

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего
образования «Уральский федеральный университет имени первого Президента России
Б.Н.Ельцина»

Институт радиоэлектроники и информационных технологий - РТФ
Департамент информационных технологий и автоматики



УТВЕРЖДАЮ
Проректор по учебной работе

С.Т. Князев

05 2018 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И ТЕНЗОРЫ

Рекомендована учебно-методическим советом Физико-технологического института
для направлений подготовки и специальностей:

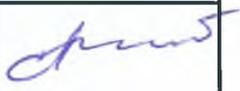
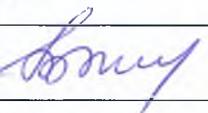
Код ОП	Направление/ Специальность	Направленность (профиль) программы магистратуры/ специализации	Номер учебного плана	Код дисциплины по учебному плану
14.05.01/02.01	Ядерные реакторы и материалы	Ядерные реакторы и материалы	5242	Б1.14
14.05.03/02.01	Технологии разделения изотопов и ядерное топливо	Технологии разделения изотопов и ядерное топливо	5224	Б1.14

Екатеринбург, 2018

Рабочая программа дисциплины составлена авторами:

№	ФИО	Ученая степень, ученое звание	Должность	Кафедра	Подпись
1	Чуксина Н.В.	к.ф.-м.н.	доцент	Департамент информационных технологий и автоматики	

Рабочая программа одобрена на заседании кафедр (учебно-методических советов):

№	Наименование кафедры (УМС)	Дата заседания	Номер протокола	ФИО зав. кафедрой	Подпись
1	Департамент информационных технологий и автоматики	11.04.18	№ 4	К.А. Аксенов	
2	Кафедра физики	11.03.2018	№ 3	В.И. Токманцев	

Согласовано:

Начальник отдела проектирования образовательных программ и организации учебного процесса


Р.Х. Токарева

Председатель учебно-методического совета ФТИ
Протокол № 9 от 11.05.2018 г.


В.В. Зверев



1 ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ДИСЦИПЛИНЫ «ЛИНЕЙНАЯ АЛГЕБРА И ТЕНЗОРЫ»

Рабочая программа дисциплины составлена в соответствии с Федеральными государственными образовательными стандартами высшего образования

Код направления/специальности	Название направления/специальности	Реквизиты приказа Министерства образования и науки Российской Федерации об утверждении и вводе в действие ФГОС ВО	
		Дата	Номер приказа
14.05.01/02.01	Ядерные реакторы и материалы	03.09.2016	№ 956
14.05.03/02.01	Технологии разделения изотопов и ядерное топливо	17.10.2016	№ 1292

1.1. Требования к результатам освоения дисциплины

Изучение дисциплины направлено на формирование компетенций:

Код направления/специальности	общекультурные компетенции (ОК) в соответствии с ФГОС ВО; общепрофессиональные компетенции (ОПК) в соответствии с ФГОС ВО; профессиональные компетенции (ПК) в соответствии с ФГОС ВО; дополнительные профессиональные компетенции (ДПК) по предложениям работодателей
14.05.01/02.01	– способность создавать теоретические и математические модели, описывающие нейтронно-физические процессы в реакторах, процессы гидродинамики и тепломассопереноса в активных зонах или воздействие ионизирующего излучения на материалы, человека и объекты окружающей среды, системы учета, контроля ядерных материалов (ПК-1); – готовность решать инженерно-физические и экономические задачи с помощью пакетов прикладных программ (ПК-28); – умение выполнять физическое и математическое моделирование конструкторских разработок и технических режимов (ДПК2).
14.05.03/02.01	– способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу (ОК-1); – способностью применять экспериментальные, теоретические и расчетные (компьютерные) методы исследований в профессиональной области (ПК-2); – способностью к созданию теоретических и математических моделей, описывающих конденсированное состояние вещества или процессы в реакторах, ускорителях, масс-спектрометрах или воздействие ионизирующего излучения на человека и биологические структуры (ПК-3); – способностью проводить математическое моделирование процессов и объектов на базе стандартных пакетов автоматизированного проектирования и исследований (ПК-9); – умение выполнять физическое и математическое моделирование конструкторских разработок и технических режимов (ДПК2).

