

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина»



УТВЕРЖДАЮ
Директор по образовательной
деятельности

С.Т. Князев
2020 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА МОДУЛЯ

Код модуля	Модуль
1154495	Математические основы профессиональной деятельности

Екатеринбург, 2020

Перечень сведений о рабочей программе модуля	Учетные данные
Образовательная программа 1. Астрономия	Код ОП 1. 03.05.01/33.01
Направление подготовки 1. Астрономия	Код направления и уровня подготовки 1. 03.05.01

Программа модуля составлена авторами:

№ п/п	Фамилия Имя Отчество	Ученая степень, ученое звание	Должность	Подразделение
1	Алексеева Ульяна Алексеевна	кандидат физико- математических наук, доцент	Доцент	Кафедра математического анализа
2	Бострем Ирина Геннадьевна	Кандидат физико- математических наук, доцент	Доцент	Кафедра теоретической и математической физики

Согласовано:

Учебный отдел



1. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА МОДУЛЯ

Математические основы профессиональной деятельности

1.1. Аннотация содержания модуля

Модуль включает следующие дисциплины: «Математический анализ», «Аналитическая геометрия», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Дифференциальные уравнения», «Линейная алгебра», «Теория функций комплексного переменного», «Векторный и тензорный анализ». В дисциплине «Математический анализ» излагаются фундаментальные принципы дифференциального и интегрального исчисления, в том числе – многомерный анализ, теория рядов, несобственные интегралы и интегралы, зависящие от параметра, элементы гармонического анализа. Цель дисциплины «Аналитическая геометрия» состоит в изложении основ математических представлений о прямых и плоскостях, кривых и поверхностях второго порядка. Формирует у студентов теоретических знаний, умений, и навыков решения геометрических задач. Цель дисциплины «Линейная алгебра» состоит в формировании у студентов знаний о конечномерных линейных пространствах, операторах в линейных пространствах, свойствах евклидовых пространств, а также в освоении алгоритмов и приемов решения типовых задач алгебры на базе полученных теоретических знаний. В дисциплине «Теория функций комплексного переменного» излагаются основы работы с комплексными числами и аналитическими функциями комплексных чисел, метод конформных отображений и теория вычетов. Цель дисциплины «Векторный и тензорный анализ» - освоение студентами основ векторного и тензорного анализа; дисциплины «Дифференциальные уравнения» - дифференциального исчисления, вычислительной физики. Задачи - ознакомить студентов с основными методами тензорного и векторного анализа, методами решения дифференциальных уравнений. Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» дает представление о математических методах обработки экспериментальных данных, и построении физических статистических моделей на основе вероятностного описания. Основные разделы курса включают алгебру событий и алгебру вероятностей, схему независимых испытаний, теорию марковских цепей, случайные величины и их характеристики, предельные теоремы, основные понятия математической статистики, статистические оценки, проверку гипотез, построение доверительных интервалов.

1.2. Структура и объем модуля

Таблица 1

№ п/п	Перечень дисциплин модуля в последовательности их освоения	Объем дисциплин модуля и всего модуля в зачетных единицах
1	Математический анализ	15
2	Аналитическая геометрия	3
3	Линейная алгебра	3
4	Теория функций комплексного переменного	3
5	Векторный и тензорный анализ	3
6	Теория вероятностей и математическая статистика	3
7	Дифференциальные уравнения	4
ИТОГО по модулю:		34

1.3. Последовательность освоения модуля в образовательной программе

Пререквизиты модуля	Не предусмотрены
Постреквизиты и кореквизиты модуля	Общая физика, Теоретическая физика, Общая и сферическая астрономия, Астрофизика, Небесная механика

1.4. Распределение компетенций по дисциплинам модуля, планируемые результаты обучения (индикаторы) по модулю

Таблица 2

Перечень дисциплин модуля	Код и наименование компетенции	Планируемые результаты обучения (индикаторы)
1	2	3
Аналитическая геометрия	УК-1 - Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий, в том числе в цифровой среде	З-10 - Демонстрировать понимание научной, в том числе физической, картины мира, с позиций системного подхода к познанию важнейших принципов и общих законов, лежащих в основе окружающего мира У-12 - Распознавать и описывать природные объекты, выявлять основные признаки материальных и нематериальных систем и причинно-следственные связи в процессах и явлениях природы и окружающей среды, используя методы критического и системного анализа П-8 - Иметь опыт поиска и обобщения научного материала, опираясь на системный анализ процессов и явлений природы и окружающей среды, для решения поставленных задач
	ОПК-1 - Способен выявлять, формулировать и решать фундаментальные и прикладные задачи в области своей профессиональной деятельности и в междисциплинарных направлениях с использованием фундаментальных знаний и практических навыков	З-1 - Демонстрировать понимание фундаментальных принципов, методов и подходов к решению фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности и междисциплинарных направлениях У-1 - Выявлять и определять цели и пути решения фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности, опираясь на фундаментальные законы и принципы, с использованием соответствующих целей подходов и методов Д-1 - Демонстрировать аналитические умения и креативное мышление
	ПК-1 - Владеет методами астрономического, физического и математического исследований при	З-1 - Знать основные методы астрономических, физических и математических исследований

	анализе глобальных проблем на основе глубоких знаний фундаментальных физико-математических дисциплин	
	ПК-5 - Способен вести междисциплинарные исследования на стыке астрономии с физикой и математикой и другими естественными науками	З-1 - Знать ключевые достижения астрономии и смежных наук в соответствующей предметной области
Векторный и тензорный анализ	УК-1 - Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий, в том числе в цифровой среде	З-10 - Демонстрировать понимание научной, в том числе физической, картины мира, с позиций системного подхода к познанию важнейших принципов и общих законов, лежащих в основе окружающего мира У-12 - Распознавать и описывать природные объекты, выявлять основные признаки материальных и нематериальных систем и причинно-следственные связи в процессах и явлениях природы и окружающей среды, используя методы критического и системного анализа П-8 - Иметь опыт поиска и обобщения научного материала, опираясь на системный анализ процессов и явлений природы и окружающей среды, для решения поставленных задач
	ОПК-1 - Способен выявлять, формулировать и решать фундаментальные и прикладные задачи в области своей профессиональной деятельности и в междисциплинарных направлениях с использованием фундаментальных знаний и практических навыков	З-1 - Демонстрировать понимание фундаментальных принципов, методов и подходов к решению фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности и междисциплинарных направлениях У-1 - Выявлять и определять цели и пути решения фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности, опираясь на фундаментальные законы и принципы, с использованием соответствующих целям подходов и методов Д-1 - Демонстрировать аналитические умения и креативное мышление
	ПК-1 - Владеет методами астрономического, физического и математического исследований при анализе глобальных проблем на основе глубоких знаний фундаментальных	З-1 - Знать основные методы астрономических, физических и математических исследований

	физико-математических дисциплин	
	ПК-5 - Способен вести междисциплинарные исследования на стыке астрономии с физикой и математикой и другими естественными науками	З-1 - Знать ключевые достижения астрономии и смежных наук в соответствующей предметной области
Дифференциальные уравнения	УК-1 - Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий, в том числе в цифровой среде	З-10 - Демонстрировать понимание научной, в том числе физической, картины мира, с позиций системного подхода к познанию важнейших принципов и общих законов, лежащих в основе окружающего мира У-12 - Распознавать и описывать природные объекты, выявлять основные признаки материальных и нематериальных систем и причинно-следственные связи в процессах и явлениях природы и окружающей среды, используя методы критического и системного анализа П-8 - Иметь опыт поиска и обобщения научного материала, опираясь на системный анализ процессов и явлений природы и окружающей среды, для решения поставленных задач
	ОПК-1 - Способен выявлять, формулировать и решать фундаментальные и прикладные задачи в области своей профессиональной деятельности и в междисциплинарных направлениях с использованием фундаментальных знаний и практических навыков	З-1 - Демонстрировать понимание фундаментальных принципов, методов и подходов к решению фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности и междисциплинарных направлениях У-1 - Выявлять и определять цели и пути решения фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности, опираясь на фундаментальные законы и принципы, с использованием соответствующих целям подходов и методов Д-1 - Демонстрировать аналитические умения и креативное мышление
	ПК-1 - Владеет методами астрономического, физического и математического исследований при анализе глобальных проблем на основе глубоких знаний фундаментальных физико-математических дисциплин	З-1 - Знать основные методы астрономических, физических и математических исследований
	ПК-5 - Способен вести междисциплинарные исследования на стыке	З-1 - Знать ключевые достижения астрономии и смежных наук в соответствующей предметной области

	астрономии с физикой и математикой и другими естественными науками	
Линейная алгебра	УК-1 - Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий, в том числе в цифровой среде	3-10 - Демонстрировать понимание научной, в том числе физической, картины мира, с позиций системного подхода к познанию важнейших принципов и общих законов, лежащих в основе окружающего мира У-12 - Распознавать и описывать природные объекты, выявлять основные признаки материальных и нематериальных систем и причинно-следственные связи в процессах и явлениях природы и окружающей среды, используя методы критического и системного анализа П-8 - Иметь опыт поиска и обобщения научного материала, опираясь на системный анализ процессов и явлений природы и окружающей среды, для решения поставленных задач
	ОПК-1 - Способен выявлять, формулировать и решать фундаментальные и прикладные задачи в области своей профессиональной деятельности и в междисциплинарных направлениях с использованием фундаментальных знаний и практических навыков	3-1 - Демонстрировать понимание фундаментальных принципов, методов и подходов к решению фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности и междисциплинарных направлениях У-1 - Выявлять и определять цели и пути решения фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности, опираясь на фундаментальные законы и принципы, с использованием соответствующих целям подходов и методов Д-1 - Демонстрировать аналитические умения и креативное мышление
	ПК-1 - Владеет методами астрономического, физического и математического исследований при анализе глобальных проблем на основе глубоких знаний фундаментальных физико-математических дисциплин	3-1 - Знать основные методы астрономических, физических и математических исследований
	ПК-5 - Способен вести междисциплинарные исследования на стыке астрономии с физикой и математикой и другими естественными науками	3-1 - Знать ключевые достижения астрономии и смежных наук в соответствующей предметной области
Математический анализ	УК-1 - Способен осуществлять	3-10 - Демонстрировать понимание научной, в том числе физической, картины мира, с

	критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий, в том числе в цифровой среде	позиций системного подхода к познанию важнейших принципов и общих законов, лежащих в основе окружающего мира У-12 - Распознавать и описывать природные объекты, выявлять основные признаки материальных и нематериальных систем и причинно-следственные связи в процессах и явлениях природы и окружающей среды, используя методы критического и системного анализа П-8 - Иметь опыт поиска и обобщения научного материала, опираясь на системный анализ процессов и явлений природы и окружающей среды, для решения поставленных задач
	ОПК-1 - Способен выявлять, формулировать и решать фундаментальные и прикладные задачи в области своей профессиональной деятельности и в междисциплинарных направлениях с использованием фундаментальных знаний и практических навыков	З-1 - Демонстрировать понимание фундаментальных принципов, методов и подходов к решению фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности и междисциплинарных направлениях У-1 - Выявлять и определять цели и пути решения фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности, опираясь на фундаментальные законы и принципы, с использованием соответствующих целям подходов и методов Д-1 - Демонстрировать аналитические умения и креативное мышление
	ПК-1 - Владеет методами астрономического, физического и математического исследований при анализе глобальных проблем на основе глубоких знаний фундаментальных физико-математических дисциплин	З-1 - Знать основные методы астрономических, физических и математических исследований
	ПК-5 - Способен вести междисциплинарные исследования на стыке астрономии с физикой и математикой и другими естественными науками	З-1 - Знать ключевые достижения астрономии и смежных наук в соответствующей предметной области
Теория вероятностей и математическая статистика	УК-1 - Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий, в	З-10 - Демонстрировать понимание научной, в том числе физической, картины мира, с позиций системного подхода к познанию важнейших принципов и общих законов, лежащих в основе окружающего мира У-12 - Распознавать и описывать природные объекты, выявлять основные признаки

	том числе в цифровой среде	материальных и нематериальных систем и причинно-следственные связи в процессах и явлениях природы и окружающей среды, используя методы критического и системного анализа П-8 - Иметь опыт поиска и обобщения научного материала, опираясь на системный анализ процессов и явлений природы и окружающей среды, для решения поставленных задач
	ОПК-1 - Способен выявлять, формулировать и решать фундаментальные и прикладные задачи в области своей профессиональной деятельности и в междисциплинарных направлениях с использованием фундаментальных знаний и практических навыков	З-1 - Демонстрировать понимание фундаментальных принципов, методов и подходов к решению фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности и междисциплинарных направлениях У-1 - Выявлять и определять цели и пути решения фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности, опираясь на фундаментальные законы и принципы, с использованием соответствующих целям подходов и методов Д-1 - Демонстрировать аналитические умения и креативное мышление
	ПК-1 - Владеет методами астрономического, физического и математического исследований при анализе глобальных проблем на основе глубоких знаний фундаментальных физико-математических дисциплин	З-1 - Знать основные методы астрономических, физических и математических исследований
	ПК-5 - Способен вести междисциплинарные исследования на стыке астрономии с физикой и математикой и другими естественными науками	З-1 - Знать ключевые достижения астрономии и смежных наук в соответствующей предметной области
Теория функций комплексного переменного	УК-1 - Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий, в том числе в цифровой среде	З-10 - Демонстрировать понимание научной, в том числе физической, картины мира, с позиций системного подхода к познанию важнейших принципов и общих законов, лежащих в основе окружающего мира У-12 - Распознавать и описывать природные объекты, выявлять основные признаки материальных и нематериальных систем и причинно-следственные связи в процессах и явлениях природы и окружающей среды, используя методы критического и системного анализа

