

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ**
Аксиоматическая теория множеств

Код модуля
1156720(1)

Модуль
Аксиоматическая теория множеств

Екатеринбург

Оценочные материалы составлены автором(ами):

№ п/п	Фамилия, имя, отчество	Ученая степень, ученое звание	Должность	Подразделение
1	Патракеев Михаил Александрович	кандидат физико-математических наук, без ученого звания	Доцент	математического анализа

Согласовано:

Управление образовательных программ

Ю.Д. Маева

Авторы:

- Патракеев Михаил Александрович, Доцент, математического анализа

1. СТРУКТУРА И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ Аксиоматическая теория множеств

1.	Объем дисциплины в зачетных единицах	3	
2.	Виды аудиторных занятий	Практические/семинарские занятия	
3.	Промежуточная аттестация	Зачет	
4.	Текущая аттестация	Контрольная работа	1
		Домашняя работа	1

2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ (ИНДИКАТОРЫ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ Аксиоматическая теория множеств

Индикатор – это признак / сигнал/ маркер, который показывает, на каком уровне обучающийся должен освоить результаты обучения и их предъявление должно подтвердить факт освоения предметного содержания данной дисциплины, указанного в табл. 1.3 РПМ-РПД.

Таблица 1

Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы)	Контрольно-оценочные средства для оценивания достижения результата обучения по дисциплине
1	2	3
ОПК-1 -Способен выявлять, формулировать и решать фундаментальные и прикладные задачи в области своей профессиональной деятельности и в междисциплинарных направлениях с использованием фундаментальных знаний и практических навыков	Д-2 - Проявлять лидерские качества и умения работать в научном коллективе З-1 - Демонстрировать понимание фундаментальных принципов, методов и подходов к решению фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности и междисциплинарных направлениях П-1 - Предлагать пути решения фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности и междисциплинарных направлениях, опираясь на фундаментальные законы и	Домашняя работа Зачет Практические/семинарские занятия

	<p>принципы с использованием соответствующих целям подходов и методов</p> <p>У-1 - Выявлять и определять цели и пути решения фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности, опираясь на фундаментальные законы и принципы, с использованием соответствующих целям подходов и методов</p>	
<p>ПК-1 -Способен применять фундаментальные знания математических и естественных наук, программирования и информационных технологий (Современные проблемы математики)</p>	<p>Д-1 - Демонстрировать аналитические и системные умения, способность к поиску информации</p> <p>З-3 - Строго формулировать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики</p> <p>П-2 - Иметь практический опыт научно-исследовательской деятельности в математике и информатике</p> <p>У-1 - Строго доказывать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата</p>	<p>Домашняя работа</p> <p>Зачет</p> <p>Контрольная работа</p>
<p>ПК-3 -Способен проводить научные исследования на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности (Современные проблемы математики)</p>	<p>П-1 - Выбирать адекватный математический аппарат для ведения научно-исследовательской работы</p> <p>У-1 - Решать научные задачи в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой</p>	<p>Зачет</p> <p>Контрольная работа</p> <p>Практические/семинарские занятия</p>
<p>ПК-1 -Способен проводить научные исследования, на основе существующих методов в конкретной области профессиональной деятельности (Современные</p>	<p>Д-1 - Демонстрировать аналитические и системные умения, способность к поиску информации</p> <p>З-3 - Строго формулировать актуальные и значимые проблемы фундаментальной и прикладной математики</p> <p>П-2 - Иметь практический опыт научно-исследовательской</p>	<p>Домашняя работа</p> <p>Зачет</p> <p>Контрольная работа</p> <p>Практические/семинарские занятия</p>

проблемы компьютерных наук)	деятельности в математике и информатике У-1 - Строго доказывать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата	
ПК-3 -Способен создавать и исследовать новые математические модели в естественных науках, промышленности и бизнесе, с учетом возможностей современных информационных технологий, программирования и компьютерной техники (Современные проблемы компьютерных наук)	П-1 - Выбирать адекватный математический аппарат для ведения научно-исследовательской работы У-1 - Решать научные задачи в связи с поставленной целью и в соответствии с выбранной методикой	Зачет Контрольная работа Практические/семинарские занятия

3. ПРОЦЕДУРЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ В БАЛЬНО-РЕЙТИНГОВОЙ СИСТЕМЕ (ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА БРС)

3.1. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

1. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – не предусмотрено		
Текущая аттестация на лекциях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по лекциям – нет Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – не предусмотрено		
2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – 1		
Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах

<i>домашняя работа</i>	2,17	50
<i>контрольная работа</i>	2,17	50
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям– 0.5		
Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям–зачет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям– 0.5		
3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий –не предусмотрено		
Текущая аттестация на лабораторных занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям -не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям –нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено		
4. Онлайн-занятия: коэффициент значимости совокупных результатов онлайн-занятий –не предусмотрено		
Текущая аттестация на онлайн-занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по онлайн-занятиям -не предусмотрено		
Промежуточная аттестация по онлайн-занятиям –нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по онлайн-занятиям – не предусмотрено		