1.2. Содержание результатов обучения

В результате освоения дисциплины студент должен:

Знать:

- основные понятия и методы линейной алгебры;

- основные понятия и методы систем дифференциальных уравнений, теории устойчивости;
- основные понятия и методы тензорной алгебры.

Уметь:

- решать задачи линейной алгебры;
- решать задачи тензорной алгебры;
- решать системы дифференциальных уравнений, исследовать устойчивость решения СДУ;
- переходить от предметной, прикладной постановки задачи к выбору подходящей математической модели, ставить соответствующую математическую задачу, выбирать и реализовывать подходящий метод решения и проводить анализ полученных результатов.
- применять элементы линейной и тензорной алгебры при изучении курсов теоретической физики.

Владеть:

- методами решения задач линейной алгебры и теории тензоров;
- методами решения систем дифференциальных уравнений и теории устойчивости;
- методами построения математических моделей при решении профессиональных задач и интерпретации полученных результатов.

1.3. Место дисциплины в структуре образовательной программы

1. Пререквизиты	Векторная алгебра и аналитическая геометрия, дифференциальные уравнения и ряды.
2. Кореквизиты*	Функции комплексной переменной
3. Постреквизиты*	Уравнения математической физики, интегральные уравнения, электротехника

1.4. Объем (трудоемкость) дисциплины (очная форма обучения)

Виды учебной работы	Объем дисциплины		Распределение объема дисциплины по семестрам (час.)
	Всего часов	В т.ч. контактная работа (час.)	
			3
Аудиторные занятия	85	85	85
Лекции	34	34	34
Практические занятия	51	51	51
Лабораторные работы	0	0	0
Самостоятельная работа студентов, включая все виды текущей аттестации, час.	149	12,75	149
Промежуточная аттестация	18	2,33	Экзамен, 18
Общий объем по учебному плану, час.	252	100,08	252
Общий объем по учебному плану, з.е.	7		7

1.5. Краткое описание (аннотация) дисциплины

В курсе «Линейная алгебра и тензоры» рассматриваются линейные операторы и их

свойства в евклидовых и унитарных пространствах; линейные, билинейные и квадратичные формы; различные методы решения систем дифференциальных уравнений; элементы теории устойчивости и тензорной алгебры.

Данная дисциплина относится к базовой части естественнонаучного цикла и является основой для изучения уравнений математической физики, теоретической физики.

2 СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Код раздела, темы	Раздел, тема дисциплины*	Содержание
P1	Линейные пространства	Линейное пространство: определение, линейная зависимость системы векторов. Базис и размерность. Признак линейной зависимости системы векторов. Подпространства. Сумма и пересечение подпространств. Формула Грассмана. Преобразование координат вектора при переходе от одного базиса к другому.
P2	Линейные операторы	Линейные операторы. Матрица линейного оператора. Связь матриц линейного оператора в разных базисах. Алгебра линейных операторов. Образ и ядро линейного оператора. Ранг и дефект. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Оператор простой структуры.
P3	Линейные операторы в евклидовом и унитарном пространствах	Евклидовы и унитарные пространства. Матрица Грама, ее свойства. Ортогональные системы векторов, свойства ортогональных систем. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта. Ортогональные дополнения. Сопряженные и самосопряженные операторы, их свойства. Связь между матрицами взаимно сопряженных операторов. Унитарные и ортогональные операторы.
P4	Линейные и билинейные формы	Линейные, билинейные и квадратичные формы. Преобразование их матриц при переходе к другому базису. Приведение квадратичной формы к каноническому виду. Построение квадрик на плоскости в пространстве.
P5	Тензоры	Определение тензора. Алгебра тензоров. Операции сложения, умножения на число, транспонирования, свертки, внутреннего и внешнего (тензорного) произведений. Симметричные и антисимметричные тензоры. Взаимный базис. Метрический тензор, его свойства. Жонглирование индексами. Главные значения и главные направления тензора. Тензорная поверхность. Шаровой тензор и девиатор. Инварианты тензора. Псевдотензоры, их свойства. Символ Леви-Чивиты. Применение тензора Леви-Чивиты для вычисления векторного и смешанного произведений в произвольном базисе.
P6	Системы дифференциальных уравнений (СДУ)	СДУ, методы их решения. Геометрическая и механическая интерпретация решений системы. Задача Коши для систем в нормальной форме.

