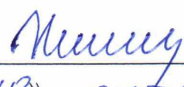


Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина»

УТВЕРЖДАЮ
Директор по образовательной
деятельности


С.Т. Князев
«10» октября 2022

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА МОДУЛЯ



Код модуля	Модуль
1155849	Векторный анализ

Екатеринбург

2022

Перечень сведений о рабочей программе модуля	Учетные данные
Образовательная программа Алгоритмы искусственного интеллекта	Код ОП 09.03.01
Направление подготовки Информатика и вычислительная техника	Код направления и уровня подготовки 09.03.01

Области образования, в рамках которых реализуется модуль образовательной программы по СУОС УрФУ :

№ п/п	Перечень областей образования, для которых разработан СУОС УрФУ	Уровень подготовки
1.	Инженерное дело, технологии и технические науки	бакалавриат

Программа модуля составлена авторами:

№ п/п	Фамилия Имя Отчество	Ученая степень, ученое звание	Должность	Подразделение
1	Белоусова Вероника Игоревна	к.ф.-м.н.	доцент	ДИТиА
2	Ермакова Галина Михайловна	к.ф.-м.н.	доцент	ДИТиА

1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА МОДУЛЯ Векторный анализ

1.1. Аннотация содержания модуля

Целью модуля «Векторный анализ» является изложение основных идей теории комплексных чисел, многочленов и теории линейных пространств, методов, которые широко применяются как в фундаментальных исследованиях, так и при решении различных задач прикладного характера. Данный модуль охватывает такие разделы как алгебраические структуры (понятие алгебраической структуры, понятие группы, кольца, поля), комплексные числа, многочлены, линейные пространства (аксиомы линейного пространства над полем, линейная зависимость (независимость) системы векторов, базис и размерность линейного пространства, евклидовы и унитарные пространства), теорию интегрального исчисления функции нескольких переменных и теорию поля.

1.2. Структура и объем модуля

Таблица 1

№	Перечень дисциплин модуля в последовательности их освоения	Объем дисциплин модуля и всего модуля в зачетных единицах
1	Векторный анализ	6
ИТОГО по модулю:		6

1.3. Последовательность освоения модуля в образовательной программе

Пререквизиты модуля	1. Научно-фундаментальные основы профессиональной деятельности
Постреквизиты и кореквизиты модуля	1. Теория вероятностей и математическая статистика 2. Дискретная математика и математическая логика

1.4. Распределение компетенций по дисциплинам модуля, планируемые результаты обучения (индикаторы) по модулю

Таблица 2

Перечень дисциплин модуля	Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы)
1	2	3
Векторный анализ	ОПК-2 - Способен формализовывать и решать задачи,	ОПК-2. 3-1. Привести примеры использования методов моделирования и математического анализа в решении задач,

	<p>относящиеся к профессиональной деятельности, используя методы моделирования и математического анализа</p>	<p>относящихся к профессиональной деятельности</p> <p>ОПК-2. У-1. Обоснованно выбрать возможные методы моделирования и математического анализа для предложенных задач профессиональной деятельности</p> <p>ОПК-2. П-1. Решать поставленные задачи, относящиеся к области профессиональной деятельности, используя освоенные за время обучения пакеты прикладных программ для моделирования и математического анализа</p> <p>ОПК-2. Д-1. Способность к самообразованию, к самостоятельному освоению новых методов математического анализа и моделирования</p>
--	--	--

1.5. Форма обучения

Обучение по дисциплинам модуля может осуществляться в очной форме.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Векторный анализ

Рабочая программа дисциплины составлена авторами:

№ п/п	Фамилия Имя Отчество	Ученая степень, ученое звание	Должность	Подразделение
1	Белоусова Вероника Игоревна	к.ф.-м.н.	доцент	ДИТиА
2	Ермакова Галина Михайловна	к.ф.-м.н.	доцент	ДИТиА

1. СОДЕРЖАНИЕ И ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ

1.1. Технологии реализации, используемые при изучении дисциплины модуля

- Традиционная (репродуктивная) технология
- Разноуровневое (дифференцированное) обучение
 - Базовый уровень