3.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта

Текущая аттестация выполнения курсовой работы/проекта	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент текущей аттестации выполнения курсовой работы/проекта– не предусмотрено		
Весовой коэффициент промежуточной аттестации выполнения курсовой работы/проекта– защиты – не предусмотрено		

4. КРИТЕРИИ И УРОВНИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

4.1. В рамках БРС применяются утвержденные на кафедре/институте критерии (признаки) оценивания достижений студентов по дисциплине модуля (табл. 4) в рамках контрольно-оценочных мероприятий на соответствие указанным в табл.1 результатам обучения (индикаторам).

Таблица 4

Критерии оценивания учебных достижений обучающихся

Результаты обучения	Критерии оценивания учебных достижений, обучающихся на соответствие результатам обучения/индикаторам
Знания	Студент демонстрирует знания и понимание в области изучения на уровне указанных индикаторов и необходимые для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Умения	Студент может применять свои знания и понимание в контекстах, представленных в оценочных заданиях, демонстрирует освоение умений на уровне указанных индикаторов и необходимых для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Опыт /владение	Студент демонстрирует опыт в области изучения на уровне указанных индикаторов.
Другие результаты	Студент демонстрирует ответственность в освоении результатов обучения на уровне запланированных индикаторов. Студент способен выносить суждения, делать оценки и формулировать выводы в области изучения. Студент может сообщать преподавателю и коллегам своего уровня собственное понимание и умения в области изучения.

4.2 Для оценивания уровня выполнения критериев (уровня достижений обучающихся при проведении контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля) используется универсальная шкала (табл. 5).

Таблица 5

Шкала оценивания достижения результатов обучения (индикаторов) по уровням

Характеристика уровней достижения результатов обучения (индикаторов)				
№ п/п	Содержание уровня выполнения критерия оценивания результатов обучения (выполненное оценочное задание)	Шкала оценивания		
		Традиционная характеристика уровня		Качественная характеристика уровня
1.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты в полном объеме, замечаний нет	Отлично (80-100 баллов)	Зачтено	Высокий (В)
2.	Результаты обучения (индикаторы) в целом достигнуты, имеются замечания, которые не требуют обязательного устранения	Хорошо (60-79 баллов)		Средний (С)
3.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты не в полной мере, есть замечания	Удовлетворительно (40-59 баллов)		Пороговый (П)
4.	Освоение результатов обучения не соответствует индикаторам, имеются существенные ошибки и замечания, требуется доработка	Неудовлетворительно (менее 40 баллов)	Не зачтено	Недостаточный (Н)

5.	Результат обучения не достигнут, задание не выполнено	Недостаточно свидетельств для оценивания	Нет результата
----	---	--	----------------

5. СОДЕРЖАНИЕ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ МЕРОПРИЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

5.1. Описание аудиторных контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля

5.1.1. Практические/семинарские занятия

Примерный перечень тем

1. Историческое введение и система аксиом ZFC
2. Выражение основных понятий теории множеств в языке, содержащем только один нелогический символ "принадлежит"
3. Ординалы и трансфинитная индукция
4. Кардиналы и мощность
5. Аксиома выбора
6. Арифметика кардиналов
7. Аксиомы регулярности
8. Выражение математических понятий на языке теории множеств

Примерные задания

Понятие множества. Возможность выразить любое математическое понятие в терминах теории множеств. Наивная теория множеств Кантора. Парадоксы теории множеств и пути для разрешения этих парадоксов. Система аксиом Цермело – Френкеля для теории множеств.

Язык теории множеств как язык логики предикатов первого порядка. Расширение языка при помощи введения новых предикатных и функциональных символов. Введение основных символов теории множеств и доказательства корректности их введения на основе системы аксиом ZFC.

Вполне упорядоченные множества. Построение ординалов и натуральных чисел. Теоремы об ординалах. Сложение, умножение и возведение в степень ординалов. Метод доказательства теорем трансфинитной индукцией по ординалам. Метод построения множеств трансфинитной рекурсией по ординалам.

Аксиома степени. Понятие равномощности множества. Теорема Кантора-Шрёдера-Бернштейна. Канторовский диагональный метод. Построение кардиналов. Построение шкалы алефов. Теорема о произведении кардиналов.

Аксиома выбора. Утверждения, эквивалентные аксиоме выбора: лемма Цорна, принцип максимальной Хаусдорфа, лемма Тьюки, принцип вполне-упорядочения и другие. Свойства конечного характера. Следствия из аксиомы выбора.

Операции на кардиналах: сложение, умножение, возведение в степень. Континуум-гипотеза, обобщённая континуум-гипотеза и кардинальные операции на алефах. Понятие конфинальности, регулярные и сингулярные кардиналы. Лемма Кёнига. Шкала бэтов. Недостижимые кардиналы.