		Системы линейных ДУ (ЛДУ). Решения однородной системы ЛДУ, свойства решений. Решение неоднородной системы ЛДУ. Однородные системы ЛДУ с постоянными коэффициентами. Методы нахождения частных решений СДУ.
P7	Элементы теории устойчивости	Теория устойчивости: основные определения. Классификация точек покоя. Метод функций Ляпунова. Исследование СДУ с помощью первого приближения.

3 РАСПРЕДЕЛЕНИЕ УЧЕБНОГО ВРЕМЕНИ

3.1. Распределение для изучаемой дисциплины аудиторной нагрузки и контрольных мероприятий по разделам для очной формы обучения.

4 ОРГАНИЗАЦИЯ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ, САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ И АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

4.1. Лабораторный практикум

Не предусмотрено

4.2. Практические занятия

Код раздела	Тема занятия	Время на проведение занятия (час.)
P1	Линейные пространства	4
P2	Линейные операторы	8
P3	Линейные операторы в евклидовом и унитарном пространствах	6
P4	Линейные и билинейные формы	4
P5	Тензоры	11
P6	Системы дифференциальных уравнений	10
P7	Элементы теории устойчивости	8

Всего: 51

4.3. Самостоятельная работа студентов

4.3.1. *Примерный перечень тем домашних работ*

Не предусмотрено.

4.3.2. *Примерный перечень тем графических работ*

Не предусмотрено.

4.3.3. *Примерный перечень тем рефератов (эссе, творческих работ)*

Не предусмотрено.

4.3.4. *Примерный перечень тем расчетных работ (программных продуктов)*

Не предусмотрено.

4.3.5. *Примерный перечень тем расчетно-графических работ*

1. Линейные операторы. Евклидовы и унитарные пространства.
2. Тензоры.
3. Системы дифференциальных уравнений.

4.3.6. *Примерная тематика курсового проекта (работы) (индивидуального или группового)*

Не предусмотрено.

4.3.7. *Примерный перечень тем контрольных работ*

1. Линейные операторы.
2. Линейные и билинейные формы.

4.3.8. *Примерная тематика коллоквиумов*

Не предусмотрено.

5 СООТНОШЕНИЕ РАЗДЕЛОВ ДИСЦИПЛИНЫ И ПРИМЕНЯЕМЫХ МЕТОДОВ И ТЕХНОЛОГИЙ ОБУЧЕНИЯ

Код раздела, темы дисциплины	Активные и интерактивные методы обучения	Формы учебных занятий и виды учебной работы											
		Лекция	Практич., семинар. занятия	Лабораторное занятие	или семинар, семинар-конференция,	Домашняя работа	Графическая работа	Реферат, эссе, творч. работа	Расчетная работа (программный продукт)	Расчетно-графич. работа	Курс. проект (работа)	Контрольная работа	Коллоквиум
P1-P7	Методы активного обучения												
	Проектная работа							*	*				
	Командная работа	*	*										
	Методы проблемного обучения	*	*			*					*		

6 ПРОЦЕДУРЫ КОНТРОЛЯ В РАМКАХ БАЛЛЬНО-РЕЙТИНГОВОЙ СИСТЕМЫ

6.1. Весовой коэффициент значимости дисциплины в рамках учебного плана – к дисц.= 1.
 В том числе, коэффициент значимости курсовых работ/проектов, если они предусмотрены – не предусмотрено