**Базовый I уровень – сохраняет логику самой науки и позволяет получить упрощенное, но верное и полное представление о предмете дисциплины, требует знание системы понятий, умение решать проблемные ситуации. Освоение данного уровня результатов обучения должно обеспечить формирование запланированных компетенций и позволит обучающемуся на минимальном уровне самостоятельности и ответственности выполнять задания; Продвинутый II уровень – углубляет и обогащает базовый уровень как по содержанию, так и по глубине проработки материала дисциплины. Это происходит за счет включения дополнительной информации. Данный уровень требует умения решать проблемы в рамках курса и смежных курсов посредством самостоятельной постановки цели и выбора программы действий. Освоение данного уровня результатов обучения позволит обучающемуся повысить уровень самостоятельности и ответственности до творческого применения знаний и умений.*

1.2. Содержание дисциплины

Таблица 1.1

Код раздела, темы	Раздел, тема дисциплины*	Содержание
P1. T1	Алгебраические структуры. Поле комплексных чисел.	Понятие алгебраической структуры, понятие группы, кольца, поля. Поле комплексных чисел. Комплексные числа. Три формы записи комплексных чисел, операции над комплексными числами, свойства операций. Задание линий и областей с помощью комплекснозначной переменной
P1. T1	Линейные пространства. Линейная зависимость.	Понятие (аксиомы) линейного пространства над полем. Понятие подпространства. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость (независимость) системы векторов. Базис и размерность л.п. Координаты вектора. Матрица перехода от одного базиса к другому. Связь координат вектора в разных базисах
P2. T1	Линейные пространства. Линейная зависимость.	Понятие (аксиомы) линейного пространства над полем. Понятие подпространства. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость (независимость) системы векторов. Базис и размерность л.п. Координаты вектора. Матрица перехода от одного базиса к другому. Связь координат вектора в разных базисах
P2. T2	Линейные пространства. Ранг матрицы	Ранг системы векторов. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли о совместности систем линейных уравнений (СЛУ). Однородные системы линейных уравнений. Пространство решений однородной СЛУ. Размерность пространства решений. Фундаментальная система решений
P2. T3	Линейные пространства. Евклидовы пространства	Аксиоматическое определение скалярного произведения векторов. Евклидовы пространства. Связь евклидовых пространств с нормированными и метрическими

		пространствами. Неравенство Коши-Буняковского. Ортогональный и ортонормированный базисы евклидова пространства. Процесс ортогонализации векторов Грама-Шмидта. Матрица Грама. Ортогональное дополнение подпространства в евклидовом пространстве. Ортогональная проекция и ортогональная составляющая вектора на подпространство. Расстояние от вектора до подпространства. Унитарные (эрмитовы) пространства.
Р3. Т1	Линейный оператор векторного пространства. Матрица линейного оператора.	Линейный оператор векторного (линейного) пространства. Матрица линейного оператора. Связь между матрицами линейного оператора в разных базисах. Образ и ядро, ранг и дефект линейного оператора.
Р3. Т2	Линейный оператор векторного пространства. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.	Алгебра линейных операторов. Обратимый линейный оператор. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Характеристический многочлен оператора.
Р3. Т3	Линейный оператор векторного пространства. Оператор простой структуры.	Критерий диагонализуемости. Оператор простой структуры. Жорданова нормальная форма (ЖНФ).
Р4.	Квадратичные формы	Квадратичные формы в аффинном пространстве. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
Р5. Т1	Интегралы по фигуре. Криволинейные интегралы 1-го рода.	Понятие фигуры и интеграла по фигуре. Свойства интегралов по фигуре. Криволинейные интегралы 1-го рода.
Р5. Т2	Интегралы по фигуре. Двойные интегралы. Тройные интегралы. Поверхностные интегралы 1-го рода	Двойные интегралы. Тройные интегралы. Поверхностные интегралы 1-го рода
Р6. Т1	Теория поля. Поток векторного поля.	Скалярные и векторные поля. Поток векторного поля.
Р6. Т2	Теория поля. Дивергенция и ротор.	Линейный интеграл. Дивергенция. Формулы Остроградского – Гаусса, Грина и Стокса. Ротор. Потенциальные и соленоидальные поля и их свойства. Оператор Гамильтона

1.3. Направление, виды воспитательной деятельности и используемые технологии

Таблица 1.2

Направление воспитательной деятельности	Вид воспитательной деятельности	Технология воспитательной деятельности	Компетенция	Результаты обучения
Профессиональное воспитание	целенаправленная работа с информацией для использования в	Технология анализа образовательных задач	ОПК-2 - Способен формализовывать и решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности,	ОПК-2. Д-1 - Способность к самообразованию, к самостоятельному освоению новых

	практических целях		используя методы моделирования и математического анализа	методов математического анализа и моделирования
--	-----------------------	--	---	--

1.4. Программа дисциплины реализуется на государственном языке Российской Федерации .