		П-8 - Иметь опыт поиска и обобщения научного материала, опираясь на системный анализ процессов и явлений природы и окружающей среды, для решения поставленных задач
	ОПК-1 - Способен выявлять, формулировать и решать фундаментальные и прикладные задачи в области своей профессиональной деятельности и в междисциплинарных направлениях с использованием фундаментальных знаний и практических навыков	З-1 - Демонстрировать понимание фундаментальных принципов, методов и подходов к решению фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности и междисциплинарных направлениях У-1 - Выявлять и определять цели и пути решения фундаментальных и прикладных задач в профильной области деятельности, опираясь на фундаментальные законы и принципы, с использованием соответствующих целям подходов и методов Д-1 - Демонстрировать аналитические умения и креативное мышление
	ПК-1 - Владеет методами астрономического, физического и математического исследований при анализе глобальных проблем на основе глубоких знаний фундаментальных физико-математических дисциплин	З-1 - Знать основные методы астрономических, физических и математических исследований
	ПК-5 - Способен вести междисциплинарные исследования на стыке астрономии с физикой и математикой и другими естественными науками	З-1 - Знать ключевые достижения астрономии и смежных наук в соответствующей предметной области

1.5. Форма обучения

Обучение по дисциплинам модуля может осуществляться в форме:

Очная

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Математический анализ

Рабочая программа дисциплины составлена авторами:

№ п/п	Фамилия Имя Отчество	Ученая степень, ученое звание	Должность	Подразделение
1	Алексеева Ульяна Алексеевна	кандидат физико- математических наук, доцент	Доцент	Кафедра математического анализа

Рекомендовано учебно-методическим советом института естественных наук и математики

1. СОДЕРЖАНИЕ И ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ

Авторы:

- Алексеева Ульяна Алексеевна, Доцент кафедры математического анализа

1.1. Технологии реализации, используемые при изучении дисциплины модуля

- Традиционная (репродуктивная) технология

1.2. Содержание дисциплины

Таблица 1.1

Код раздела, темы	Раздел, тема дисциплины*	Содержание
I	Введение. Элементы математической логики и теории множеств. Действительные числа	Элементы математической логики. Высказывания, кванторы, правило построения отрицания логической формулы. Необходимые и достаточные условия. Элементы теории множеств. Понятия функции, графика, последовательности, сложной и обратной функций. Действительные числа. Аксиома полноты. Точные границы числовых множеств. Принцип Архимеда. Свойство плотности.
II	Числовая последовательность	Числовые последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Монотонные последовательности. Число ϵ . Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Арифметические операции с последовательностями. Принцип Кантора. Теорема Больцано-Вейерштрасса о выделении сходящейся подпоследовательности. Критерий Коши сходимости последовательности.
III	Предел функции	Предел функции. Предел функции в точке. Два определения предела функции в точке. Их эквивалентность. Замечательные пределы. Односторонние пределы. Предел монотонной функции. Локальные свойства функций. Бесконечно малые и бесконечно большие функции в точке. Асимптотическое поведение функций в точке. Сравнение функций. Критерий Коши существования конечного предела функции в точке.
IV	Непрерывные функции	Непрерывные функции. Понятие непрерывности и односторонней непрерывности. Локальные свойства непрерывных функций. Классификация точек разрыва. Непрерывность сложной функции. Арифметические операции над непрерывными функциями. Свойства функций, непрерывных на множествах: теоремы Вейерштрасса об ограниченности непрерывной функции и достижении ею точных границ на отрезке. Промежуточные значения непрерывных функций. Непрерывность обратной функции. Равномерно

		непрерывные функции. Теорема Кантора. Непрерывность элементарных функций.
V	Дифференциальное исчисление функций одного переменного	Дифференциальное исчисление функций одного переменного. Производная, ее физический и геометрический смысл. Таблица производных. Правила вычисления производных суммы, произведения, частного. Дифференцируемость и дифференциал функции, связь с существованием производной. Производная сложной и обратной функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Дифференцируемость функций, заданных параметрически.
VI	Основные теоремы дифференциального исчисления	Основные теоремы дифференциального исчисления: теорема Ферма, теоремы о среднем: Ролля, Лагранжа, Коши. Правило Лопиталя. Формула Тейлора с различными видами остатка и ее приложения. Разложения основных элементарных функций по формуле Тейлора. Вычисление пределов с помощью формулы Тейлора. Приближение функции полиномами Тейлора.
VII	Исследование функций. Построение графиков	Исследование функций с помощью производной. Условия постоянства и монотонности функции на промежутках. Понятие экстремума функции. Необходимые и достаточные условия локального экстремума. Выпуклые функции. Условия выпуклости. Точки перегиба. Необходимые и достаточные условия точки перегиба. Асимптоты. Построение графиков явно и параметрически заданных функций. Использование дифференциального исчисления для математического моделирования физических процессов.
VIII	Неопределённый интеграл	Первообразная и почти первообразная. Теоремы о классах первообразных и почти первообразных на промежутке. Свойства первообразных. Неопределённый интеграл. Методы интегрирования по частям и замены переменного. Интегрирование в элементарных функциях: рациональных функций, дифференциального бинома, рациональных функций от тригонометрических функций. Тригонометрические замены. Определённый интеграл. Определение. Вычисление определённого интеграла (обзор без доказательства): формула Ньютона-Лейбница, метод интегрирования по частям и метод замены переменного.
IX	Определённый интеграл	Определённый интеграл. Интегральные суммы. Определение интеграла и интегрируемой функции. Ограниченность интегрируемой функции. Верхние и нижние суммы Дарбу и их свойства. Верхний и нижний интегралы Дарбу. Теорема Дарбу Критерий интегрируемости. Классы

		<p>интегрируемых функций: монотонные функции, непрерывные, ограниченные с конечным числом точек разрыва, ограниченные функции с множеством точек разрыва жордановой меры ноль. Интегрируемость суммы, произведения, модуля. Свойства определенного интеграла: линейность относительно функций и относительно промежутков. Теоремы о среднем для определенного интеграла. Интеграл с переменным верхним пределом, его непрерывность. Теорема о производной интеграла по переменному пределу, существование первообразной для непрерывной на промежутке функции. Формула Ньютона-Лейбница. Обобщение формулы Ньютона-Лейбница Замена переменного и метод интегрирования по частям.</p>
X	Приложения определенного интеграла	<p>Приложение определенного интеграла. Гладкая и кусочно-гладкая кривая. Вычисление длины кусочно-гладкой кривой с помощью определенного интеграла. Измеримость множества по Жордану. Критерий измеримости. Нахождение площади и объёма с помощью определенного интеграла. Приближённое вычисление определенного интеграла. Интегральные модели в физике.</p>
XI	Метрические пространства. Функции многих переменных	<p>Метрическое и нормированное пространства. Евклидово пространство. Понятие n-мерного евклидова пространства. Предел последовательности векторов. Некоторые вопросы топологии метрического пространства. Компактные множества. Функции многих переменных. Предел функции многих переменных. Повторные пределы. Непрерывность в точке и на множестве. Связное множество. Свойства непрерывных функций нескольких переменных: теоремы о промежуточном значении на связном множестве, об ограниченности, достижении точных границ и равномерной непрерывности на компакте.</p>
XII	Дифференцирование функций многих переменных. Неявные функции. Экстремумы функций многих переменных	<p>Дифференциальное исчисление функций многих переменных. Частные производные и производная по направлению, градиент. Дифференцируемость функции нескольких переменных. Геометрическая интерпретация. Необходимое условие дифференцируемости. Достаточные условия дифференцируемости вещественной функции. Дифференцируемость сложной функции. Дифференцируемые функции и их свойства. Теорема о равенстве смешанных производных. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Тейлора. Теория неявных функций. Отображения. Функциональные определители и их свойства. Теорема о существовании, непрерывности и</p>

		дифференцируемости неявной функции. Неявные функции, определяемые системой. Теорема об обратном отображении. Принцип сохранения области. Понятие зависимости системы функций. Экстремум функций многих переменных. Абсолютный локальный экстремум, необходимые и достаточные условия. Понятие условного экстремума. Необходимые и достаточные условия условного экстремума. Метод множителей Лагранжа. Схема исследования функций на условный экстремум. Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции на множестве.
XIII	Криволинейные интегралы	Спряmlяемость кривой. Критерий спряmlяемости. Криволинейные интегралы первого и второго рода по кусочно-гладкой кривой. Определение массы кривой; координаты центра тяжести кривой.
XIV	Кратные интегралы	Квадрируемость множества. Двойной интеграл. Двойной интеграл по области. Основные свойства интеграла. Связь с повторным. Замена переменных в двойном интеграле. Теорема Грина о связи двойного и криволинейного интегралов. Потенциальное поле. Условие независимости криволинейного интеграла второго рода от пути интегрирования. Тройной интеграл, способы вычисления. Геометрические и механические приложения двойных и тройных интегралов.
XV	Поверхностные интегралы	Поверхностные интегралы. Ориентация поверхности. Поверхностные интегралы первого и второго рода, их связь с двойными.
XVI	Элементы теории поля	Элементы теории поля. Работа, циркуляция вектора вдоль кривой. Поток вектора через сторону поверхности. Дивергенция. Ротор, потенциальное поле. Формулы Гаусса-Остроградского и Стокса.
XVII	Числовые ряды	Сходимость и расходимость, простейшие свойства. Критерий Коши и необходимое условие сходимости ряда. Абсолютная и условная сходимость. Признаки Коши, Даламбера, интегральный признак сходимости знакопостоянных рядов. Признаки Абеля и Дирихле сходимости знакпеременных рядов. Ряд Лейбница. Его сходимость. Оценка остатка ряда Лейбница. Сочетательное свойство сходящегося ряда. Перестановка членов в абсолютно сходящихся рядах. Теорема Римана.
XVIII	Функциональные последовательности и ряды. Степенные ряды	Функциональные последовательности и ряды. Поточечная и равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов. Равномерная сходимость степенного ряда на отрезке, принадлежащем области сходимости ряда. Свойства равномерно сходящихся рядов; почленный переход к пределу, почленное интегрирование, почленное дифференцирование. Свойства степенных рядов: непрерывность,

		почленная интегрируемость и дифференцируемость степенного ряда. Ряд Тейлора и условие его сходимости. Ряды Тейлора для основных функций. Применение степенных рядов.
--	--	--

1.3. Программа дисциплины реализуется на государственном языке Российской Федерации (русский).

2. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Электронные ресурсы (издания)

- 1 Алексеева У. А., Борбунов А. Н., Бояршинов В. В. и др. Математика для студентов фундаментального потока физического факультета и для студентов направления «Прикладная информатика (Экономика. Информационная сфера)» <http://study.urfu.ru/Aid/ViewMeta/10842>
- 2 Гурьянова К. Н., Алексеева У. А., Бояршинов В. В. Математический анализ <http://study.urfu.ru/Aid/ViewMeta/12957>
- 3 Бояршинов В. В., Макаров А. В. Математический анализ. Часть I. Числа, пределы <http://detc.usu.ru/assets/amath0041/ma.htm>

Печатные издания

Основная литература

- 1 Фихтенгольц, Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления : в 3 т. : учеб. для студентов физ. и мех.-мат. специальностей вузов. Т. 3 / Г.М. Фихтенгольц .— 8-е изд. — Москва ; Санкт-Петербург : Физматлит: Невский диалект, 2002 .— 728 с. — 40 экз.
- 2 Демидович, Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: Учебное пособие [Электронный ресурс] : учеб. пособие — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2018. — 624 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/99229>
- 3 Ильин, В. А. Основы математического анализа : [учебник для вузов : в 2 ч.] / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк .— М. : ФИЗМАТЛИТ, 2009 .— Ч. 1 .— 7-е изд., стер. — 2009 .— 646 с. — 11 экз. ; Ч. 2 .— Изд. 5-е, стер. — 2009 .— 464 с. — 11 экз.
- 4 Кудрявцев, Л. Д. Курс математического анализа : учеб. для физ.- мат. и инженер.- физ. специальностей вузов : в 3 т. / Л. Д. Кудрявцев .— 2-е изд., перераб. и доп. — Москва : Высшая школа, 1989 .— 352 с.

