

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина»

Институт естественных наук и математики

УТВЕРЖДАЮ

Директор по науке

А.В. Германенко

20 __ г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
ВЕЩЕСТВЕННЫЙ, КОМПЛЕКСНЫЙ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

Перечень сведений о рабочей программе дисциплины	Учетные данные
Программа аспирантуры Вещественный, комплексный и функциональный анализ	Код ПА 1.1.1.
Группа специальностей Математика и механика	Код 1.1.
Федеральные государственные требования (ФГТ)	Приказ Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 20 октября 2021 г. № 951
Самостоятельно утвержденные требования (СУТ)	Приказ «О введении в действие «Требований к разработке и реализации программ подготовки научных и научно-педагогических кадров в аспирантуре УрФУ» №315/03 от 31.03.2022

Екатеринбург
2022 г.

Рабочая программа дисциплины составлена авторами:

№	ФИО	Ученая степень, ученое звание	Должность	Структурное подразделение
1	Арестов Виталий Владимирович	д.ф.-м.н., профессор	профессор	Кафедра математического анализа Института естественных наук и математики
2	Глазырина Полина Юрьевна	к.ф.-м.н., доцент	зав. кафедрой	Кафедра математического анализа Института естественных наук и математики

Рекомендовано:

Учебно-методическим советом института естественных наук и математики

Председатель учебно-методического совета ИЕНиМ
Протокол № 5 от 17.05.2022 г.


Е.С. Буянова

Согласовано:

Начальник ОПНПК


Е.А. Бутрина

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ДИСЦИПЛИНЫ ВЕЩЕСТВЕННЫЙ, КОМПЛЕКСНЫЙ И ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

1.1. Аннотация содержания дисциплины

Специальная дисциплина «Вещественный, комплексный и функциональный анализ» способствует освоению основных профессиональных компетенций и их компонентов и направлена на формирование знаний о современном состоянии и методах исследования базовых разделов вещественного, комплексного и функционального анализа.

В курсе изучаются несколько классических и современных разделов вещественного, комплексного и функционального анализа. Основное внимание уделено следующим темам. Теория меры и интеграла Лебега, которая составляет фундамент современного действительного анализа. Целые функции; этот важный, красивый раздел комплексного анализа недостаточно полно обсуждается в общих и специальных курсах УрФУ. Спектральные разложения как ограниченных, так и неограниченных операторов в гильбертовом пространстве; вопросы расширения симметричных операторов и применение к краевым задачам для обыкновенных дифференциальных уравнений. Линейные операторы в линейных топологических пространствах, основы нелинейного функционального анализа и категорийный (язык категорий и функторов) подход в современной математике, в приложении к функциональному анализу.

1.2. Язык реализации дисциплины - русский

1.3. Планируемые результаты обучения по дисциплине

Дисциплина «Вещественный, комплексный и функциональный анализ» относится к базовой части программы аспирантуры, направлена на подготовку к сдаче кандидатского минимума.

В результате освоения дисциплины аспирант должен:

Знать:

- современное состояние и тенденции развития соответствующих разделов вещественного, комплексного и функционального анализа;
- возможности использования вещественного, комплексного и функционального анализа для математического моделирования как непрерывных, так и дискретных процессов;
- возможности использования этих разделов математики в своей профессиональной деятельности

Уметь:

- оперировать современным аппаратом вещественного, комплексного и функционального анализа;
- проводить научные исследования, используя как классические, так и современные разделы непрерывной математики;
- использовать специализированное программное обеспечение и современные информационные технологии;
- систематизировать полученные теоретические и опытные данные, обобщать полученные знания и представлять полученные результаты в форме научных публикаций

Владеть (демонстрировать навыки и опыт деятельности):

- навыками работы с научной литературой и базами данных с целью определения направления исследования и решения специализированных задач;
- навыками научной коммуникации;
- методами современного вещественного, комплексного и функционального анализа;
- компьютерными технологиями для реализации соответствующих численных алгоритмов исследования сложных проблем анализа

1.4. Объем дисциплины

№ п/п	Виды учебной работы	Объем дисциплины		Распределение объема дисциплины по семестрам (час.)
		Всего часов	В т.ч. контактная работа (час.)*	6
1.	Аудиторные занятия	4	4	4
2.	Лекции	4	4	4
3.	Практические занятия	0	0	0
4.	Самостоятельная работа аспирантов, включая все виды текущей аттестации	104	1	104
5.	Промежуточная аттестация	Экзамен	1	Экзамен, 18
6.	Общий объем по учебному плану, час.	108	5	108
7.	Общий объем по учебному плану, з.е.	3		3

2. СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Код раздела, темы	Раздел, тема дисциплины*	Содержание
1	Вещественный анализ. <i>Лекции 1 час; самостоятельная работа аспиранта, 26 часов.</i>	Мера, лебегово продолжение меры, измеримые функции, интеграл. Неопределенный интеграл Лебега. Теория дифференцирования. Лебеговы пространства L_p . Тригонометрические ряды. Преобразование Фурье из L_1 и L_2 ; равенство Парсеваля.
2	Комплексный анализ. <i>Лекции 1 час; самостоятельная работа аспиранта, 30 часов.</i>	Интегральные представления аналитических функций. Ряды аналитических функций. Особые точки аналитических функций. Вычеты. Целые и мероморфные функции. Конформные отображения. Аналитическое продолжение.
РЗ	Функциональный анализ. <i>Лекции 2 часа; самостоятельная работа аспиранта, 30 часов.</i>	Метрические и топологические пространства. Нормированные и топологические векторные пространства. Линейные функционалы и линейные операторы. Гильбертовы пространства. Спектральная теория самосопряженных операторов. Обобщенные

		функции. Основы нелинейного функционального анализа. Категорийный подход в функциональном анализе.
--	--	--

3. ОРГАНИЗАЦИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ, САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

3.1. Практические занятия

не предусмотрено

3.2. Примерная тематика самостоятельной работы

3.2.1. Примерный перечень тем рефератов (эссе, творческих работ)

не предусмотрено

3.2.2. Примерная тематика *индивидуальных* или *групповых* проектов

не предусмотрено

4. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

4.1. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ МЕРОПРИЯТИЙ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Применяются утвержденные на кафедре критерии оценивания достижений аспирантов по каждому контрольно-оценочному мероприятию. Система критериев оценивания опирается на три уровня освоения компонентов компетенций: пороговый, повышенный, высокий.

Компоненты компетенций	Признаки уровня освоения компонентов компетенций		
	пороговый	повышенный	высокий
Знания	Аспирант демонстрирует знание-знакомство, знание-копию: узнает объекты, явления и понятия, находит в них различия, проявляет знание источников получения информации, может осуществлять самостоятельно репродуктивные действия над знаниями путем самостоятельного воспроизведения и применения информации.	Аспирант демонстрирует аналитические знания: уверенно воспроизводит и понимает полученные знания, относит их к той или иной классификационной группе, самостоятельно систематизирует их, устанавливает взаимосвязи между ними, продуктивно применяет в знакомых ситуациях.	Аспирант может самостоятельно извлекать новые знания из окружающего мира, творчески их использовать для принятия решений в новых и нестандартных ситуациях.
Умения	Аспирант умеет корректно выполнять предписанные действия по инструкции, алгоритму в известной ситуации, самостоятельно выполняет действия по	Аспирант умеет самостоятельно выполнять действия (приемы, операции) по решению нестандартных задач, требующих	Аспирант умеет самостоятельно выполнять действия, связанные с решением исследовательских задач, демонстрирует

	решению типовых задач, требующих выбора из числа известных методов, в предсказуемо изменяющейся ситуации	выбора на основе комбинации известных методов, в непредсказуемо изменяющейся ситуации	творческое использование умений (технологий)
Личностные качества	Аспирант имеет низкую мотивацию учебной деятельности, проявляет безразличное, безответственное отношение к учебе, порученному делу	Аспирант имеет выраженную мотивацию учебной деятельности, демонстрирует позитивное отношение к обучению и будущей трудовой деятельности, проявляет активность.	Аспирант имеет развитую мотивацию учебной и трудовой деятельности, проявляет настойчивость и увлеченность, трудолюбие, самостоятельность, творческий подход.

4.2. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

[Выбрать из списка, либо дополнить наименования оценочных средств]

4.2.1. Перечень примерных вопросов для зачета

не предусмотрено

4.2.2. Перечень примерных вопросов для экзамена

Кольца, полукольца и алгебры множеств. Мера и внешняя мера. Продолжение меры с полкольца на σ -кольцо. Единственность продолжения.

Меры Стильтьеса и Лебега–Стильтьеса на \mathbf{R}^m , $m \geq 1$.

Измеримые (вещественные) функции. Теоремы Лебега, Рисса, Егорова.

Интегрирование измеримых функций. Теоремы Лебега, Леви и Фату о предельном переходе под знаком интеграла.

Произведение мер. Теорема Фубини.

Обобщенные меры ((вещественные) заряды). Теорема Радона–Никодима. Теорема Лебега о разложении заряда на абсолютно-непрерывную и сингулярную части. Производная заряда относительно меры; замена переменных в интегралах по мере.