1. 2. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

2. Векторный анализ

Электронные ресурсы (издания)

1. Борисенко, А. И.; Векторный анализ и начала тензорного исчисления; Высшая школа, Москва; 1966; <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=495787> (Электронное издание)
2. Валентинер, С., С., Пономарев, А. А.; Векторный анализ; Наука и жизнь, Берлин|Рига; 1923; <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=117221> (Электронное издание)
3. ; Векторный и тензорный анализ: курс лекций : учебное пособие.; СКФУ, Ставрополь; 2018; <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=562699> (Электронное издание)
4. Карлан, И. А.; Практические занятия по высшей математике 5. Численное решение алгебраических и трансцендентных уравнений, матричное исчисление, векторный анализ и интегрирование линейных дифференциальных уравнений первого порядка с частными производными; Издательство Харьковского университета, Харьков; 1972; <http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=459746> (Электронное издание)

Печатные издания

1. , Веретенников, Б. М.; Ч. 1 : учебное пособие для студентов инженерных направлений и специальностей УрФУ.; Издательство Уральского университета, Екатеринбург; 2016 (10 экз.)
2. ; Ч. 2 : учебное пособие для студентов инженерных направлений и специальностей УрФУ.; Издательство Уральского университета, Екатеринбург; 2017 (1 экз.)
3. Берман, Г. В.; Сборник задач по курсу математического анализа : учеб. пособие.; Профессия, Санкт-Петербург; 2008 (4 экз.)
4. Краснов, М. Л., Киселев, А. И., Макаренко, Г. И.; Векторный анализ. Задачи и примеры с подробными решениями : учебное пособие для вузов.; Эдиториал УРСС, Москва; 2002 (10 экз.)
5. Письменный, Д. Т.; Конспект лекций по высшей математике. Полный курс; Айрис-пресс, Москва; 2009 (13 экз.)

Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы

1. eLIBRARY.ru
2. БД East View

Материалы для лиц с ОВЗ

Весь контент ЭБС представлен в виде файлов специального формата для воспроизведения синтезатором речи, а также в тестовом виде, пригодном для прочтения с использованием экранной лупы и настройкой контрастности.

1. ЭБС "Лань". Издательство "Лань". <http://e.lanbook.com/>

Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

1. Портал информационно-образовательных ресурсов УрФУ, <http://study.urfu.ru/>
2. Электронный научный архив УрФУ, <https://elar.urfu.ru>
3. Свободная энциклопедия Википедия, <https://ru.wikipedia.org>
4. Государственная публичная научно-техническая библиотека, <http://www.gpntb.ru>
5. Российская национальная библиотека, <http://www.rsl.ru>
6. Библиотека нормативно-технической литературы, <http://www.tehlit.ru>
7. Электронная библиотека нормативно-технической документации, <http://www.technormativ.ru>
8. Электронный каталог Зональной научной библиотеки УрФУ, <http://opac.urfu.ru/>
9. Библиотека В. Г. Белинского, <http://book.uraic.ru>

3. 3. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4. Векторный анализ

Сведения об оснащённости дисциплины специализированным и лабораторным оборудованием и программным обеспечением

Таблица 3.1

№ п/п	Виды занятий	Оснащённость специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения
1	Лекции	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная Оборудование, соответствующее требованиям организации учебного процесса в соответствии с санитарными правилами и нормами Подключение к сети Интернет	Office Professional 2003 Win32 Russian CD-ROM
2	Практические занятия	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя	Microsoft Windows 8.1 Pro 64-bit RUS OLP NL Acdmc