6.2. Процедуры текущей и промежуточной аттестации по дисциплине

1. Лекции: коэффициент значимости совокупных результатов лекционных занятий – к лек. = 0,8		
Текущая аттестация на лекциях	Сроки – семестр, учебная неделя	Максимальная оценка в баллах
Контрольная работа №1	III, 5	40
Контрольная работа №2	III, 10	40
Миниконтроль	III, 1-17	20
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по лекциям – к тек.лек.= 0,4		
Промежуточная аттестация по лекциям – экзамен		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по лекциям – к пром.лек.= 0,6		
2. Практические/семинарские занятия: коэффициент значимости совокупных результатов практических/семинарских занятий – к прак. = 0,2		
Текущая аттестация на практических/семинарских занятиях	Сроки – семестр, учебная	Максимальная оценка в баллах

	неделя	
Расчетно-графическая работа №1 «Линейные операторы. Евклидовы и унитарные пространства»	III, 3-9	30
Расчетно-графическая работа №2 «Тензоры»	III, 10-12	30
Расчетно-графическая работа №3 «Системы дифференциальных уравнений»	III, 13-17	40
Весовой коэффициент значимости результатов текущей аттестации по практическим/семинарским занятиям – k тек.прак.= 1		
Промежуточная аттестация по практическим/семинарским занятиям – не предусмотрено		
Весовой коэффициент значимости результатов промежуточной аттестации по практическим/семинарским занятиям – k пром.прак. = 0		
3. Лабораторные занятия: коэффициент значимости совокупных результатов лабораторных занятий – не предусмотрено		

6.3. Процедуры текущей и промежуточной аттестации курсовой работы

Не предусмотрено

6.4. Коэффициент значимости семестровых результатов освоения модуля (дисциплины)

Порядковый номер семестра по учебному плану, в котором осваивается дисциплина	Коэффициент значимости результатов освоения дисциплины в семестре – k сем. n
Семестр 3	1

7. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

7.1. Рекомендуемая литература

7.1.1. Основная литература

1. Вся высшая математика: Теория. Примеры: учебник для студентов вузов. Т. 1. Аналитическая геометрия. Векторная алгебра. Линейная алгебра. Дифференциальное исчисление / М.Л. Краснов, А.И. Киселев, Г.И. Макаренко, Е.В. Шикин, В.И. Заляпин. — 2-е изд. — Москва : Едиториал УРСС, 2003. — 328 с. 268 экз.
2. Вся высшая математика : Учебник для студентов вузов. Т. 3. Теория рядов. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Теория устойчивости / М. Л. Краснов, А. И. Киселев, Г. И. Макаренко и др. — Москва : Эдиториал УРСС, 2001. — 240 с. 144 экз.
3. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах : [учеб. пособие для вузов] : в 2 ч. Ч. 1 / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. — 6-е изд. — М. : ОНИКС : Мир и Образование, 2006. — 304 с. 72 экз.
4. Данко П.Е. Высшая математика в упражнениях и задачах : [учеб. пособие для вузов] : в 2 ч. Ч. 2 / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. — 6-е изд. — Москва : ОНИКС 21 век : Мир и Образование, 2005. — 416 с. 44 экз.
5. Письменный Д.Т. Конспект лекций по высшей математике. Полный курс / Д.Т. Письменный. — 4-е изд. — Москва : Айрис-пресс, 2005. — 608 с. 206 экз.
6. Сборник задач по математике для вузов : в 4 ч. Ч. 1. Векторная алгебра и аналитическая геометрия. Определители и матрицы, системы линейных уравнений. Линейная алгебра. Основы общей алгебры / А. В. Ефимов, А. Ф. Каракулин, И. Б. Кожухов [и др.] / под ред. А. В. Ефимова, А. С. Поспелова. — 4-е изд., перераб. и доп. — Москва : Физматлит, 2003. — 288 с. 1811 экз.