Пространства $L^p = L^p(X, \mathbf{S}, d\mu)$. Плотность подмножества простых функций в L^p . Полнота L^p . Сопряженное пространство к L^p при $1 \leq p < \infty$.

Рост целой функции. Порядок и тип. Теорема Вейерштрасса о целых функциях с заданными нулями; разложение целой функции в бесконечное произведение.

Целые функции конечного порядка, теорема Адамара.

Теорема Миттаг-Леффлера о мероморфных функциях с заданными полюсами и главными частями.

Основные и обобщенные функции. Дифференцирование обобщенных функций.

Прямое произведение и свертка обобщенных функций.

Обобщенные функции медленного роста.

Преобразование Фурье обобщенных функций медленного роста.

Общий вид линейных ограниченных операторов, инвариантных относительно сдвига, в пространствах L^p на \mathbf{R}^m , $m \geq 1$.

Неограниченные линейные операторы в банаховом пространстве. Замыкание оператора. Примеры неограниченных операторов.

Некоторые теоремы вложения функциональных пространств. Симметрические операторы в гильбертовом пространстве

Регулярные точки, точки спектра и собственные значения ограниченных и неограниченных линейных операторов A в банаховом пространстве. Сопряженные операторы и их свойства.

Характеристика самосопряженности оператора A в терминах билинейной формы (Ax, y) и квадратичной формы (Ax, x) . Нормы билинейной и квадратичной форм; их связь с нормой оператора. Нижняя и верхняя грани оператора.

Неотрицательные операторы; частичный порядок на классе самосопряженных ограниченных операторов, свойства частичного порядка. Теорема о поточечной сходимости монотонной ограниченной последовательности самосопряженных ограниченных операторов. Теорема об "арифметическом" квадратном корне из положительного оператора.

Проекционные операторы на гильбертовом пространстве. Операторы ортогонального проектирования на подпространство гильбертова пространства. Проекционные операторы, их характеристики в терминах операторов ортогонального проектирования. Ортогональные проекционные операторы. Произведение и сумма проекционных операторов. Эквивалентные характеристики условия $P_1 < P_2$ для проекционных операторов.

Полиномы от самосопряженных операторов. Свойства однородности, аддитивности, мультипликативности, монотонности (по полиномам). Аппроксимация (поточечная) полунепрерывных сверху функций на конечном отрезке монотонно убывающими последовательностями полиномов. Функция от операторов.

Спектральная функция ограниченного самосопряженного оператора; ее свойства .

Функции от самосопряженного оператора. Характеристика спектра в терминах спектральной функции.

Теория расширений симметрического оператора. Индексы дефекта

Расширения симметричных операторов, порождённых краевыми задачами для обыкновенных дифференциальных уравнений. Максимальные операторы.

Нелинейные уравнения в банаховых пространствах и методы их решения. Принцип неподвижной точки. Бесконечномерные экстремальные задачи. Применение дифференциального исчисления для решения нелинейных уравнений и задач бесконечно мерной оптимизации (принципы Ферма и Лагранжа)

Понятие категории и функторов, основные категории и функторы функционального анализа.

5. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

5.1.Рекомендуемая литература

5.1.1. Основная литература

1. Колмогоров А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа [Электронный ресурс] М. : Физматлит, 2009. 292 с. <URL: <http://www.biblioclub.ru/book/82563/>>.
2. Маркушевич А.И. Теория аналитических функций : учебник СПб. [и др.] : Лань, 2009.
3. Люстерник Л.А., Соболев В. И. Краткий курс функционального анализа. СПб. [и др.] : Лань, 2009. 271 с.
4. Рисс Ф., Надь Б.С. Лекции по функциональному анализу. М.: ИЛ, 1954.
5. Арестов В.В., Глазырина П.Ю. Введение в теорию функций действительного переменного.

Мера и интеграл Лебега на прямой : учеб. пособие для вузов. Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2011. 164 с.

6. Арестов В.В., Глазырина П.Ю. Дифференциальные свойства функций одного действительного переменного : учебное пособие. Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2013. 133 с.
7. Данилин А.Р. Функциональный анализ для магистрантов : учебное пособие. Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2013. 187 с.