		<p>Доска аудиторная</p> <p>Оборудование, соответствующее требованиям организации учебного процесса в соответствии с санитарными правилами и нормами</p> <p>Подключение к сети Интернет</p>	
3	Консультации	<p>Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов</p> <p>Рабочее место преподавателя</p> <p>Доска аудиторная</p> <p>Оборудование, соответствующее требованиям организации учебного процесса в соответствии с санитарными правилами и нормами</p> <p>Подключение к сети Интернет</p>	<p>Microsoft Windows 8.1 Pro 64-bit RUS OLP NL Acdmc</p> <p>Office Professional 2003 Win32 Russian CD-ROM</p>
4	Текущий контроль и промежуточная аттестация	<p>Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов</p> <p>Рабочее место преподавателя</p> <p>Оборудование, соответствующее требованиям организации учебного процесса в соответствии с санитарными правилами и нормами</p> <p>Подключение к сети Интернет</p>	<p>Microsoft Windows 8.1 Pro 64-bit RUS OLP NL Acdmc</p> <p>Office Professional 2003 Win32 Russian CD-ROM</p>

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ
ПО ДИСЦИПЛИНЕ
Векторный анализ**

Оценочные материалы составлены автором(ами):

№ п/п	Фамилия Имя Отчество	Ученая степень, ученое звание	Должность	Подразделение
1	Белоусова Вероника Игоревна	к.ф.-м.н.	доцент	ДИТиА
2	Ермакова Галина Михайловна	к.ф.-м.н.	доцент	ДИТиА

1. СТРУКТУРА И ОБЪЕМ ДИСЦИПЛИНЫ Векторный анализ

1.	• Объем дисциплины в зачетных единицах	• 6	
2.	• Виды аудиторных занятий	Лекции Практические занятия	
3.	• Промежуточная аттестация	Экзамен	
4.	• Текущая аттестация	Домашняя работа	2

2. ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ (ИНДИКАТОРЫ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ Векторный анализ

Индикатор – это признак / сигнал/ маркер, который показывает, на каком уровне обучающийся должен освоить результаты обучения и их предъявление должно подтвердить факт освоения предметного содержания данной дисциплины, указанного в табл. 1.3 РПМ-РПД.

Таблица 1.1

Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы)	Контрольно-оценочные средства для оценивания достижения результата обучения по дисциплине
1	2	3
ОПК-2 - Способен формализовывать и решать задачи, относящиеся к профессиональной деятельности, используя методы моделирования и математического анализа	ОПК-2. 3-1. Привести примеры использования методов моделирования и математического анализа в решении задач, относящихся к профессиональной деятельности ОПК-2. У-1. Обоснованно выбрать возможные методы моделирования и математического анализа для предложенных задач профессиональной деятельности ОПК-2. П-1. Решать поставленные задачи, относящиеся к области профессиональной деятельности, используя освоенные за время обучения пакеты прикладных программ для моделирования и математического анализа ОПК-2. Д-1. Способность к самообразованию,	Домашняя работа №1 Домашняя работа №2 Практические занятия Лекции Экзамен

	самостоятельному освоению новых методов математического анализа и моделирования	
--	--	--

3. ПРОЦЕДУРЫ КОНТРОЛЯ И ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ В РАМКАХ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ В БАЛЬНО-РЕЙТИНГОВОЙ СИСТЕМЕ (ТЕХНОЛОГИЧЕСКАЯ КАРТА БРС)

3.1. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

1. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – 0.5		
Текущая аттестация на лекциях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>домашняя работа №1</i>	2,8	50
<i>домашняя работа №2</i>	2, 16	50
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – 0.5		
Промежуточная аттестация по лекциям – экзамен		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – 0.5		
2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – 0.5		
Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
<i>выполнение практических работ</i>	2,16	100
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям– 1		
Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям–нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям– не предусмотрено		
3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий – не предусмотрено		
Текущая аттестация на лабораторных занятиях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лабораторным занятиям		
Промежуточная аттестация по лабораторным занятиям –нет		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лабораторным занятиям – не предусмотрено		

3.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы/проекта

Текущая аттестация выполнения курсовой работы/проекта	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Весовой коэффициент текущей аттестации выполнения курсовой работы/проекта– не предусмотрено		
Весовой коэффициент промежуточной аттестации выполнения курсовой работы/проекта– защиты – не предусмотрено		

4. КРИТЕРИИ И УРОВНИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

4.1. В рамках БРС применяются утвержденные на кафедре/институте критерии (признаки) оценивания достижений студентов по дисциплине модуля (табл. 4) в рамках контрольно-оценочных мероприятий на соответствие указанным в табл.1 результатам обучения (индикаторам).