7.1.2. *Дополнительная литература*

1. Александров П. С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учебник / П. С. Александров. М: Лань, 2009.
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=493
2. Беклемишева Л. А. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре : учеб. пособие / Л. А. Беклемишева, Д. В. Беклемишев, А. Ю. Петрович, И. А. Чубаров ; под. ред. Д. В. Беклемишева .— Москва : Лань, 2017. <https://e.lanbook.com/book/97281>
3. Бронштейн, И. Н. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов: . – Москва : Лань, 2010. — 608 с.
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=678
4. Вдовин, А.Ю. Высшая математика. Стандартные задачи с основами теории : учеб. пособие / А.Ю.Вдовин. М : Лань, 2009.
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=45
5. Владимирский Б. М. Математика. Общий курс : учеб. / Б. М. Владимирский, А. Б. Горстко, Я. М. Ерусалимский. М: Лань, 2008.
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=634
6. Кузнецов Л.А. Сборник задач по высшей математике. Типовые расчеты : учеб. пособие / Л. А. Кузнецов . – Изд. 3-е, испр . – Санкт-Петербург ; Москва ; Краснодар : Лань, 2005 .— 240 с. 106 экз.
7. Мышкис А. Д. Математика для технических вузов : Спец. курсы / А.Д. Мышкис .— 2-е изд. — СПб. : Лань, 2002 .— 640 с. 29 экз.
8. Натансон И. П. Краткий курс высшей математики / И. П. Натансон. М: Лань, 2009.
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=283
9. Проскуряков И. В. Сборник задач по линейной алгебре : / И.В. Проскуряков .— Москва : Лань, 2010 .— 475 с.
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=529
10. Черненко В.Д. Высшая математика в примерах и задачах. /В.Д. Черненко. СПб: Изд-во «Политехника», 2003. – 703с. 103 экз.

7.1.3. *Методические разработки*

1. Зенков А.В. Линейная алгебра и тензорное исчисление. Учебник для студентов физических специальностей /А.В. Зенков. Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2010. С.96.
2. Зенков А.В. Линейная алгебра с приложениями. Руководство к решению задач: учебное пособие для студентов физических специальностей / А.В. Зенков. Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2010. С.67.
3. Зенков А.В. Системы дифференциальных уравнений и элементы теории устойчивости / А.В. Зенков. Екатеринбург: ГОУ ВПО УГТУ-УПИ, 2010. С.54.
4. Мельникова Н.В., Мельников Ю.Б. Элементы линейной алгебры. Индивидуальное домашнее задание по курсу «Высшая математика». Екатеринбург: Издательство УГТУ. 2004. С.60.

7.2. Программное обеспечение

Издательская система LaTeX (свободное ПО)
Microsoft Office Standard 2013

7.3. Ресурсы информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», информационно-справочные и поисковые системы

1. <http://www.intuit.ru/> - Национальный открытый университет «ИНТУИТ».
2. <http://www.edu.ru> – Федеральный портал. Российское образование.

3. <http://edu.urfu.ru/> - Образовательный портал УрФУ.
4. <http://www.testor.ru/page.aspx> - Портал поддержки образования в Российской Федерации Testor.ru

7.4. Электронные образовательные ресурсы

1. УМК-Д №751 Зенков А.В., Минькова Р.М. Линейная алгебра.
<http://study.urfu.ru/Aid/ViewMeta/751>
2. УМК-Д №6323 Зенков А.В., Минькова Р.М. Линейная алгебра с приложениями.
<http://study.urfu.ru/Aid/ViewMeta/6323>
3. УМК-Д №10838 Белоусова В.И., Ермакова Г.М. Алгебра, геометрия и теория дифференциальных уравнений.
<http://study.urfu.ru/Aid/ViewMeta/10838>
4. УМК-Д №10869 Голикова Е.А., Зенков А.В., Кравченко Н.М., Минькова Р.М., Михалева М.М., Чуксина Н.В. Дополнительные главы алгебры.
<http://study.urfu.ru/Aid/ViewMeta/10869>

7.5. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины

Рекомендации для преподавателя включают в себя следующее:

- 1) корректировку методики изложения курса: структуры и последовательности изложения материала; составление тестовых заданий, контрольных вопросов;
- 2) корректировку методики проведения практических занятий;
- 3) корректировку методики самостоятельной работы студентов;
- 4) корректировку структуры, содержания курса.

Рекомендации для студента включают в себя следующее:

- 1) посещение лекций, подготовка к практическим занятиям;
- 2) активную работу на практических занятиях;
- 3) выполнение индивидуальных заданий, расчетно-графических работ.

8. ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

8.1. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ МЕРОПРИЯТИЙ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНЕ В РАМКАХ БРС

В рамках БРС применяются утвержденные на кафедре критерии оценивания достижений студентов по каждому контрольно-оценочному мероприятию. Система критериев оценивания, как и при проведении промежуточной аттестации по модулю, опирается на три уровня освоения компонентов компетенций: пороговый, повышенный, высокий.

Компоненты компетенций	Признаки уровня освоения компонентов компетенций		
	пороговый	повышенный	высокий
Знания	Студент демонстрирует знание-знакомство, знание-копию: узнает объекты, явления и понятия, находит в них различия, проявляет знание источников получения информации, может осуществлять самостоятельно репродуктивные действия над знаниями путем	Студент демонстрирует аналитические знания: уверенно воспроизводит и понимает полученные знания, относит их к той или иной классификационной группе, самостоятельно систематизирует их, устанавливает взаимосвязи между ними, продуктивно	Студент может самостоятельно извлекать новые знания из окружающего мира, творчески их использовать для принятия решений в новых и нестандартных ситуациях.

	самостоятельного воспроизведения и применения информации.	применяет в знакомых ситуациях.	
Умения	Студент умеет корректно выполнять предписанные действия по инструкции, алгоритму в известной ситуации, самостоятельно выполняет действия по решению типовых задач, требующих выбора из числа известных методов, в предсказуемо изменяющейся ситуации	Студент умеет самостоятельно выполнять действия (приемы, операции) по решению нестандартных задач, требующих выбора на основе комбинации известных методов, в непредсказуемо изменяющейся ситуации	Студент умеет самостоятельно выполнять действия, связанные с решением исследовательских задач, демонстрирует творческое использование умений (технологий)
Личностные качества	Студент имеет низкую мотивацию учебной деятельности, проявляет безразличное, безответственное отношение к учебе, порученному делу	Студент имеет выраженную мотивацию учебной деятельности, демонстрирует позитивное отношение к обучению и будущей трудовой деятельности, проявляет активность.	Студент имеет развитую мотивацию учебной и трудовой деятельности, проявляет настойчивость и увлеченность, трудолюбие, самостоятельность, творческий подход.

8.2. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПРИ ИСПОЛЬЗОВАНИИ НЕЗАВИСИМОГО ТЕСТОВОГО КОНТРОЛЯ

Не предусмотрено.

8.3. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

8.3.1. Примерные задания в составе контрольных работ.

1. Найти собственные векторы и собственные значения линейного оператора, заданного

матрицей $A = \begin{pmatrix} 3 & 0 & 0 \\ 1 & 3 & -1 \\ 1 & -1 & 3 \end{pmatrix}$.

2. Найти матрицу линейного оператора проецирования на плоскость $x - \sqrt{3}z = 0$ в базисе $\left(\begin{matrix} \vec{i} \\ \vec{j} \\ \vec{k} \end{matrix} \right)$, образ пространства и ядро оператора.

3. Матрица линейного оператора в базисе (e_1, e_2, e_3) имеет вид: $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}$. Найти

матрицу оператора в базисе (e'_1, e'_2, e'_3) , где $e'_1 = e_1 + e_2 + e_3$, $e'_2 = -e_1 + e_2 - 2e_3$, $e'_3 = -e_1 + 2e_2 + e_3$.

4. Найти (по определению) матрицу квадратичной формы $\hat{O}(x_1, x_2) = -10x_1^2 + 16x_1x_2 - 5x_2^2$ в базисе (\vec{e}_1, \vec{e}_2) , где $\vec{e}_1 = -\vec{i} + \vec{j}$, $\vec{e}_2 = 4\vec{i} + 2\vec{j}$. Записать квадратичную форму в этом базисе.
5. Привести уравнения 2-го порядка к каноническому виду; определить их тип; выполнить построение.
 - а) $2x_1^2 + 5x_2^2 + 2x_3^2 - 2x_1x_2 + 4x_1x_3 - 2x_2x_3 + 12x_1 - 12x_3 = 0$;
 - б) $9x_1^2 - 9x_2^2 + 24x_1x_2 + 120x_1 + 60x_2 + 285 = 0$;
 - в) $2x_1^2 + 12x_1x_2 - 7x_2^2 - 20x_1 + 10x_2 + 1 = 0$.