5.1.2. Дополнительная литература

1. Халмош П.Р. Теория меры. М.: ИЛ, 1953.
2. Богачев В. И. Основы теории меры. В двух томах. М. ; Ижевск : Институт компьютерных исследований : НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2006. 2006.
3. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. 572 с. (а также все издания с 1989 г.).
4. Лозв М. Теория вероятностей. М.: ИЛ, 1962.
5. Данфорд Н., Шварц Дж. Т. Линейные операторы. Общая теория. М.: Мир. 1966.
6. Абанин А.В., Калинин Л.И. Целые функции. – Учебное пособие. – Ростов на Дону: ЮФУ, 2007. (http://sfedu.ru/www/umr.umr_download?p_umr_id=16990).
7. Ахиезер Н.И. Лекции по теории аппроксимации. - М.: Наука, Гл. ред. физ-мат. лит., 1965.
8. Поля Г. Сега Г. Задачи и теоремы из анализа. (в 2-х томах) Пер. с нем. - 3-е изд., М.: Наука, Гл. ред. физ-мат. лит., 1978.
9. Левин Б.Я. Целые функции. М.: МГУ, Мех-мат. факультет, Курс лекций, 1971.
10. Levin В. Ya. Lectures on Entire Functions (Translations of mathematical monographs), American Mathematical Society. 1996.
11. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа. М.: Высш. школа, 1982.
12. Рисс Ф., Надь Б.С. Лекции по функциональному анализу. М.: ИЛ, 1954.
13. Смирнов В.И. Курс высшей математики. Том V. М.: Физматгиз, 1959.
14. Стейн И., Вейс Г. Введение в гармонический анализ на евклидовых пространствах. М.: Мир, 1974.
15. Наймарк М.А. Спектральная теория дифференциальных операторов. М.: Наука, 1969.
16. Хелемский А.Я. Лекции по функциональному анализу. М.: МНЦМО, 2004.
17. Банах С. Теория линейных операций. М. ; Ижевск : РХД, 2001. 272 с
18. Евграфов М.А. Асимптотические оценки и целые функции. М.: Наука, 1979.
19. Ибрагимов И.И. Методы интерполяции функций и некоторые их применения. М.: Наука, 1971.
20. Левин Б.Я. Распределение корней целых функций. М.: Гостехиздат, 1956.
21. Левин Б.Я. Дополнения и исправления к книге «Распределение корней целых функций» // Препринт ФТИНТ АН УССР. 1978. 60 с.
22. Леонтьев А.Ф. Целые функции. Ряды экспонент. М.: Наука, 1983.
23. Маркушевич А. И., Целые функции, М., 1965.
24. Гольдберг А.А., Левин Б.Я., Островский И.В. Целые и мероморфные функции // Итоги науки и техники. Современные проблемы математики. Фундаментальные направления. Т.85. М.:ВИНИТИ, 1991. С.5-381.

5.2. Методические разработки

Не используются

5.3. Программное обеспечение

1. Microsoft office (Word, Excel, Power point);
2. Adobe Reader X
3. ChemOffice 2010
4. Isis Draw (Version 2.5)
5. Mercury (Version 2.4.5)

6. AutoDock (Version 1.5)
7. MestReNova (Version 6.0.2)
8. Open Babel (Version 2.3.1)
9. Avogadro (Version 1.0.3)
10. RasMol (Version 2.7.5.2)
11. Jmol (Version 12.0.45)
12. MiKTeX (<https://miktex.org>)

5.4. Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. ScienceDirect: <http://www.sciencedirect.com>;
2. Web of Science: <http://apps.webofknowledge.com>;
3. Scopus: <http://www.scopus.com>;
4. Reaxys: <http://reaxys.com>;
5. SciFinder <https://scifinder.cas.org>
6. Espacenet <https://ru.espacenet.com>
7. РИНЦ <https://www.elibrary.ru>
8. Поисковая система EBSCO Discovery Service <http://lib.urfu.ru/course/view.php?id=141>;
9. Федеральный институт промышленной собственности <http://www1.fips.ru>;

5.5. Электронные образовательные ресурсы

1. Зональная научная библиотека <http://lib.urfu.ru>;
2. Каталоги библиотеки <http://lib.urfu.ru/course/view.php?id=76>;
3. Электронный каталог <http://opac.urfu.ru>;
4. Электронно-библиотечные системы <http://lib.urfu.ru/mod/resource/view.php?id=2330>;
5. Электронные ресурсы свободного доступа <http://lib.urfu.ru/course/view.php?id=75>;
6. Электронные ресурсы по подписке <http://lib.urfu.ru/mod/data/view.php?id=1379>.

6. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Сведения об оснащённости дисциплины специализированным и лабораторным оборудованием

Уральский федеральный университет имеет специальные помещения для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, а также помещения для самостоятельной работы и помещения для хранения и профилактического обслуживания оборудования. Специальные помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления информации большой аудитории.

Уральский федеральный университет имеет материально-техническое обеспечение, необходимое для реализации программы аспирантуры, обеспечения дисциплин (модулей), научно-исследовательской работы и практик, в соответствии с требованиями к материально-техническому и учебно-методическому обеспечению направленности программы.