Таблица 4

Критерии оценивания учебных достижений обучающихся

Результаты обучения	Критерии оценивания учебных достижений, обучающихся на соответствие результатам обучения/индикаторам
Знания	Студент демонстрирует знания и понимание в области изучения на уровне указанных индикаторов и необходимые для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Умения	Студент может применять свои знания и понимание в контекстах, представленных в оценочных заданиях, демонстрирует освоение умений на уровне указанных индикаторов и необходимых для продолжения обучения и/или выполнения трудовых функций и действий, связанных с профессиональной деятельностью.
Опыт /владение	Студент демонстрирует опыт в области изучения на уровне указанных индикаторов.
Другие результаты	Студент демонстрирует ответственность в освоении результатов обучения на уровне запланированных индикаторов. Студент способен выносить суждения, делать оценки и формулировать выводы в области изучения. Студент может сообщать преподавателю и коллегам своего уровня собственное понимание и умения в области изучения.

4.2 Для оценивания уровня выполнения критериев (уровня достижений обучающихся при проведении контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля) используется универсальная шкала (табл. 5).

Таблица 5

Шкала оценивания достижения результатов обучения (индикаторов) по уровням

Характеристика уровней достижения результатов обучения (индикаторов)	
	Шкала оценивания

№ п/п	Содержание уровня выполнения критерия оценивания результатов обучения (выполненное оценочное задание)	Традиционная характеристика уровня		Качественная характеристика уровня
1.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты в полном объеме, замечаний нет	Отлично (80-100 баллов)	Зачтено	Высокий (В)
2.	Результаты обучения (индикаторы) в целом достигнуты, имеются замечания, которые не требуют обязательного устранения	Хорошо (60-79 баллов)		Средний (С)
3.	Результаты обучения (индикаторы) достигнуты не в полной мере, есть замечания	Удовлетворительно (40-59 баллов)		Пороговый (П)
4.	Освоение результатов обучения не соответствует индикаторам, имеются существенные ошибки и замечания, требуется доработка	Неудовлетворитель но (менее 40 баллов)	Не зачтено	Недостаточный (Н)
5.	Результат обучения не достигнут, задание не выполнено	Недостаточно свидетельств для оценивания		Нет результата

5. СОДЕРЖАНИЕ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ МЕРОПРИЯТИЙ ПО ДИСЦИПЛИНЕ МОДУЛЯ

5.1. Описание аудиторных контрольно-оценочных мероприятий по дисциплине модуля

5.1.1. Лекции

Самостоятельное изучение теоретического материала по темам/разделам лекций в соответствии с содержанием дисциплины (п. 1.2. РПД)

5.1.2. Практические занятия

Примерный перечень тем

2. Понятие алгебраической структуры, понятие группы, кольца, поля. Поле комплексных чисел.
3. Комплексные числа. Три формы записи комплексных чисел, операции над комплексными числами, свойства операций. Задание линий и областей с помощью комплекснозначной переменной.
4. Многочлены (Кольцо многочленов. Алгоритм деления многочленов с остатком, теорема Безу. Теорема Гаусса, разложение на множители многочлена над полем действительных чисел и над полем комплексных чисел.)
5. Понятие (аксиомы) линейного пространства над полем. Понятие подпространства. Линейная комбинация векторов. Линейная зависимость (независимость) системы векторов.
6. Базис и размерность л.п. Координаты вектора. Матрица перехода от одного базиса к другому. Связь координат вектора в разных базисах.
7. Ранг системы векторов. Ранг матрицы. Теорема Кронекера-Капелли о совместности систем линейных уравнений (СЛУ). Однородные системы линейных уравнений. Пространство