Дополнительная литература

- 1 Математический анализ в вопросах и задачах : учеб. пособие для вузов / под ред. В. Ф. Бутузова .— 2-е изд., перераб. — Москва : Высшая школа, 1993 .— 480 с. — 239 экз.
- 2 Ильин, Владимир Александрович. Математический анализ : учебник для вузов : в 2 ч. Ч. 1 / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Б. Х. Сендов ; под ред. А. Н. Тихонова .— 3-е изд., перераб. и доп. — М. : Проспект : Изд-во Моск. ун-та, 2006 .— 672 с. — 32 экз.
- 3 Гурьянова, К. Н. Математический анализ : учебное пособие / К.Н. Гурьянова ; У.А. Алексеева ; В.В. Бояршинов .— Екатеринбург : Издательство Уральского университета, 2014 .— 332 с.— <URL:<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=275708>>.

Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы

Не используются

Материалы для лиц с ОВЗ

Весь контент ЭБС представлен в виде файлов специального формата для воспроизведения синтезатором речи, а также в тестовом виде, пригодном для прочтения с использованием экранной лупы и настройкой контрастности.

3. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Сведения об оснащённости дисциплины специализированным и лабораторным оборудованием и программным обеспечением

Таблица 3.1

№ п/п	Виды занятий	Оснащённость специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
1	Лекции	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная	
2	Практические занятия	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная	
3	Текущий контроль и промежуточная аттестация	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная	
4	Самостоятельная работа студентов	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Подключение к сети Интернет	

Специализированное лабораторное оборудование не требуется

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Примерные задания для проведения мини-контрольных в рамках учебных занятий

- 1 Сформулируйте: числовое множество ограничено сверху и не ограничено снизу.
- 2 Пусть X, Y ограниченные числовые множества. Докажите, что $\sup(X - Y) = \sup X - \inf Y$.
- 3 Пусть X ограниченное множество, $\sup X \notin X$. Докажите, что X содержит бесконечно много элементов.
- 4 Сформулируйте: предел последовательности x_n не равен числу a .
- 5 Докажите, пользуясь определением предела последовательности, что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10 \cdot n + 1}{5 \cdot n - 3} = 2$$

- 6 Сформулируйте: последовательность x_n не является бесконечно большой.
- 7 Докажите, пользуясь определением предела последовательности, что

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10 \cdot n^2 + 1}{5 \cdot n - 1} = +\infty$$

- 8 Вычислить предел функции

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{27 + x} - \sqrt[3]{27 - x}}{x + 2\sqrt[3]{x^4}}$$

- 9 Построить графики функций $y = (4x^3 - 3x) / (4x^2 - 1)$.

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} \int_a^x \frac{\arctg x}{(1 + \ln x)(2 + \cos x)} dx$$

- 10 Найти , где $a > 1$.

- 11 Вычислить интеграл

$$\int_{2\pi}^{10\pi} \frac{dx}{(8 + 2\cos x)(5 + \cos x)}$$

- 12 Найти частные производные $\partial^2 f / \partial s^2$, $\partial^2 f / \partial s \partial t$, $\partial^2 f / \partial t^2$ дважды непрерывно

дифференцируемой сложной функции $z = f(x, y)$, если $x = \frac{t}{s}$, $y = s + t$.

- 13 Найти в точке M частные производные первого и второго порядка неявной функции $z = f(x, y)$, определяемой уравнением $x^4 y^4 - z^2 \cos y + z = 2$, где $M(0, \pi, 1)$.

- 14 Найти экстремумы функции $z = x^3 - x y^2 + 3x^2 + y^2 - 1$.

- 15 Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 + y^2 - xy - x - y$ в замкнутой области $D: x \geq 0, y \geq 0, x + y \leq 3$.

- 16 Найти экстремум функции $z = x - 2y$ при условии $x^2 + y^2 = 3$.

$$\sum_{n=3}^{\infty} \frac{3n - 5}{n(n^2 - 1)}$$

- 17 Найти сумму ряда

- 18 Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt[3]{n^7}}$.
- 19 Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \sin \frac{1}{n}$.
- 20 Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+2)!}{3n+5} \cdot \frac{1}{2^n}$.

Примерные контрольные задачи в рамках учебных занятий

- 1 Записать с помощью логической формулы утверждения:
- функция $f(x)$ – периодическая на \mathbb{R} ;
 - функция $f(x)$ – не является периодической на \mathbb{R} .
- 2 Пусть A – множество прямоугольных треугольников на плоскости, B – множество равнобедренных треугольников, C – множество треугольников, имеющих угол 45 градусов, I – универсальное множество, т.е. множество всех треугольников плоскости. Какие треугольники содержатся во множествах $A \cap B$, $A \cap B \cap C$, $A \cap B \cap C'$, $(A \cap C') \cup B$, $(A \cap C) \cup B'$?
- 3 Выяснить, какие из следующих утверждений истинны, а какие ложны:
- $A \cap B \subseteq C$;
 - $A \cap C = B$;
 - $(A \cup B) \cap C \subseteq A$;
 - $A \cap B = A \cap C$?
- 4 Доказать, что $A \cup (A' \cap B) = A \cup B$.
- 5 Пусть X, Y – ограниченные числовые множества. Множество $Z = \left\{ z: z = \frac{2x}{3} + 5y, x \in X, y \in Y \right\}$.

$$\sup Z = \frac{2}{3} \sup X + 5 \sup Y$$

Доказать по определению, что

- 6 Записать с помощью логической формулы утверждение: «Функция $f(x)$ не является четной на $(-l, l)$ ».

7 Доказать по определению $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{7n+3}{n^{3/2}} = 0$.

8 Вычислить пределы

- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 - 1 + (n+1)^3}{(n+1)^2 + n}$,
- $\lim_{n \rightarrow \infty} (\sqrt[3]{n+1} - \sqrt[3]{n-1}) n^{2/3}$,
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt[3]{n+1} + \sqrt[5]{n+1}}{\sqrt[6]{n^2+1}}$,
- $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{\sqrt{n^2+1}}{\sqrt[3]{n^3+1}} \right)^n$.

9 Доказать по определению, что: $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{x + 3} = -7$.

10 Вычислить пределы функций двумя методами:

- не используя правила Лопиталья;
- с помощью правила Лопиталья.

- $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x+1)}{x^4 + 4x^2 - 5}$.
- $\lim_{x \rightarrow -8} \frac{\sqrt{1-x} - 3}{2 + \sqrt[3]{x}}$.

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 10x}{e^{x^2} - 1}$.

4. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\ln x}$.

5. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} \frac{2^{\cos^2 x} - 1}{\ln \sin x}$.

6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{7^{2x} - 5^{3x}}{2x - \arctg 3x}$.

7. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 + x \sin x - \cos 2x}{\sin^2 x}$.

8. $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos \sqrt{x})^{1/x}$.

9. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3x-1}{x+1} \right)^{1/(\sqrt[3]{x}-1)}$.

10. $\lim_{x \rightarrow e} \left(\frac{\ln x - 1}{x - e} \right)^{\sin \frac{\pi}{2e} x}$.

$$f(x) = \begin{cases} \arctg x^2 \sin \frac{7}{x}, & x \neq 0, \\ 0, & x = 0. \end{cases}$$

11 Найти производную $f(x)$ в точке $x=0$ по определению, где

12 Используя дифференциал первого порядка, найти приближенно значение функции $f(x) = \sqrt[3]{x+1}$ в точке $x_0 = 7.1$.

13 Написать уравнение касательной и нормали к графику функции $f(x) = \ln(x^2 - 1)$ в точке $x_0 = \sqrt{e+1}$.

14 Исследовать функцию $f(x)$ с помощью производных и построить ее график, если $f(x) = (2+x^2)e^{-x^2}$.

15 Вычислить предел с помощью формулы Тейлора $\lim_{x \rightarrow +\infty} (e^{1/x}(x^2 - x + 2) - \sqrt{x^4 + x^2 + 1})$.

16 Оценить абсолютную погрешность приближенной формулы $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2} - \frac{x^2}{8}$

17 Построить график функции $y = (4x^3 - 3x)/(4x^2 - 1)$.

18 Построить график функции $y = \sqrt[3]{(x-1)(x^2 - 2x - 2)}$.

19 Построить график функции $y = \sqrt{(\sin x - \cos x)/\sqrt{2}}$.

20 Найти неопределенные интегралы:

1. $\int (4-3x)e^{-3x} dx$.

2. $\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+1}}$.

3. $\int \frac{x^3+1}{x^2-x} dx$.

4. $\int \frac{x^3+6x^2+13x+9}{(x+1)(x+2)^3} dx$.

5. $\int \frac{x^3+4x^2+4x+2}{(x+1)^2(x^2+x+1)} dx$.

6. $\int \frac{\sqrt{1+\sqrt{x}}}{x^4\sqrt{x^3}} dx$.

7. $\int \frac{dx}{\sin^2 x(1-\cos x)}$.

21 Вычислить определенные интегралы

1. $\int_{-2}^0 (x^2+5x+6)\cos 2x dx$.

2. $\int_{e+1}^{e^2+1} \frac{1+\ln(x-1)}{x-1} dx$.

3. $\int_{\pi/4}^{\arctg 3} \frac{dx}{(3\operatorname{tg} x + 5)\sin 2x}$.

4.

$$5. \int_{\pi/2}^{\pi} 2^8 \sin^8 x \, dx.$$

$$6. \int_0^1 \frac{4\sqrt{1-x} - \sqrt{3x+1}}{(\sqrt{3x+1} + 4\sqrt{1-x})(3x+1)^2} dx.$$

$$7. \int_0^{16} \sqrt{256 - x^2} \, dx.$$

22 Вычислить площадь фигуры, ограниченной графиками функций

$$y = (x-2)^3,$$

$$y = 4x - 8.$$

23 Вычислить площади фигур, ограниченных линиями, заданными уравнениями

$$\begin{cases} x = 4\sqrt{2} \cos^3 t, \\ y = 2\sqrt{2} \sin^3 t, \end{cases}$$

$$x = 2 \quad (x \geq 2).$$

24 Вычислить площади фигур, ограниченных линиями, заданными в полярных координатах

$$r = 4 \cos 3\varphi, \quad r = 2 \quad (r \geq 2).$$

25 Вычислить длины дуг кривых

$$y = \ln \sin x, \quad \pi/3 \leq x \leq \pi/2.$$

$$y = 8 \sin^3 t, \quad x = 8 \sin^3 t, \quad 0 \leq t \leq \pi/6.$$

26 Исследовать на дифференцируемость функцию

$$f(x; y) = \begin{cases} \frac{x^5 y^5}{\sqrt{x^2 + y^2}}, & \text{если } (x; y) \neq (0; 0) \\ 0, & \text{если } (x; y) = (0; 0) \end{cases}$$

27 Проверить, что функция $u = x\varphi(x+y) + y\psi(x+y)$ удовлетворяет $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$.
Найти du и d^2u , где $u = f(x+y+z, xy^2z)$.

28 В дифференциальном уравнении сделать замену переменных x, y на u, v , где $u = \frac{y}{x}$,
 $v = z(x, y) + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

29 Исследовать на экстремум функцию $f(x, y, z) = z \ln z - z - z \ln xy + xy + x^2 + 2y^2 - 4x - 2y$.

30 Исследовать на условный экстремум функцию $u = xy + yz$, если $x^2 + y^2 = 2$,
 $y + z = 2$ ($x > 0, y > 0, z > 0$).

31 Найти наибольшее и наименьшее значения функции $z = x^2 - x y + y^2 - 6y + 9x + 20$ в замкнутой области $D: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1$.

32 Найти производную $f(x, y) = \operatorname{arctg}(y/x)$ в точке $M(\sqrt{3}/2, 1/2)$ по направлению вектора внешней нормали к окружности $x^2 + y^2 = 2y$ в точке $M(\sqrt{3}/2, 1/2)$.

33 Найти уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности F в точке $M(x_0, y_0, z_0)$, где $F: z^2 + 6x^2 - 3y^2 = 4$ $M(-1, 1, -1)$.

34 Пусть $z(x; y)$ есть неявная функция, определяемая уравнением $F\left(\frac{x}{y} + xz; \ln(xy) + xz\right) = 0$. Найти dz .

35 Найти в точке $M(1, 1, 1)$ частные производные первого и второго порядка неявной функции $z = f(x, y)$, определяемой уравнением $x^3 - 4x^2 z^2 + yz^3 + 2y^4 = 0$.

36 Найти сумму ряда $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{3n-5}{n(n^2-1)}$.

37 Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{\sqrt[3]{n^7}}$.

38 Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \sin \frac{1}{n}$.

39 Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n+2)!}{3n+5} \cdot \frac{1}{2^n}$.

40 Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} n^4 \left(\frac{2n}{3n+5} \right)^n$.

41 Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{1}{(3n-5) \ln^2(4n-7)}$.

42 Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1) \ln n}$.

43 Найти область сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+3} \left(\frac{1+x}{1-x} \right)^n$.

