитательной деятельности	Технология воспитательной деятельности	Компетенция	Результаты обучения	Контрольно-оценочные мероприятия
Профессиональное воспитание	учебно-исследовательск	Технология формирования	ПК-1	З-1 У-1	Домашняя работа № 1

	ая, научно-исследовательская	уверенности и готовности к самостоятельной успешной профессиональной деятельности			Домашняя работа № 2 Зачет Контрольная работа № 1 Контрольная работа № 2 Лекции Практические/семинарские занятия Экзамен
--	------------------------------	---	--	--	---