- решений однородной СЛУ. Размерность пространства решений. Фундаментальная система решений.
8. Аксиоматическое определение скалярного произведения векторов. Евклидовы пространства. Связь евклидовых пространств с нормированными и метрическими пространствами. Неравенство Коши-Буняковского. Ортогональный и ортонормированный базисы евклидова пространства. Процесс ортогонализации векторов Грама-Шмидта. Матрица Грама. Ортогональное дополнение подпространства в евклидовом пространстве. Ортогональная проекция и ортогональная составляющая вектора на подпространство. Расстояние от вектора до подпространства. Унитарные (эрмитовы) пространства.
 9. Линейный оператор векторного (линейного) пространства. Матрица линейного оператора. Связь между матрицами линейного оператора в разных базисах.
 10. Образ и ядро, ранг и дефект линейного оператора.
 11. Алгебра линейных операторов. Обратимый линейный оператор.
 12. Инвариантные подпространства. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Характеристический многочлен оператора.
 13. Критерий диагонализуемости. Оператор простой структуры. Жорданова нормальная форма (ЖНФ).
 14. Квадратичные формы в аффинном пространстве. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
 15. Понятие фигуры и интеграла по фигуре. Свойства интегралов по фигуре. Криволинейные интегралы 1-го рода.
 16. Двойные интегралы.
 17. Тройные интегралы.
 18. Поверхностные интегралы 1-го рода
 19. Скалярные и векторные поля. Поток векторного поля.
 20. Линейный интеграл. Дивергенция.
 21. Формулы Остроградского – Гаусса, Грина и Стокса. Ротор.
 22. Потенциальные и соленоидальные поля и их свойства. Оператор Гамильтона

5.2. Описание внеаудиторных контрольно-оценочных мероприятий и средств текущего контроля по дисциплине модуля

Разноуровневое (дифференцированное) обучение.

Базовый

5.2.1. Домашняя работа №1

1. Представить в тригонометрической форме числа:
 - 1) $2 - 2j$;
 - 2) -1 ;
 - 3) $\frac{\pi}{4}$;
 - 4) $-1 - j\sqrt{3}$;
 - 5) $-2 + 5j$.

$$\begin{cases} (2-j)x + (3+2j)y = 3-6j \\ (1-j)x - (2+j)y = -1 \end{cases}$$

2. Решить систему:

3. Выполнить указанные действия:

1) $\left(\frac{1+j}{4}\right)^7$; 2) $(1+j\sqrt{3})^6$; 3) $f(z) = (z-1)^5 + \frac{1}{z-3}$. Найти $f(1+2j)$.

4. Найти и изобразить на комплексной плоскости все значения следующих

корней: 1) $\sqrt[12]{1+j}$; 2) $\sqrt[4]{-1}$; 3) $\sqrt[3]{8}$; 4) $\sqrt{8-6j}$; 5) $\sqrt{\frac{\sqrt{3}+j}{1-j}}$.

5. Решить квадратное уравнение: $z^2 + (1-2j)z - 2j = 0$.

Корни уравнения записать во всех известных формах и изобразить геометрически.

6. Построить множества точек, удовлетворяющих указанным соотношениям: 1)

$|z-3j| \geq 3$;

2) $\operatorname{Re} z + \operatorname{Im} z = 1$;

3) $|z-2j| + |z+2j| = 8$; 4) $|z-2j| = |z+2j|$.

5.2.2. Домашняя работа №2

$$\varphi(x) = \frac{x^2}{y} + \frac{y^2}{z} + \frac{z^2}{x} - x^2yz$$

1. Найти производную поля в точке $A(1, 2, 1)$ в направлении, образующем равные острые углы с осями координат.

$$v(x, y, z) = \frac{x^3}{2} + 6y^3 + 3\sqrt{6}z^3$$

2. Найти угол между градиентами скалярных полей

$$u(x, y, z) = \frac{x^2}{yz^2} \quad \text{в точке} \quad M\left(\sqrt{2}, \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{1}{\sqrt{3}}\right)$$

$$\vec{a} = \left(2xyz + z^2 - \frac{z}{x^2}\right) \cdot \vec{i} + (x^2z - 1) \cdot \vec{j} + \left(x^2y + 2xz + \frac{1}{x}\right) \cdot \vec{k}$$

3. Показать, что поле вектора потенциально, найти потенциал поля.

4. Найти векторные линии поля градиентов функции $\varphi(x, y, z) = y^2 + xz + x - z$.

5. Вычислить работу силы $\vec{F} = (yz - x^2) \cdot \vec{i} + (xz - y^2) \cdot \vec{j} + (xy - z^2) \cdot \vec{k}$ при перемещении по линии

$$\begin{cases} \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{16} = 1, \\ z = 1 \end{cases}$$

из точки $A(2, 0, 1)$ в точку $B(0, 4, 1)$.