44 Найти и схематически изобразить на числовой оси область сходимости функционального ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} 2^{3n} x^n \sin \frac{2x}{n}$$

Примерные контрольные кейсы

- 1 Пусть X ограниченное множество, $\sup X \notin X$. Может ли X быть конечным?
- 2 Пусть X ограниченное множество, $\sup X \notin X$. Доказать, что множество предельных точек множества X не пусто.
- 3 Связь свойств ограниченности и сходимости последовательности.
- 4 Связь свойств ограниченности и существования предела функции.
- 5 Пусть у последовательности $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ сходятся подпоследовательности $\{x_{2k}\}_{k=1}^{\infty}$, $\{x_{2k-1}\}_{k=1}^{\infty}$, $\{x_{5k}\}_{k=1}^{\infty}$. Доказать, что $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$ сходится. (Сходится ли $\{x_n\}_{n=1}^{\infty}$, если потребовать сходимость ровно двух подпоследовательностей из условия?) Любой контрпример является контрольным кейсом.
- 6 Соотношение между множеством непрерывных и множеством дифференцируемых функций.
- 7 Как связаны свойства функции иметь первообразную (почти первообразную) и быть интегрируемой?
- 8 Пусть функция $f(x)$ дифференцируема на интервале и её производная в каждой точке интервала не равна нулю. Может ли производная функции $f(x)$ принимать на интервале значения разных знаков?

Перечень примерных вопросов для зачета

- 1 Понятие спрямляемой, простой, замкнутой, гладкой кривой.
- 2 Определение, физический смысл и основные свойства криволинейных интегралов 1 и 2 рода.
- 3 Формулы вычисления криволинейных интегралов 1 и 2 рода. Связь между криволинейными интегралами 1 и 2 рода.
- 4 Квадрируемая область, площадь квадрируемой области. Определение, свойства и формулы вычисления двойного интеграла.
- 5 Вычисление площади плоской фигуры при помощи двойного интеграла.
- 6 Замена переменных в двойном интеграле.
- 7 Связь между двойным и криволинейным интегралами (формула Грина).
- 8 Условия независимости криволинейного интеграла 2 рода от пути интегрирования.
- 9 Формулы вычисления площади плоских фигур при помощи криволинейных интегралов.

- 10 Различные способы задания поверхности. Формулы касательной и нормали к плоской кривой. Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности. Гауссовы коэффициенты поверхности.
- 11 Площадь поверхности. Формулы вычисления площади поверхности.
- 12 Определение, физический смысл и основные свойства поверхностных интегралов 1 и 2 рода. Формулы вычисления поверхностных интегралов 1 и 2 рода.
- 13 Формула Стокса.
- 14 Формула Остроградского-Гаусса.
- 15 Элементы теории поля.
- 16 Числовой ряд. Понятие сходящегося и расходящегося ряда. Остаток ряда. Необходимые условия сходимости ряда. Критерий Коши сходимости числового ряда.
- 17 Сходимость (расходимость) обобщенного гармонического ряда.
- 18 Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами (сравнения, Коши, Даламбера, Раабе, Коши-Маклорена).
- 19 Понятие абсолютной и условной сходимости ряда.
- 20 Признак Лейбница. Оценка остатка ряда Лейбница.
- 21 Преобразование Абеля. Признаки Абеля и Дирихле.
- 22 Теоремы о перестановке и перегруппировке членов ряда.
- 23 Определение поточечной и равномерной сходимости функционального ряда и функциональной последовательности.
- 24 Критерии равномерной сходимости функциональной последовательности и функционального ряда.
- 25 Признаки равномерной сходимости функционального ряда (Вейерштрасса, Абеля, Дирихле).
- 26 Непрерывность суммы функционального ряда и предела функциональной последовательности.
- 27 Теорема Дини.
- 28 Теорема о переходе к пределу для функционального ряда и функциональной последовательности.
- 29 Теорема о дифференцируемости суммы функционального ряда и предела функциональной последовательности.
- 30 Теорема об интегрируемости суммы функционального ряда и предела функциональной последовательности.
- 31 Степенные ряды. Определение и существование радиуса сходимости степенного ряда. Теорема о равномерной сходимости степенного ряда. Теорема Коши-Адамара.
- 32 Теоремы об интегрируемости, непрерывности и дифференцируемости суммы степенного ряда. Радиус ряда, полученного дифференцированием или интегрированием степенного ряда.
- 33 Единственность разложения функции в степенной ряд. Ряд Тейлора. Условия существования разложения функции в ряд Тейлора.

Перечень примерных вопросов для экзамена

- 1 Множество вещественных чисел. Мощность множества. Принципы полноты числовой прямой.
- 2 Предел последовательности. Теоремы о свойствах пределов последовательностей.
- 3 Теорема Больцано-Вейерштрасса о выделении сходящейся подпоследовательности.
- 4 Теорема о пределе монотонной последовательности. Число e .
- 5 Критерий Коши существования предела последовательности.
- 6 Предел функции в точке. Определения Коши и Гейне. Эквивалентность определений.
- 7 Предел суммы, произведения и частного функций, переход к пределу в неравенствах.
- 8 Предел монотонной функции.
- 9 Критерий Коши существования предела функции.
- 10 Непрерывность функции в точке по Коши и по Гейне.
- 11 Непрерывность суммы, произведения, частного и сложной функции.
- 12 Точки разрыва, характер точек разрыва.
- 13 Локальные свойства непрерывной функции.
- 14 Теорема о непрерывности монотонной и обратной функции на множестве.
- 15 Теорема о промежуточном значении.
- 16 Теоремы Вейерштрасса об ограниченности и точных границах непрерывной на отрезке функции.
- 17 Равномерная непрерывность. Теорема Кантора.
- 18 Первообразная. Почти первообразная. Теорема о первообразной и почти первообразной. Неопределенный интеграл.
- 19 Методы вычисления неопределённого интеграла: интегрирование по частям и замены переменной.

- 20 Интегрирование рациональной функции, дифференциального бинома и тригонометрических выражений.
- 21 Определенный интеграл. Необходимое условие существования интеграла.
- 22 Суммы Дарбу и их свойства.
- 23 Критерии интегрируемости.
- 24 Интегрируемость монотонной, непрерывной функций.
- 25 Интегрируемость ограниченной функции с конечным числом точек разрыва.
- 26 Свойства определенного интеграла.
- 27 Теоремы о среднем значении.
- 28 Непрерывность и дифференцируемость интеграла как функции верхнего предела. Формула Ньютона-Лейбница.
- 29 Теорема о замене переменной в определенном интеграле.
- 30 Понятие метрики. Метрические пространства.
- 31 Предел и непрерывность функции нескольких переменных.
- 32 Дифференцируемость функции нескольких переменных. Частные производные.
- 33 Дифференцируемость суммы, произведения, частного и сложной функции. Необходимые условия дифференцируемости. Достаточные условия дифференцируемости.
- 34 Дифференцируемость сложной функции.
- 35 Теорема о равенстве смешанных производных.
- 36 неявная функция, заданная уравнением, ее дифференцируемость.
- 37 Локальный (безусловный) экстремум функции.
- 38 Условный экстремум.
- 39 Геометрические приложения дифференцируемости.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Аналитическая геометрия

Рабочая программа дисциплины составлена авторами:

№ п/п	Фамилия Имя Отчество	Ученая степень, ученое звание	Должность	Подразделение
1	Овсянников Александр Яковлевич	кандидат физико- математических наук, доцент	Доцент	Департамент математики, механики и компьютерных наук

Рекомендовано учебно-методическим советом института естественных наук и математики

1. СОДЕРЖАНИЕ И ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ

Авторы:

- Овсянников Александр Яковлевич, Доцент департамента математики, механики и компьютерных наук

1.1. Технологии реализации, используемые при изучении дисциплины модуля

- Традиционная (репродуктивная) технология

1.2. Содержание дисциплины

Таблица 1.1

Код раздела, темы	Раздел, тема дисциплины*	Содержание
PI	Определители и системы линейных уравнений	Определение определителей 2-го и 3-го порядка. Свойства определителей. Теорема Крамера для систем линейных уравнений с двумя и тремя неизвестными.
PII	Векторная алгебра	Понятия направленного отрезка и вектора. Линейные операции над векторами. Базисы на прямой, на плоскости и в пространстве. Координаты вектора. Система координат, координаты точки. Аффинная и прямоугольная декартовы системы координат. Формулы преобразования аффинной декартовой системы координат и формулы поворота системы координат на плоскости. Деление направленного отрезка в данном отношении. Скалярное произведение векторов (определение, свойства, критерий ортогональности векторов, вычисление скалярного произведения в ортонормированном базисе). Векторное произведение векторов (определение, свойства, геометрический смысл, вычисление векторного произведения в правом ортонормированном базисе). Смешанное произведение векторов (определение, свойства, геометрический смысл, критерий компланарности векторов, вычисление смешанного произведения в произвольном и правом ортонормированном базисе).
PIII	Прямые и плоскости	Общее и параметрические уравнения линии на плоскости. Виды уравнений прямой на плоскости (параметрические, каноническое, по двум точкам, общее, с угловым коэффициентом). Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Пучок прямых. Полуплоскости. Расстояние от точки до прямой на плоскости. Виды уравнений плоскости (параметрические, каноническое, по трем точкам, общее). Взаимное расположение двух плоскостей. Пучок плоскостей. Полупространства. Расстояние от точки до плоскости. Виды уравнений прямой в пространстве (параметрические, канонические, по двум точкам, общие). Взаимное расположение прямой и плоскости. Взаимное расположение двух прямых в пространстве. Расстояние от точки до прямой в пространстве. Расстояние между скрещивающимися прямыми.
PIV	Квадрики	Эллипс, гипербола, парабола. Фокальные и директориальные свойства эллипса и гиперболы. Общее уравнение квадрики на плоскости. Преобразование

		уравнения квадрики на плоскости с помощью поворота и параллельного переноса прямоугольной декартовой системы координат. Определение и классификация квадрик на плоскости. Цилиндрические и конические поверхности. Цилиндры и конус 2-го порядка. Эллипсоиды, однополостные и двуполостные гиперболоиды, эллиптические и гиперболические параболоиды.
--	--	---

1.3. Программа дисциплины реализуется на государственном языке Российской Федерации (русский).

2. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Электронные ресурсы (издания)

Не используются

Печатные издания

Основная литература

- 1 Верников, Борис Муневич. Начальные главы аналитической геометрии и линейной алгебры : учеб. пособие / Б. М. Верников, А. П. Замятин ; Федер. агентство по образованию, Урал. гос. ун-т им. А. М. Горького, фил. в г. Новоуральске .— Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2009 .— 273 с. — 67 экз
- 2 Задачник по алгебре и геометрии для студентов первого курса : учеб. пособие для студентов / [сост. А. Я. Овсянников] ; М-во образования и науки РФ, Урал. гос. ун-т им. А. М. Горького .— 2-е изд., испр. и доп. — Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2010 .— 231 с. — 346 экз.
- 3 Постников, М. М. Аналитическая геометрия / М.М. Постников .— Москва : Наука, 1973 .— 754 с. — <URL:<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=472739>>.

Дополнительная литература

Бахвалов, Сергей Владимирович. Сборник задач по аналитической геометрии : учебное пособие / С. В. Бахвалов, П. С. Моденов, А. С. Пархоменко .— Изд. 5-е, стер. — Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2009 .— 384 с.— 7 экз.

Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы

Не используются

Материалы для лиц с ОВЗ

Весь контент ЭБС представлен в виде файлов специального формата для воспроизведения синтезатором речи, а также в тестовом виде, пригодном для прочтения с использованием экранной лупы и настройкой контрастности.

Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

Сайт зональной научной библиотеки УрФУ lib.urfu.ru

3. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Сведения об оснащённости дисциплины специализированным и лабораторным оборудованием и программным обеспечением

Таблица 3.1

№ п/п	Виды занятий	Оснащённость специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
1	Лекции	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная	
2	Практические занятия	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная	
3	Текущий контроль и промежуточная аттестация	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная	
4	Самостоятельная работа студентов	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Подключение к сети Интернет	

Специализированное лабораторное оборудование не требуется

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Примерные задания для проведения мини-контрольных в рамках учебных занятий

- 1 Определение базиса на плоскости.
- 2 Определение базиса в пространстве.
- 3 Определение правой тройки векторов.
- 4 Определение скалярного произведения векторов.
- 5 Определение векторного произведения векторов.
- 6 Свойства скалярного произведения.
- 7 Свойства векторного произведения.
- 8 Свойства смешанного произведения.
- 9 Определение смешанного произведения векторов.
- 10 Теорема об уравнении прямой на плоскости.
- 11 Формула расстояния от точки до прямой на плоскости.
- 12 Теорема об уравнении плоскости.
- 13 Формула расстояния от точки до плоскости.
- 14 Канонические и параметрические уравнения прямой в пространстве.
- 15 Взаимное расположение двух прямых на плоскости.
- 16 Взаимное расположение двух плоскостей.
- 17 Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
- 18 Фокальное свойство эллипса.
- 19 Директориальное свойство эллипса.
- 20 Фокальное свойство гиперболы.
- 21 Директориальное свойство гиперболы.
- 22 Фокальное свойство параболы.
- 23 Определение частного решения системы линейных уравнений.
- 24 Формулировка теоремы Крамера для системы с 2-мя неизвестными.
- 25 Формулы для определителей 2-го и 3-го порядка.