Трансфинитная иерархия множеств. Вполне-фундированные множества. Транзитивные множества. Понятие ранга. Как изменяется ранг при теоретико-множественных операциях.

Иерархия множеств при аксиоме регулярности. Наследственно конечные и наследственно счётные множества. Построение моделей для различных подсистем ZFC. Трансфинитные индукция и рекурсия по иерархии всех множеств.

Построение целых, рациональных и вещественных чисел. Множество Лузина, множество Серпинского и множество Бернштейна. Выражение понятий логики на языке теории множеств.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2. Описание внеаудиторных контрольно-оценочных мероприятий и средств текущего контроля по дисциплине модуля

Разноуровневое (дифференцированное) обучение.

Базовый

5.2.1. Контрольная работа

Примерный перечень тем

1. Ординалы и трансфинитная индукция.
2. Аксиома выбора. Арифметика кардиналов. Аксиомы регулярности

Примерные задания

1. Существует ли ординал α , счётная степень которого равна α ?
2. Предложите определение умножения ординалов при помощи трансфинитной индукции и докажьте его эквивалентность стандартному определению умножения ординалов.
3. Докажите, что множество конечно в том и только в том случае, если любое линейное упорядочение на нем является вполне упорядочением.

1. Найдите мощность множества всех

- (а) вещественных функций;
- (б) непрерывных вещественных функций;
- (в) вещественных функций, измеримых по Лебегу.

2. Счётное семейство γ бесконечных подмножеств V таково, что пересечение любого конечного числа элементов γ бесконечно. Всегда ли существует бесконечное подмножество $B \in \gamma$ такое, что B почти содержится в каждом множестве из γ ?

3. Выразите конфинальность $\aleph(x+y)$ через x и y .

LMS-платформа – не предусмотрена

5.2.2. Домашняя работа

Примерный перечень тем

1. Трансфинитная индукция по ординалам.
2. Понятие равномощности множества.
3. Операции на кардиналах: сложение, умножение, возведение в степень.

Примерные задания

1. Коммутативно ли умножение ординалов?
2. Существует ли ординал, квадрат которого равен ему самому?

3. Приведите пример непустого множества, каждый элемент которого является некоторым подмножеством этого множества.

4. Предложите определение умножения ординалов при помощи трансфинитной индукции и докажите его эквивалентность стандартному определению умножения ординалов.

5. Можно ли представить (а) плоскость (б) трёхмерное пространство в виде непересекающихся окружностей?

1. Найдите мощность множества всех счётных последовательностей

(а) натуральных чисел;

(б) вещественных чисел.

2. Найдите супремум мощностей дизъюнктивных семейств

(а) окружностей, лежащих в плоскости;

(б) букв «Т», лежащих в плоскости.

3. Счётное семейство γ бесконечных подмножеств V таково, что пересечение любого конечного числа элементов γ бесконечно. Всегда ли существует бесконечное подмножество B в V такое, что B почти содержится в каждом множестве из γ ?

1. Коммутативно ли умножение кардиналов?

2. Существует ли кардинал κ такой, что $\aleph(\kappa)$ равен κ ?

3. Существует ли кардинал, квадрат которого равен ему самому?

4. Найдите мощность множества всех функций из $\aleph(x)$ в $\aleph(y)$.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.3. Описание контрольно-оценочных мероприятий промежуточного контроля по дисциплине модуля

5.3.1. Зачет

Список примерных вопросов

1. Парадоксы теории множеств и пути для разрешения этих парадоксов.

2. Система аксиом Цермело – Френкеля для теории множеств.

3. Вполне упорядоченные множества.

4. Построение ординалов и натуральных чисел.

5. Сложение, умножение и возведение в степень ординалов.

6. Аксиома степени.

7. Понятие равномощности множества. Теорема Кантора – Шрёдера – Бернштейна.

8. Канторовский диагональный метод.

9. Построение кардиналов.

10. Теорема о произведении кардиналов.

11. Утверждения, эквивалентные аксиоме выбора: лемма Цорна, принцип максимальности Хаусдорфа, лемма Тьюки, принцип вполне-упорядочения и другие.

12. Следствия из аксиомы выбора.

13. Операции на кардиналах: сложение, умножение, возведение в степень.

14. Континуум-гипотеза, обобщённая континуум-гипотеза и кардинальные операции на алефах.

15. Понятие конфинальности, регулярные и сингулярные кардиналы.

16. Лемма Кёнига.

LMS-платформа – не предусмотрена

5.4 Содержание контрольно-оценочных мероприятий по направлениям воспитательной деятельности

Направления воспитательной деятельности сопрягаются со всеми результатами обучения компетенций по образовательной программе, их освоение обеспечивается содержанием всех дисциплин модулей.