6. Вычислить поток поля $\vec{a} = y^2 \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + x \cdot \vec{k}$ через плоский треугольник с вершинами в точках $A(2, 0, 0)$, $B(0, -1, 0)$, $C(2, 0, 4)$. Нормальный вектор плоскости образует острый угол с осью Ox .

7. Найти поток поля $\vec{a} = (x+y) \cdot \vec{i} + (y+2z) \cdot \vec{j} + (x+y+z) \cdot \vec{k}$ через полусферу

$$z = R - \sqrt{R^2 - x^2 - y^2}$$

в направлении внешней нормали.

8. Доказать, что $\operatorname{div}(\operatorname{rot} \vec{a}) = 0$.

5.3. Описание контрольно-оценочных мероприятий промежуточного контроля по дисциплине модуля

5.3.1. Экзамен

1. Понятие алгебраической структуры, понятие группы, кольца, поля.
2. Поле комплексных чисел. Три формы записи комплексных чисел, операции над комплексными числами, свойства операций.
3. Задание линий и областей с помощью комплекснозначной переменной.
4. Кольцо многочленов.
5. Алгоритм деления многочленов с остатком, теорема Безу.
6. Теорема Гаусса, разложение на множители многочлена над полем действительных чисел и над полем комплексных чисел.
7. Понятие линейного пространства.
8. Системы линейно зависимых и системы линейно независимых элементов пространства. Линейная оболочка, "натянутая" на конечное множество векторов.
9. Понятие базиса в линейном пространстве, размерность.
10. Координаты элемента конечномерного линейного пространства, преобразование координат. Переход от одного базиса к другому, матрица перехода, матрица обратного перехода.
11. Теорема о базисном миноре.
12. Понятие евклидова и унитарного пространства, неравенства Коши-Буняковского и Минковского, ортогональность элементов, процесс ортогонализации, существование ортонормированного базиса в евклидовом пространстве, матрица Грама, понятие ортогонального дополнения подпространства, разложение евклидова пространства на прямую сумму подпространств, проекция вектора на подпространство, кратчайшее расстояние элемента до подпространства.
13. Понятие линейного оператора в пространстве R^n , его матрица. Ядро и образ линейного оператора.
14. Выражение координат образа через координаты прообраза в одном и том же базисе пространства.
15. Изменение матрицы линейного оператора при переходе от одного базиса к другому.
16. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора и их основные свойства, алгоритм их нахождения.
17. Оператор простой структуры, приведение матрицы оператора простой структуры к диагональному виду, геометрическая интерпретация действия оператора простой структуры. Понятие инвариантного подпространства, приведение матрицы линейного оператора к клеточно-диагональному виду, понятие жордановской клетки, жордановой нормальной формы матрицы, построение канонического базиса (в простейшем случае).
18. Основные классы линейных операторов в евклидовых пространствах: сопряженный, ортогональный (унитарный), самосопряженный, нормальный.
19. Сопряженный оператор в C^n и в R^n , его матрица в ОНБ, свойства.
20. Симметричный (самосопряженный) оператор в R^n , свойства собственных значений и собственных векторов, теорема о структуре симметричного оператора, приведение его матрицы к диагональному виду в ОНБ из собственных векторов; ортогональный оператор, необходимые и достаточные условия ортогональности оператора, собственные значения и собственные векторы, матрицы ортогонального оператора в ОНБ; свойства, структура ортогонального оператора в E^n .

21. Эрмитов оператор в C^n , его свойства, приведение его матрицы к диагональному виду. Унитарный оператор C^n , его свойства, приведение его матрицы к диагональному виду. Квадратичные формы: определение квадратичной формы в E^n , матрица квадратичной формы, знакоопределенные, знакопостоянные и знакопеременные квадратичные формы, критерий Сильвестра, приведение квадратичной формы к каноническому виду.
22. Скалярное поле, его характеристики: поверхности уровня, градиент.
23. Векторное поле, его характеристики: векторные линии, дивергенция, ротор.
24. Вычисление работы в векторном поле.
25. Свойства потенциального векторного поля.
26. Циркуляция векторного поля.
27. Формула Грина.
28. Задача о вычислении потока векторного поля через поверхность. Физический смысл.
29. Формулы Стокса и Остроградского.
30. Дивергенция векторного поля, её физический смысл.
31. Соленоидальное векторное поле, его свойства.
32. Векторно-дифференциальные операторы, их применение для проведения операций второго порядка в векторном анализе.