Примерные контрольные задачи в рамках учебных занятий

- 1 Даны векторы $\vec{p} = (3, -2, 1)$, $\vec{q} = (-1, 1, -2)$ и $\vec{r} = (2, 1, -3)$. Убедиться, что они образуют базис в пространстве, и найти разложение вектора $\vec{a} = (11, -6, 5)$ по этому базису.
- 2 Векторы \vec{a}, \vec{b} образуют угол $\frac{2}{3}\pi$, $|\vec{a}| = 3$, $|\vec{b}| = 4$. Вычислить $\vec{a}\vec{b}$, \vec{a}^2 , \vec{b}^2 , $(3\vec{a} - 2\vec{b})(\vec{a} + 2\vec{b})$.
- 3 Даны векторы $\vec{a} = (4, -2, -4)$, $\vec{b} = (6, -3, 2)$. Вычислить длины этих векторов, найти их орты и вычислить скалярное произведение $\vec{a}\vec{b}$.
- 4 Для векторов $\vec{a} = (4, -2, -4)$, $\vec{b} = (6, -3, 2)$ указать какой-либо ненулевой вектор, перпендикулярный к каждому из них.
- 5 Определить, при каком значении параметра a векторы $(a, -3, 2)$ и $(1, 2, -a)$ перпендикулярны.
- 6 Найти расстояние между двумя параллельными плоскостями $6x + 7y - 6z = 0$ и $6x + 7y - 6z + 22 = 0$.
- 7 Убедиться, что прямые пересекаются и найти точку их пересечения
$$\begin{cases} x = 2 + 3t, \\ y = -3 + t, \\ z = 6 - t. \end{cases} \text{ и } \begin{cases} x = 6 + 2t, \\ y = -2 + t, \\ z = 1 + 3t. \end{cases}$$

- 8 Найти расстояние между фокусами эллипса $\frac{x^2}{14} + \frac{y^2}{5} = 1$.
- 9 Найти расстояние от точки $(3,1)$ до прямой $3x - 4y + 5 = 0$.
- 10 Найти расстояние от точки $(1,0)$ на параболе $y^2 = 4x - 4$ до ее директрисы.

Перечень примерных вопросов для экзамена

- 1 Метод Гаусса-Жордана решения систем линейных уравнений.
- 2 Матрицы и действия над ними. Свойства действий над матрицами.
- 3 Определение определителя, Его свойства.
- 4 Обратная матрица и ее нахождение. Приложение к решению систем линейных уравнений. Формулы Крамера.
- 5 Понятие направленного отрезка и вектора. Линейные операции над векторами.
- 6 Базисы на прямой, на плоскости и в пространстве, координаты вектора.
- 7 Скалярное произведение векторов.
- 8 Векторное произведение векторов.
- 9 Смешанное произведение векторов.
- 10 Системы координат на плоскости и в пространстве.
- 11 Деление отрезка в данном отношении.
- 12 Замена системы координат.
- 13 Виды уравнений прямой на плоскости.
- 14 Взаимное расположение двух прямых на плоскости.
- 15 Полуплоскости.
- 16 Расстояние от точки до прямой на плоскости.
- 17 Виды уравнений плоскости.
- 18 Взаимное расположение двух плоскостей.
- 19 Полупространства.
- 20 Расстояние от точки до плоскости.
- 21 Виды уравнений прямой в пространстве.
- 22 Взаимное расположение прямой и плоскости.
- 23 Взаимное расположение двух прямых в пространстве.
- 24 Расстояние от точки до прямой в пространстве.
- 25 Эллипс.
- 26 Гипербола.
- 27 Парабола.
- 28 Классификация квадрик на плоскости.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Линейная алгебра

Рабочая программа дисциплины составлена авторами:

№ п/п	Фамилия Имя Отчество	Ученая степень, ученое звание	Должность	Подразделение
1	Овсянников Александр Яковлевич	кандидат физико- математических наук, доцент	Доцент	Департамент математики, механики и компьютерных наук

Рекомендовано учебно-методическим советом института естественных наук и математики

1. СОДЕРЖАНИЕ И ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ

Авторы:

- Овсянников Александр Яковлевич, Доцент департамента математики, механики и компьютерных наук

1.1. Технологии реализации, используемые при изучении дисциплины модуля

- Традиционная (репродуктивная) технология

1.2. Содержание дисциплины

Таблица 1.1

Код раздела, темы	Раздел, тема дисциплины*	Содержание
PI	Системы линейных уравнений, матрицы и определители	Системы линейных уравнений. Частное и общее решения. Метод Гаусса-Жордана. Матрицы и действия над ними. Матричная запись систем линейных уравнений. Понятие определителя порядка n . Свойства определителей. Элементарные преобразования матриц. Обратная матрица и ее нахождение. Приложение к решению систем линейных уравнений. Формулы Крамера.
PII	Векторные пространства	Аксиоматика векторного пространства. Простейшие следствия из аксиом. Примеры векторных пространств (плоскость и обычное трехмерное пространство, пространство строк, пространство матриц, пространство многочленов, пространство функций, нулевое пространство). Линейная зависимость и независимость векторов. Базис векторного пространства. Разложение вектора по базису, координаты вектора. Равномощность базисов. Размерность пространства. Изоморфизм векторных пространств. Подпространства. Сумма и пересечение подпространств, теорема о размерности суммы подпространств. Прямая сумма подпространств, ее свойства.
PIII	Общая теория систем линейных уравнений	Однородные и неоднородные системы, строение общего решения однородной и неоднородной системы. Ранг матрицы по строкам, по столбцам и по минорам. Теорема о ранге, способ вычисления ранга матрицы. Теорема Кронекера-Капелли. Пространство решений однородной системы, его базис (фундаментальная система решений) и размерность.
PIV	Линейные отображения и операторы	Линейное отображение, матрица линейного отображения, операции над линейными отображениями. Изменение матрицы линейного отображения при замене базисов. Образ и ядро линейного отображения, теорема о соотношении между их размерностями. Изоморфизм векторных пространств. Пространство линейных операторов. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Характеристический многочлен матрицы и линейного оператора. Теорема Гамильтона-Кэли. Операторы простой структуры.
PV	Евклидовы пространства	Аксиомы евклидова пространства. Длины векторов и углы между векторами. Неравенство Коши-Буняковского. Ортогональность векторов. Процесс

		ортогонализации Грама-Шмидта. Ортонормированные базисы. Ортогональное дополнение. Ортогональная проекция и ортогональная составляющая вектора. Самосопряженные операторы и симметрические матрицы.
PVI	Квадратичные формы	Квадратичные формы. Матричная запись. Замена переменных. Приведение квадратичных форм к каноническому виду, метод Лагранжа. Приведение квадратичных форм к главным осям. Положительно определенные квадратичные формы.

1.3. Программа дисциплины реализуется на государственном языке Российской Федерации (русский).

2. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Электронные ресурсы (издания)

Не используются

Печатные издания

Основная литература

- 1 Верников, Борис Муневич. Начальные главы аналитической геометрии и линейной алгебры : учеб. пособие / Б. М. Верников, А. П. Замятин ; Федер. агентство по образованию, Урал. гос. ун-т им. А. М. Горького, фил. в г. Новоуральске .— Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2009 .— 273 с. — 67 экз
- 2 Фаддеев, Дмитрий Константинович. Лекции по алгебре : учеб. пособие / Д.К. Фаддеев .— Москва : Лань, 2007 .— 416 с. : ил. — (Классическая учебная литература по математике) (Лучшие классические учебники) .— Допущено Министерством образования и науки РФ в качестве учебного пособия для студентов вузов, обучающихся по направлениям подготовки и специальностям в области естественнонаучных, педагогических и технических наук .— (Допущ. МО) .— ISBN 978-5-8114-0447-6 .— <URL:http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=397>.
- 3 Задачник по алгебре и геометрии для студентов первого курса : учеб. пособие для студентов / [сост. А. Я. Овсянников] ; М-во образования и науки РФ, Урал. гос. ун-т им. А. М. Горького .— 2-е изд., испр. и доп. — Екатеринбург : Изд-во Урал. ун-та, 2010 .— 231 с. — 346 экз.

Дополнительная литература

- 1 Постников, Михаил Михайлович (1927-2004) . Линейная алгебра. Лекции по геометрии : учеб. пособие. Ч. 2 / М. М. Постников .— Москва : Лань, 2009 .— 399, [1] с.— <URL:http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=319>.

Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы

Не используются

Материалы для лиц с ОВЗ

Весь контент ЭБС представлен в виде файлов специального формата для воспроизведения синтезатором речи, а также в тестовом виде, пригодном для прочтения с использованием экранной лупы и настройкой контрастности.

Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

Сайт зональной научной библиотеки УрФУ lib.urfu.ru

3. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Сведения об оснащённости дисциплины специализированным и лабораторным оборудованием и программным обеспечением

Таблица 3.1

№ п/п	Виды занятий	Оснащённость специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
1	Лекции	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная	
2	Практические занятия	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная	
3	Текущий контроль и промежуточная аттестация	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная	
4	Самостоятельная работа студентов	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Подключение к сети Интернет	

Специализированное лабораторное оборудование не требуется

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Примерные задания для проведения мини-контрольных в рамках учебных занятий

- 1 Определение нижнетреугольной матрицы.
- 2 Определение диагональной матрицы.
- 3 Определение скалярной матрицы.
- 4 Определение единичной матрицы.
- 5 Определение суммы матриц.
- 6 Определение произведения матрицы на число.
- 7 Определение транспонированной матрицы.
- 8 Определение произведения строки и столбца.
- 9 Определение произведения матриц.
- 10 Определение значения многочлена от матрицы.
- 11 Свойства линейных операций над матрицами.
- 12 Свойства умножения матриц.
- 13 Свойства транспонирования матриц.
- 14 Определение обратимой матрицы.
- 15 Определение обратной матрицы.
- 16 Свойства обратимых матриц.
- 17 Определение минора элемента определителя порядка n .
- 18 Определение алгебраического дополнения элемента определителя порядка n .
- 19 Формула разложения определителя порядка n по первой строке.
- 20 Формула для вычисления определителя 2-го порядка.
- 21 Формула для вычисления определителя 3-го порядка.
- 22 Свойство аддитивности определителя по строке.
- 23 Свойство аддитивности определителя по столбцу.
- 24 Свойство однородности определителя по строке.
- 25 Свойство однородности определителя по столбцу.
- 26 Принцип равноправия строк и столбцов в определителе.
- 27 Определитель транспонированной матрицы.
- 28 Определитель произведения матриц.
- 29 Определитель матрицы с двумя одинаковыми столбцами.
- 30 Определение присоединенной матрицы.
- 31 Формула для обращения матрицы 2-го порядка.
- 32 Формула для обращения матрицы с помощью присоединенной матрицы.
- 33 Определение крамеровской системы линейных уравнений.
- 34 Формулировка теоремы Крамера.

Примерные контрольные задачи в рамках учебных занятий

- 1 Вычислить значение многочлена $x^3 + 2x^2 - 3x + 6$ от матрицы $\begin{pmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$.
- 2 Решить матричное уравнение $\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 4 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 6 & 10 \end{pmatrix}$.
- 3 Найти обратную матрицу к матрице $\begin{pmatrix} 0 & -2 & -1 \\ -1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$.

$$\begin{vmatrix} 5 & 3 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 1 & 3 \\ -2 & 3 & 2 & 1 \\ 6 & 5 & 7 & -8 \end{vmatrix}$$

- 4 Вычислить определитель
- 5 Решить систему линейных уравнений $2x_1 + 4x_2 - x_4 = 0$, $6x_2 - 2x_3 + x_4 = 0$.
- 6 Убедиться, что отображение пространства R^4 на R^3 , сопоставляющее строке (x_1, x_2, x_3, x_4) строку $(x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 4x_4, x_1 - x_2 + x_4, x_1 - 2x_2 + x_3 + 2x_4)$, является линейным отображением.

Найти матрицу отображения, указанного в задании 2, в стандартных базисах пространств R^4 и R^3 .

- 7 Убедиться, что существует единственное линейное отображение пространства R^4 на R^3 , которое переводит векторы $a_1 = (1, 2, 3, 4)$, $a_2 = (2, 3, 4, 5)$, $a_3 = (3, 4, 6, 6)$, $a_4 = (4, 5, 6, 8)$ в векторы $b_1 = (1, 2, 3)$, $b_2 = (3, 2, 1)$, $b_3 = (2, 1, 3)$, $b_4 = (4, 2, 5)$ и найти его матрицу в стандартных базисах пространств R^4 и R^3 .
- 8 Найти образ вектора $a = (1, 2, 3, 4)$ при линейном отображении пространства R^4 на R^3 ,

которое имеет в стандартных базисах пространств R^4 и R^3 матрицу $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$.

- 9 Пусть линейное отображение пространства R^4 на R^3 имеет в стандартных базисах

пространств R^4 и R^3 матрицу $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 2 & 3 \\ 3 & -2 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$. Найти матрицу этого отображения в базисах $a_1 = (1, 2, 3, 4)$, $a_2 = (2, 3, 4, 5)$, $a_3 = (3, 4, 6, 6)$, $a_4 = (4, 5, 6, 8)$ и $b_1 = (1, 2, 1)$, $b_2 = (2, 2, 1)$, $b_3 = (4, 3, 1)$.

Перечень примерных вопросов для экзамена

1. Матрицы и действия над ними. Свойства действий над матрицами.
2. Определение определителя, Его свойства.
3. Обратная матрица и ее нахождение. Приложение к решению систем линейных уравнений. Формулы Крамера.
4. Векторное пространство. Линейная зависимость и независимость векторов.
5. Конечномерные пространства. Базис в векторном пространстве. Размерность.
6. Теорема об изоморфизме векторных пространств.
7. Подпространства. Сумма и пересечение подпространств.
8. Прямая сумма подпространств.
9. Ранг матрицы по строкам, по столбцам и по минорам. Теорема о ранге.
10. Ранг произведения матриц.
11. Теорема Кронекера-Капелли.
12. Пространство решений однородной системы линейных уравнений, его базис и размерность.
13. Линейное отображение и его матрица в базисах.
14. Координаты образа вектора.
15. Изменение матрицы отображения при замене базисов.
16. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
17. Операторы простой структуры.
18. Образ и ядро линейного оператора.
19. Евклидово пространство. Длина вектора. Неравенство Коши-Буняковского. Угол между векторами.
20. Ортонормированный базис. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.
21. Ортогональное дополнение.

22. Самосопряженные операторы и симметрические матрицы.
23. Билинейные и квадратичные формы. Матричная запись. Замена переменных.
24. Приведение квадратичных форм к каноническому виду, метод Лагранжа.
25. Приведение квадратичных форм к главным осям.
26. Положительно определенные квадратичные формы.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Теория функций комплексного
переменного

Рабочая программа дисциплины составлена авторами:

№ п/п	Фамилия Имя Отчество	Ученая степень, ученое звание	Должность	Подразделение
1	Алексеева Ульяна Алексеевна	кандидат физико- математических наук, доцент	Доцент	Кафедра математического анализа и теории функций

Рекомендовано учебно-методическим советом института естественных наук и математики

1. СОДЕРЖАНИЕ И ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ

Авторы:

- Алексеева Ульяна Алексеевна, Доцент кафедры математического анализа

1.1. Технологии реализации, используемые при изучении дисциплины модуля

- Традиционная (репродуктивная) технология

1.2. Содержание дисциплины

Таблица 1.1

Код раздела, темы	Раздел, тема дисциплины*	Содержание
I	Комплексные числа	Комплексное число. Комплексная плоскость. Топология комплексной плоскости. Сфера Римана и расширенная комплексная плоскость. Предел последовательности. Числовые ряды.
II	Комплексная функция комплексного переменного	Комплексная функции комплексного переменного; ее действительная и мнимая части, модуль и аргумент, геометрический смысл аргумента и модуля производной. Предел функции в точке. Непрерывность. Производная функции комплексного переменного. Аналитические (голоморфные) функции; понятие о конформных отображениях. Уравнения Коши–Римана. Геометрический смысл производной. Гармонические функции. Элементарные функции: степенная функция и корень n-ой степени, дробно-линейное отображение, экспоненциальная функция и логарифм, тригонометрические и гиперболические функции, функция Жуковского.
III	Интегрирование функций	Интеграл от функции комплексного переменного по спрямляемой кривой; связь с криволинейными интегралами (второго рода) от функций действительных переменных; сведение интеграла по гладкой (кусочно-гладкой) кривой к интегралу Римана по отрезку. Первообразная; формула Ньютона–Лейбница. Интегральная теорема Коши для простого и составного контуров. Интегральная формула Коши. Интеграл типа Коши. Бесконечная дифференцируемость аналитической функции. Формула Коши для производных аналитической функции.
IV	Аналитические функции	Степенные ряды. Теорема Абеля; область сходимости (круг и радиус сходимости) степенного ряда; формула Коши–Адамара для вычисления радиуса сходимости ряда. Характер сходимости степенного ряда в круге сходимости. Аналитичность суммы степенного ряда; выражение коэффициентов степенного ряда через его сумму; ряд Тейлора. Разложение функции, аналитической в круге, в степенной ряд; связь радиуса сходимости ряда Тейлора функции с геометрией области аналитичности функции. Действия со степенными рядами. Теорема Лиувилля для целых функций. Теорема единственности для аналитических функций. Принцип максимума модуля. Лемма Шварца.
V	Ряд Лорана. Теория вычетов.	Ряд Лорана; кольцо сходимости; аналитичность суммы ряда Лорана; выражение коэффициентов ряда Лорана

		через его сумму. Разложение функции, аналитической в кольце, в ряд Лорана. Изолированные особые точки. Классификация особых точек. Бесконечно удаленная точка как особая точка. Вычеты. Вычисление вычетов. Теорема Коши о вычетах. Вычисление вычета относительно полюса.
VI	Применение теории вычетов к вычислению интегралов	Вычисление несобственных интегралов от функций действительного переменного при помощи теории вычетов: интеграл от рациональной функции $R(x)$; интеграл от функции вида $R(x)\cos(ax)$, $R(x)\sin(ax)$; интеграл от функции вида $R(x)\ln a(x)$; интеграл от функции вида $R(x)\ln b(x)$.

1.3. Программа дисциплины реализуется на государственном языке Российской Федерации (русский).

2. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Электронные ресурсы (издания)

Не используются

Печатные издания

Основная литература

- 1 Маркушевич, А. И. Теория аналитических функций / А.И. Маркушевич .— Москва : Наука, 1968 .— 626 с. — <URL:<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=439146>>.
- 2 Сидоров, Ю. В. Лекции по теории функций комплексного переменного : [учебник для инж.-физ. и физ.-техн. спец. вузов] / Ю. В. Сидоров, М. В. Федорюк, М. И. Шабунин .— 3-е изд., испр. — Москва : Наука, 1989 .— 477 с. — 54 экз.
- 3 Волковыский, Л. И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного / Л.И. Волковыский ; Г.Л. Лунц ; И.Г. Араманович .— 4-е изд., перераб. — Москва : Физматлит, 2002 .— 313 с.— <URL:<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=68541>>.

Дополнительная литература

- 1 Шабат, Борис Владимирович. Введение в комплексный анализ : [учебник для механико-математических факультетов университетов : в 2 частях] / Б. В. Шабат .— Изд. 2-е, перераб. и доп. — Москва : Наука, 1976. — 27 экз.

Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы

Не используются

Материалы для лиц с ОВЗ

Весь контент ЭБС представлен в виде файлов специального формата для воспроизведения синтезатором речи, а также в тестовом виде, пригодном для прочтения с использованием экранной лупы и настройкой контрастности.

Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

Ресурсы библиотеки УрФУ <http://lib.urfu.ru/>

3. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Сведения об оснащённости дисциплины специализированным и лабораторным оборудованием и программным обеспечением

Таблица 3.1

№ п/п	Виды занятий	Оснащённость специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
1	Лекции	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная	
2	Практические занятия	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная	
3	Текущий контроль и промежуточная аттестация	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная	
4	Самостоятельная работа студентов	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Подключение к сети Интернет	

Специализированное лабораторное оборудование не требуется

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Примерные задания для проведения мини-контрольных в рамках учебных занятий

1 Решить уравнение $z^4 = -16$.

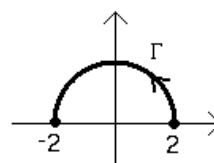
2 Выяснить, какое множество точек на плоскости удовлетворяет неравенству $0 < \arg(z - 1 + 3i) < \frac{\pi}{2}$.

3 Найти все решения уравнения $\sin z = \frac{5}{3}$.

4 Вычислить $\operatorname{Ln}(1+i)$.

5 Восстановить аналитическую функцию f по заданной действительной части $\operatorname{Re} f = e^x(x \cos y - y \sin y)$, $f(0) = 0$.

6 Вычислить интеграл $\int_{\Gamma} (z^3 + 1) dz$ по контуру Γ .



7 Вычислить интеграл $\int_{|z|=8} \frac{z^{20} dz}{z^{19} + 3}$.

8 Пусть $f(z) = \sum_{n=-\infty}^4 3^n z^n$. Определить область сходимости и тип особой точки ∞ . Сходится ли ряд равномерно?

9 Разложить функцию $\frac{z}{(z^2 + 1)(z + 2)}$ в ряд Лорана в кольце $1 < |z| < 2$.

10 Вычислить интеграл $\oint_{|z|=5} \frac{dz}{z(\operatorname{ch} z + 4)^2}$.

Примерные контрольные задачи в рамках учебных занятий

1 Решить уравнение $z^3 = -i$.

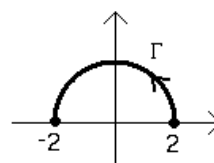
2 Выяснить, какое множество точек на плоскости удовлетворяет условию $0 < \arg\left(\frac{i-z}{z+8}\right) < \frac{\pi}{2}$.

3 Найти все решения уравнения $\cos^2 z = \frac{9}{4}$.

4 Вычислить $(1+i)^{2i-4}$.

5 Восстановить аналитическую функцию f по заданной действительной части $\operatorname{Re} f = x^2 - y^2 + y$, $f(0) = 0$.

6 Вычислить интеграл $\int_{\Gamma} (z^3 + z\bar{z}) dz$ по контуру Γ .



7 Вычислить интеграл $\int_{|z|=2} \frac{z^{20} dz}{(z^{10} + 3)z}$.

$$f(z) = \sum_{n=-\infty}^4 \frac{z^n}{2^n}.$$

8 Пусть $f(z) = \sum_{n=-\infty}^4 \frac{z^n}{2^n}$. Определить область сходимости и тип особых точек 0 и ∞ . Сходится ли ряд равномерно?

9 Разложить функцию $\frac{z}{(z^2+1)(z^2+4)}$ в ряд Лорана в областях $|z| < 1$, $|z| > 2$ и в кольце $1 < |z| < 2$.

10 Вычислить интеграл $\int_{|z|=1} z^2 \sin z \sin \frac{1}{z} dz$.

11 Вычислить интеграл $\int_{|z|=2} z \cos \frac{z}{z+1} dz$.

12 Вычислить интеграл $\int_{(0,+\infty)} \frac{x - \sin x}{x^3(x^2+a^2)} dx$.

13 Вычислить интеграл $\int_0^{+\infty} \frac{x^\alpha \ln x}{x^2+1} dx$.

14 Вычислить интеграл $\int_0^{+\infty} \frac{\ln x}{(x^2+1)(x^2+4)} dx$.

15 Вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{x^\alpha(x^2+1)} dx$.

Перечень примерных вопросов для экзамена

- 1 Различные представления комплексного числа Модуль и аргумент комплексного числа, сопряжённое комплексное число.
- 2 Формулы Эйлера, формула Муавра, формула корня n-й степени из комплексного числа.
- 3 Понятие сходящейся последовательности комплексных чисел. Критерий сходимости последовательности комплексных чисел.
- 4 Понятие бесконечно большой последовательности комплексных чисел. Свойства бесконечно больших последовательностей. Понятие расширенной комплексной плоскости и стереографической проекции.
- 5 Понятие области, замкнутой области, односвязной и многосвязной области.
- 6 Понятие однозначной функции, однолистной функции.
- 7 Определение предела функции. Критерий существования предела функции.
- 8 Понятие непрерывности функции в точке, на множестве.
- 9 Определения производной и дифференцируемости функции в точке. Критерии дифференцируемости функции. Условия Коши-Римана (три формы).
- 10 Понятие аналитической функции. Операции над аналитическими функциями.
- 11 Понятие гармонической функции, сопряжённых функций. Связь функций $\operatorname{Re} f(z)$ и $\operatorname{Im} f(z)$.
- 12 Геометрический смысл производной. Понятие конформного отображения в точке, на множестве.
- 13 Понятие кривой на комплексной плоскости; положительное и отрицательное направление на кривой. Понятие простой, замкнутой, гладкой, кусочно-гладкой кривой, замкнутого контура, неограниченной кривой.
- 14 Определение интеграла от функции комплексного переменного по кривой в комплексной плоскости. Элементарные свойства интегралов.
- 15 Интегральная теорема Коши; её следствия.
- 16 Определение первообразной; свойства первообразных. Теорема о существовании первообразной.
- 17 Интегральная формула Коши. Формула среднего значения.
- 18 Принцип максимума модуля аналитической функции.
- 19 Теорема о дифференцируемости интеграла, зависящего от параметра. Свойство бесконечной дифференцируемости аналитической функции; формулы производных.
- 20 Теоремы Лиувилля, Теорема Морера.
- 21 Понятие сходящегося, равномерно сходящегося функционального ряда; необходимые и достаточные условия равномерной сходимости. Теоремы о непрерывности и интегрируемости суммы функционального ряда.

- 22 Теоремы Вейерштрасса о рядах.
- 23 Понятие степенного ряда. Теорема Абеля, определение радиуса сходимости степенного ряда; область сходимости степенного ряда. Функциональные свойства суммы степенного ряда. Теорема Тейлора.
- 24 Понятие ряда Лорана; область сходимости ряда Лорана. Теорема Лорана.
- 25 Понятие особой точки аналитической функции; классификация и характеристика особых точек.
- 26 Ряд Лорана в окрестности бесконечно удалённой точки; правильная и главная части ряда Лорана. Вычет функции в конечной особой точке, в бесконечно удалённой точке.
- 27 Основная теорема о вычетах. Теорема о сумме вычетов.
- 28 Лемма Жордана.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Векторный и тензорный анализ

Рабочая программа дисциплины составлена авторами:

№ п/п	Фамилия Имя Отчество	Ученая степень, ученое звание	Должность	Подразделение
1	Петров Владислав Павлович	кандидат физико- математических наук, доцент	доцент	Кафедра физики конденсированного состояния и наноразмерных систем

Рекомендовано учебно-методическим советом института естественных наук и математики

1. СОДЕРЖАНИЕ И ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ

Авторы:

- Петров Владислав Павлович, доцент кафедры физики конденсированного состояния и наноразмерных систем

1.1. Технологии реализации, используемые при изучении дисциплины модуля

- Традиционная (репродуктивная) технология

1.2. Содержание дисциплины

Таблица 1.1

Код раздела, темы	Раздел, тема дисциплины*	Содержание
P1	Введение	Инвариантность физических законов при пространственно-временных преобразованиях и аппарат тензорного исчисления.
P2	Тензорная алгебра	Свойства матрицы ортогонального преобразования координат. Тензор. Операции тензорной алгебры. Инвариантные единичные тензоры второго и третьего рангов. Инварианты тензора второго ранга. Главные оси тензора. Тензор в произвольном базисе. Контра- и ковариантные координаты тензора. Метрический тензор. Спиноры. Примеры использования тензорной (спинорной) алгебры в физике.
P3	Применение тензорного исчисления в кристаллофизике	Полевые и материальные тензоры при описании физических явлений. Симметрия кристаллов. Принципы Неймана и Кюри. Примеры использования тензорного исчисления в кристаллофизике.
P4	Тензорный анализ	Тензорная функция скалярного аргумента. Тензорное поле. Дифференцирование тензорного поля. Ковариантное дифференцирование. Интегральные теоремы.

1.3. Программа дисциплины реализуется на государственном языке Российской Федерации (русский).

2. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Электронные ресурсы (издания)

Не используются

Печатные издания

Основная литература

- 1 Батыгин, В. В. Сборник задач по электродинамике : [для вузов] / В. В. Батыгин, И. Н. Топтыгин ; под ред. М. М. Бредова .— Изд. 2-е, испр. и доп. — Москва : Наука, 1970 .— 503 с. — <URL:http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_cid=25&p11_id=544>.
- 2 Акивис, М. А. Тензорное исчисление / М.А. Акивис ; В.В. Гольдберг .— 3-е изд., перераб. — Москва : Физматлит, 2005 .— 305 с. — <URL:<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=67297>>
- 3 Гордиенко, А. Б. Основы векторного и тензорного анализа : учебное пособие / А.Б. Гордиенко ; М.Л. Золотарев ; Н.Г. Кравченко .— Кемерово : Кемеровский государственный университет, 2009 .— 133 с.— <URL:<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=232488>>.

- 4 Переломова, Н. В. Кристаллофизика. Сборник задач с решениями : / Переломова Н.В., Тагиева М.М. — Москва : МИСИС, 2013 .—
 <URL:http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=47467>.

Дополнительная литература

- 1 Най, Дж. Ф. Физические свойства кристаллов и их описание при помощи тензоров и матриц / Дж. Ф. Най ; пер. с англ. Л. А. Шувалова .— 2-е изд. — М. : Мир, 1967 .— 385 с. — 7 экз.

Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы

Не используются

Материалы для лиц с ОВЗ

Весь контент ЭБС представлен в виде файлов специального формата для воспроизведения синтезатором речи, а также в тестовом виде, пригодном для прочтения с использованием экранной лупы и настройкой контрастности.

Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

- 1 Электронные ресурсы образовательного портала edu.ru.
- 2 Электронная библиотека УрФУ oras.urfu.ru
- 3 Портал информационно-образовательных ресурсов УрФУ study.urfu.ru

3. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Сведения об оснащённости дисциплины специализированным и лабораторным оборудованием и программным обеспечением

Таблица 3.1

№ п/п	Виды занятий	Оснащённость специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
1	Лекции	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная Демонстрационное оборудование и мультимедийный проектор для сопровождения лекций	Microsoft Windows 7 по программе Desktop Education ALNG LicSAPk MVL B Faculty EES. Договор 43-12/1864-2018 от 05.12.2018 Браузер Google Chrome – свободное ПО; Браузер Mozilla Firefox – свободное ПО; MS Office 2007/2010 - лицензия № 42095516, срок действия – б/с
2	Практические занятия	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная Компьютерные классы	Microsoft Windows 7 по программе Desktop Education ALNG LicSAPk MVL B Faculty EES. Договор 43-12/1864-2018 от 05.12.2018 Браузер Google Chrome – свободное ПО; Браузер Mozilla Firefox – свободное ПО; MS Office 2007/2010 - лицензия № 42095516, срок действия – б/с
3	Текущий контроль и промежуточная аттестация	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в	

		соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная	
4	Самостоятельная работа студентов	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Подключение к сети Интернет	

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Перечень примерных вопросов для экзамена

- 1 Инвариантность физических законов при пространственно-временных преобразованиях.
- 2 Свойства матрицы ортогонального преобразования координат.
- 3 Тензор.
- 4 Операции тензорной алгебры.
- 5 Инвариантные единичные тензоры второго и третьего рангов.
- 6 Инварианты тензора второго ранга.
- 7 Главные оси тензора.
- 8 Тензор в произвольном базисе.
- 9 Контра- и ковариантные координаты тензора.
- 10 Метрический тензор.
- 11 Спиноры.
- 12 Примеры использования тензорной (спинорной) алгебры в физике.
- 13 Полевые и материальные тензоры при описании физических явлений.
- 14 Симметрия кристаллов.
- 15 Принципы Неймана и Кюри.
- 16 Примеры использования тензорного исчисления в кристаллофизике.
- 17 Тензорная функция скалярного аргумента.
- 18 Тензорное поле.
- 19 Дифференцирование тензорного поля.
- 20 Ковариантное дифференцирование.
- 21 Интегральные теоремы.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Теория вероятностей и математическая
статистика

Рабочая программа дисциплины составлена авторами:

№ п/п	Фамилия Имя Отчество	Ученая степень, ученое звание	Должность	Подразделение
1	Овчинников Александр Сергеевич	доктор физико- математических наук	Доцент	Кафедра теоретической и математической физики

Рекомендовано учебно-методическим советом института естественных наук и математики

1. СОДЕРЖАНИЕ И ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ

Авторы:

- Овчинников Александр Сергеевич, Доцент кафедры теоретической и математической физики

1.1. Технологии реализации, используемые при изучении дисциплины модуля

- Традиционная (репродуктивная) технология

1.2. Содержание дисциплины

Таблица 1.1

Код раздела, темы	Раздел, тема дисциплины*	Содержание
P1	Алгебра событий и вероятность	Классификация событий. Алгебра событий. Аксиоматическая схема. Классическое определение вероятности. Геометрическое определение вероятности. Правила комбинаторики.
P2	Алгебра вероятностей	Сложение вероятностей (а) попарно независимых событий (б) любых двух событий. Условная вероятность. Взаимно независимые события. Сложение вероятностей для n независимых событий. Формула полной вероятности и формула Байеса. Схема Бернулли. Биномиальная вероятность. Теорема Пуассона для предела биномиальной вероятности. Функция Лапласа, ее производная. Локальная и интегральная формулы Муавра-Лапласа для биномиальных вероятностей их суммы.
P3	Случайные величины и их числовые характеристики	Дискретная случайная величина. Формы задания закона распределения дискретной случайной величины. Непрерывная случайная величина. Связь функции распределения с ее плотностью. Свойства плотности вероятности. Законы распределения: биномиальный, Пуассона, нормальный. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Медиана и мода. Начальные и центрированные моменты случайной величины.
P4	Предельные теоремы	Первое и второе неравенство Чебышева. Теоремы Чебышева и Бернулли. Центральная предельная теорема для случая одинаково распределенных слагаемых.
P5	Дискретные цепи Маркова	Классификация марковских цепей. Критерий возвратности состояний. Случайные блуждания на решетке.
P6	Выборка и характеристики ее распределения	Генеральная совокупность. Вариационный и статистический ряд. Эмпирическая функция распределения. Числовые характеристики рассеяния. Асимметрия. Эксцесс. Гистограмма.
P7	Интервальное оценивание числовых характеристик и проверка статистических гипотез	Распределение Стьюдента и хи-квадрат. Случайные блуждания на решетке. Критерий согласия Пирсона (хи-квадрат). Доверительный интервал для среднего нормально распределенной величины.

1.3. Программа дисциплины реализуется на государственном языке Российской Федерации (русский).

2. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Электронные ресурсы (издания)

Не используются

Печатные издания

Основная литература

- 1 Боровков А. А. Математическая статистика [Текст] : учеб. / А. А. Боровков .— Москва : Лань, 2010 .— 704 с.— <URL:http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=3810>.
- 2 Боровков, А. А. Теория вероятностей : [учебное пособие для математических и физических специальностей вузов] / А. А. Боровков .— Москва : Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1976 .— 352 с. — 37 экз.
- 3 Свешников, А. А. Прикладные методы теории вероятностей [Текст] : учеб. / А. А. Свешников; под ред. О. И. Зайца .— Москва : Лань, 2012 .— 480 с.—
[URL:http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=3184](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=3184)>.
- 4 Кобзарь, А. И. Прикладная математическая статистика : / А. И. Кобзарь .— Москва : Физматлит, 2012 .— 816 с.— <URL:http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=59747>.
- 5 Зубков, А. М. Сборник задач по теории вероятностей : учеб. пособие / А. М. Зубков, Б. А. Севастьянов, В. П. Чистяков .— Москва : Лань, 2009 .— 317 с.—
<URL:http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=154>.

Дополнительная литература

- 1 Гнеденко, Б. В. Курс теории вероятностей : Учебник для вузов / Б. В. Гнеденко .— 6-е изд., перераб. и доп. — М. : Наука : ФИЗМАТЛИТ, 1988 .— 448 с. — 108 экз.
- 2 Семенчин, Е. А. Теория вероятностей в примерах и задачах : [учеб. пособие для вузов] / Е. А. Семенчин .— СПб. [и др.] : Лань, 2007 .— 351 с. — 20 экз.
- 3 Чистяков, В. П. Курс теории вероятностей / В. П. Чистяков .— Москва : Наука, 1978 .— 252, с. — 43 экз.
- 4 Сборник задач по теории вероятностей, математической статистике и теории случайных функций : учеб. пособие / [Б. Г. Володин, М. П. Ганин, И. Я. Динер и др.] ; под общ. ред. А. А. Свешникова .— Изд. 3-е, перераб. — Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2007 .— 448 с.— 200 экз
- 5 Севастьянов, Б. А. Курс теории вероятностей и математической статистики : учебник для вузов / Б. А. Севастьянов .— М. : Наука, Гл. ред. физ.-мат. лит., 1982 .— 255 с.— 31 экз.
- 6 Ширяев, А. Н. Вероятность-1 : Элементарная теория вероятностей. Математические основания. Предельные теоремы : учебник / А.Н. Ширяев .— Изд. 4-е, перераб. и доп. — Москва : МЦНМО, 2007 .— 552 с.— <URL:<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=63256>>.
- 7 Феллер, В. Введение в теорию вероятностей и ее приложения / В. Феллер .— Изд. 2-е .— Москва : Мир, 1967 .— 496 с. — <URL:<http://biblioclub.ru/index.php?page=book&id=458324>>.

Методические разработки

- 1 А.В. Кузнецов, А.С. Овчинников, Теория вероятностей. Методическое руководство по изучению курса и решению задач для студентов 2 курса физического факультета. Екатеринбург. Изд-во Уральского университета, 2005.

Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы

Не используются

Материалы для лиц с ОВЗ

Весь контент ЭБС представлен в виде файлов специального формата для воспроизведения синтезатором речи, а также в тестовом виде, пригодном для прочтения с использованием экранной лупы и настройкой контрастности.

Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

- 1 Электронные ресурсы образовательного портала edu.ru.
- 2 Электронная библиотека УрФУ oras.urfu.ru
- 3 Портал информационно-образовательных ресурсов УрФУ study.urfu.ru
- 4 Wolfram Alpha – <http://alpha.wolfram.com>

3. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Сведения об оснащённости дисциплины специализированным и лабораторным оборудованием и программным обеспечением

Таблица 3.1

№ п/п	Виды занятий	Оснащённость специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
1	Лекции	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная Демонстрационное оборудование и мультимедийный проектор для сопровождения лекций	Microsoft Windows 7 по программе Desktop Education ALNG LicSAPk MVL B Faculty EES. Договор 43-12/1864-2018 от 05.12.2018 Браузер Google Chrome – свободное ПО; Браузер Mozilla Firefox – свободное ПО; MS Office 2007/2010 - лицензия № 42095516, срок действия – б/с
2	Практические занятия	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная Компьютерные классы	Microsoft Windows 7 по программе Desktop Education ALNG LicSAPk MVL B Faculty EES. Договор 43-12/1864-2018 от 05.12.2018 Браузер Google Chrome – свободное ПО; Браузер Mozilla Firefox – свободное ПО; MS Office 2007/2010 - лицензия № 42095516, срок действия – б/с
3	Текущий контроль и промежуточная аттестация	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная	
4	Самостоятельная работа студентов	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Подключение к сети Интернет	

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Перечень примерных вопросов для зачета

- 1 Классическое определение вероятности. Геометрическая вероятность. Свойства вероятности.
- 2 Комбинаторный принцип умножения. Соединения. Размещения. Перестановки с повторениями.
- 3 Аксиоматическое определение вероятности. Вероятностное пространство.
- 4 Сложение вероятностей (а) попарно независимых событий (б) любых двух событий.
- 5 Условная вероятность.
- 6 Взаимно независимые события. Сложение вероятностей для n независимых событий.
- 7 Формула полной вероятности и формула Байеса.
- 8 Схема Бернулли. Биномиальная вероятность.
- 9 Теорема Пуассона для предела биномиальной вероятности.
- 10 Функция Лапласа, ее производная. Локальная и интегральная формулы Муавра-Лапласа для биномиальных вероятностей их суммы.
- 11 Дискретная случайная величина. Формы задания закона распределения дискретной случайной величины.
- 12 Непрерывная случайная величина. Связь функции распределения с ее плотностью. Свойства плотности вероятности.
- 13 Законы распределения: биномиальный, Пуассона, нормальный.
- 14 Математическое ожидание и дисперсия случайной величины. Медиана и мода. Начальные и центрированные моменты случайной величины.
- 15 Первое и второе неравенство Чебышева.
- 16 Теоремы Чебышева и Бернулли.
- 17 Центральная предельная теорема для случая одинаково распределенных слагаемых.
- 18 Классификация марковских цепей.
- 19 Критерий возвратности состояний.
- 20 Распределение Стьюдента и хи-квадрат.
- 21 Случайные блуждания на решетке.
- 22 Критерий согласия Пирсона (хи-квадрат) .
- 23 Доверительный интервал для среднего нормально распределенной величины.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ
Дифференциальные уравнения

Рабочая программа дисциплины составлена авторами:

№ п/п	Фамилия Имя Отчество	Ученая степень, ученое звание	Должность	Подразделение
1	Бострем Ирина Геннадьевна	Кандидат физико- математических наук, доцент	Доцент	Кафедра теоретической и математической физики

Рекомендовано учебно-методическим советом института естественных наук и математики

1. СОДЕРЖАНИЕ И ОСОБЕННОСТИ РЕАЛИЗАЦИИ ДИСЦИПЛИНЫ

Авторы:

- Бострем Ирина Геннадьевна Доцент кафедры теоретической и математической физики

1.1. Технологии реализации, используемые при изучении дисциплины модуля

- Традиционная (репродуктивная) технология

1.2. Содержание дисциплины

Таблица 1.1

Код раздела, темы	Раздел, тема дисциплины*	Содержание
P1	Основные понятия об обыкновенных дифференциальных уравнениях (ОДУ)	Примеры. Основные определения: общее, частное, особое решение. Интегральная кривая. Понятие о задаче Коши и граничной задаче. Геометрическая интерпретация решений.
P2	Элементарные методы интегрирования ОДУ первого порядка	Уравнения, разрешенные относительно производной. Метод разделения переменных. Сведение к этому методу посредством замены аргумента и функции. Линейные уравнения и уравнение Бернулли. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Метод введения параметров. Уравнения Клеро и Лагранжа.
P3	Существование и единственность решения задачи Коши для ОДУ первого порядка	Сведение задачи Коши к решению интегрального уравнения. Операторная формулировка этого уравнения. Метрическое пространство. Предел последовательности точек этого пространства и его свойства. Полное метрическое пространство. Принцип сжатых отображений. Теорема Пикара о существовании и единственности решения задачи Коши для ОДУ первого порядка, разрешенного относительно производной. Непрерывная зависимость решения от параметров и начальных условий. Замечания и дополнения к теореме Пикара. Особые точки и особые решения. Теорема Пикара для ОДУ первого порядка, не разрешенного относительно производной (без доказательства). Особые точки и особые решения в этом случае.
P4	ОДУ n -го порядка	Сведение к системе ОДУ первого порядка. Постановка задачи Коши. Теорема Пикара для системы ОДУ первого порядка (без доказательства). Элементарные методы интегрирования ОДУ n -го порядка
P5	Линейные ОДУ n -го порядка (ЛДУ)	Теорема Пикара. Свойства решений. Свойства решений однородного уравнения. Линейно-зависимые и независимые системы функций. Определитель Вронского и его свойства. Общее решение однородного уравнения. Фундаментальная система решений. Принцип суперпозиции. Общее решение однородного уравнения. Метод вариации постоянных. ЛДУ с постоянными коэффициентами. Подстановка Эйлера. Характеристическое уравнение. Построение фундаментальной системы решений в случае вещественных, комплексных (простых и кратных)

		корней. Уравнение колебаний. Метод неопределенных коэффициентов.
P6	Системы ЛДУ первого порядка	Теорема Пикара. Свойства решений. Свойства решений однородной системы. Линейно зависимые и независимые системы функций. Определитель Вронского и его свойства. Общее решение однородной системы. Фундаментальная система решений. Принцип суперпозиции. Общее решение неоднородной системы. Метод вариации постоянных. Системы ЛДУ первого порядка с постоянными коэффициентами. Подстановка Эйлера. Характеристическое уравнение. Построение фундаментальной системы решений в случае вещественных, комплексных (простых и кратных) корней. Сведение к ЛДУ n -го порядка. Метод неопределенных коэффициентов.
P7	ЛДУ n -го порядка с переменными коэффициентами	Формула Остроградского–Лиувилля. Приведение уравнения к упрощенному виду: самосопряженное уравнение и уравнение, не содержащее первой производной. Интегрирование уравнения с помощью степенных рядов. Уравнение Бесселя. Функции Бесселя первого и второго рода. Рекуррентные соотношения для функций Бесселя. Асимптотика функций Бесселя. Сферические функции Бесселя. Выражение сферических функций Бесселя через элементарные функции. Уравнение Лежандра. Частные случаи $n = 0, 1$. Полиномы Лежандра и функции Лежандра второго рода. Формула Родрига для полиномов Лежандра. Рекуррентные соотношения для полиномов Лежандра. Свойства полиномов Лежандра. Соотношение ортогональности. Присоединенные функции Лежандра и их свойства. Понятие о полиномах Лагерра и Эрмита.
P8	ДУ в частных производных первого порядка	Однородные ЛДУ в частных производных первого порядка. Простейший случай – две независимые переменные. Лемма о частных решениях этого уравнения. Общее решение. Геометрическая интерпретация. Постановка и решение задачи Коши. Обобщение на случай многих переменных.

1.3. Программа дисциплины реализуется на государственном языке Российской Федерации (русский).

2. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Электронные ресурсы (издания)

Не используются

Печатные издания

Основная литература

- 1 Демидович, Б. П. Дифференциальные уравнения [Текст] : .— Москва : Лань, 2008 .— 288 с. — (Классическая учебная литература по математике) .—
<URL:http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=126>.

- 2 Бибииков, Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Ю. Н. Бибииков .— Москва : Лань, 2011 .— 304 с.—
<URL:http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=1542>.
- 3 Шолохович, Ф. А. Лекции по дифференциальным уравнениям (университетский курс) : учеб. пособие для вузов / Ф. А. Шолохович .— Екатеринбург : Урал. изд-во, 2005 .— 232 с. – 420 экз.
- 4 Эльсгольц, Л. Э. Обыкновенные дифференциальные уравнения : Учеб. для вузов / Л. Э. Эльсгольц ; Оформ. С. Шапиро, А. Лапшина .— СПб. : Лань, 2002 .— 224 с. — 27 экз.
- 5 Филиппов, А. Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям / А. Ф. Филиппов ; НИЦ "Регулярная и хаотическая динамика" .— Москва ; Ижевск : R&C Dynamics : РХД, 2000 .— 176 с. — 104 экз.
- 6 Тихонов, А. Н. Дифференциальные уравнения : Учебник для вузов / А. Н. Тихонов, А. Б. Васильева, А. Г. Свешников .— М. : Наука : ФИЗМАТЛИТ, 1980 .— 230 с. — 97 экз.

Дополнительная литература

1. Зайцев, В.Ф. Справочник по обыкновенным дифференциальным уравнениям .— Москва : Физматлит, 2001 .— 576 с. —
<URL:http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=2368>.

Профессиональные базы данных, информационно-справочные системы

Не используются

Материалы для лиц с ОВЗ

Весь контент ЭБС представлен в виде файлов специального формата для воспроизведения синтезатором речи, а также в тестовом виде, пригодном для прочтения с использованием экранной лупы и настройкой контрастности.

Базы данных, информационно-справочные и поисковые системы

- 1 Электронные ресурсы образовательного портала edu.ru.
- 2 Электронная библиотека УрФУ oras.urfu.ru
- 3 Портал информационно-образовательных ресурсов УрФУ study.urfu.ru
- 4 Wolfram Alpha – <http://alpha.wolfram.com>

3. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Сведения об оснащённости дисциплины специализированным и лабораторным оборудованием и программным обеспечением

Таблица 3.1

№ п/п	Виды занятий	Оснащённость специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Перечень лицензионного программного обеспечения. Реквизиты подтверждающего документа
1	Лекции	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная Демонстрационное оборудование и мультимедийный проектор для сопровождения лекций	Microsoft Windows 7 по программе Desktop Education ALNG LicSAPk MVL B Faculty EES. Договор 43-12/1864-2018 от 05.12.2018 Браузер Google Chrome – свободное ПО; Браузер Mozilla Firefox – свободное ПО; MS Office 2007/2010 - лицензия № 42095516, срок действия – б/с
2	Практические занятия	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в	Microsoft Windows 7 по программе Desktop Education ALNG LicSAPk MVL B Faculty

		соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная Компьютерные классы, приспособленные для тестирования в режиме on-line	ЕЕС. Договор 43-12/1864-2018 от 05.12.2018 Браузер Google Chrome – свободное ПО; Браузер Mozilla Firefox – свободное ПО; MS Office 2007/2010 - лицензия № 42095516, срок действия – б/с
3	Текущий контроль и промежуточная аттестация	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Рабочее место преподавателя Доска аудиторная	
4	Самостоятельная работа студентов	Мебель аудиторная с количеством рабочих мест в соответствии с количеством студентов Подключение к сети Интернет	

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Перечень примерных вопросов для экзамена

- 1 Метрическое пространство. Аксиомы. Примеры
- 2 Предел последовательности точек метрического пространства. Свойства предела.
- 3 Полное метрическое пространство.
- 4 Принцип сжатых отображений.
- 5 Теорема Пикара для ДУ первого порядка, разрешенного относительно производной.
- 6 Непрерывная зависимость решения задачи Коши от начальных условий.
- 7 Замечания и дополнения к теореме Пикара. Упрощение условия Липшица. Линейное уравнение. Особые точки.
- 8 ДУ n -порядка. Сведение к системе ДУ первого порядка.
- 9 Теорема Пикара для системы ДУ первого порядка.
- 10 ЛДУ n -порядка. Задача Коши. Теорема Пикара.
- 11 ЛДУ n -порядка. Свойства решений однородного уравнения.
- 12 ЛДУ n -порядка. Определитель Вронского. Линейно-зависимые и независимые решения однородного уравнения.
- 13 ЛДУ n -порядка. Фундаментальная система решений однородного уравнения.
- 14 ЛДУ n -порядка. Общее решение однородного уравнения.
- 15 ЛДУ n -порядка. Общее решение неоднородного уравнения.
- 16 ЛДУ n -порядка. Метод вариации постоянных.
- 17 ЛДУ n -порядка. Уравнение с постоянными коэффициентами. Подстановка Эйлера. Случай простых корней.
- 18 ЛДУ n -порядка. Уравнение с постоянными коэффициентами. Подстановка Эйлера. Случай кратных корней.
- 19 Система ЛДУ первого порядка. Задача Коши. Теорема Пикара.
- 20 Система ЛДУ первого порядка. Свойства решений однородной системы.
- 21 Система ЛДУ первого порядка. Определитель Вронского. Линейно-зависимые и независимые решения однородной системы.
- 22 Система ЛДУ первого порядка. Фундаментальная система решений однородной системы.
- 23 Система ЛДУ первого порядка. Общее решение однородной системы.
- 24 Система ЛДУ первого порядка. Общее решение неоднородной системы.
- 25 Система ЛДУ первого порядка. Метод вариации постоянных.
- 26 Система ЛДУ первого порядка. Системы с постоянными коэффициентами. Подстановка Эйлера.
- 27 ДУ в частных производных первого порядка ($n=2$). Лемма о частном решении.
- 28 ДУ в частных производных первого порядка ($n=2$). Общее решение. Решение задачи Коши.
- 29 ДУ в частных производных первого порядка ($n>2$). Частное и общее решение. Решение задачи Коши. Примеры.