8.3.2. Примерные задания в составе расчетных работ.

Не предусмотрено.

8.3.3. Примерные контрольные кейсы

Не используются.

8.3.5. Перечень примерных вопросов для зачета

Не предусмотрено.

8.3.6. Перечень примерных вопросов для экзамена

1. Линейное пространство, базис. Линейно зависимые, линейно независимые системы векторов, координаты вектора.
2. Линейные подпространства. Матрица перехода. Изоморфизм. Сумма и пересечение подпространств.
3. Определение линейного оператора, примеры. Матрица линейного оператора в конечномерном линейном пространстве. Алгебра операторов.
4. Ядро линейного оператора и образ пространства, ранг и дефект линейного оператора. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. Оператор простой структуры.
5. Евклидовы и унитарные пространства, их основные свойства. Матрица Грама. Процесс ортогонализации Грама-Шмидта.
6. Неравенство Коши-Буняковского в унитарном пространстве. Ортогональное дополнение, ортогональная проекция.
7. Операторы в евклидовых пространствах, сопряженный, самосопряженный, ортогональный операторы.
8. Линейные и билинейные формы. Матрица билинейной формы в разных базисах.
9. Приведение квадратичной формы к каноническому виду.
10. Определение тензора как функции на множестве базисов. Задание тензора массивом. Примеры.
11. Алгебра тензоров. Операции сложения, умножения на число, транспонирования, свертки, внутреннего и внешнего (тензорного) произведений. Свойства тензорных операций.
12. Сопряженное пространство. Взаимный базис. Определение и свойства. Теорема об изменении взаимного базиса. Метрический тензор, его свойства.
13. Жонглирование индексами. Тензорное произведение двух линейных пространств.
14. Псевдотензоры. Символы Леви-Чивиты. Применение тензора Леви-Чивиты для вычисления векторного и смешанного произведений в произвольном базисе.
15. Определение СДУ, общего и частного решения СДУ. Задача Коши.
16. Методы решения СДУ: сведение к одному ДУ, метод интегрируемых комбинаций, формула Коши, метод Эйлера нахождения решений СОЛДУ с постоянными коэффициентами.

17. Линейные СДУ. Основные понятия. Теоремы о структуре решений однородной и неоднородной систем ЛДУ. Методы решения СНЛДУ.
18. Основы теории устойчивости. Определение устойчивости по Ляпунову. Особые решения СДУ, их фазовые траектории.
19. Теорема об устойчивости решений линейной СДУ. Классификация точек покоя по корням характеристического уравнения для ОЛСДУ с постоянными коэффициентами порядка два.
20. Исследование устойчивости методом функций Ляпунова.

8.3.7. Ресурсы АПИМ УрФУ, СКУД УрФУ для проведения тестового контроля в рамках текущей и промежуточной аттестации.

Не используются.

8.3.8. Ресурсы ФЭПО для проведения независимого тестового контроля.

Не используются.

8.3.9. Интернет-тренажеры.

Не используются.

8.3.10. Примерные задания в составе расчетно-графической работы.

1. Является ли вещественным линейным пространством множество всех векторов из арифметического пространства \mathbb{R}^4 вида $(a, b, 0, 1)$?
2. Выяснить, является ли система векторов $\vec{a}_1 = (1, 0, 1, -1)$, $\vec{a}_2 = (0, 1, -2, 1)$, $\vec{a}_3 = (1, -1, -1, 1)$, $\vec{a}_4 = (0, 1, 1, -1)$ из \mathbb{R}^4 линейно зависимой? Если это возможно, найти максимальную линейно независимую подсистему.
3. Показать, что оператор \mathbb{A} , действующий на векторы пространства $x = (x_1, x_2, x_3)$ следующим образом: $\mathbb{A}x = (x_2 + 2x_3, 2x_1 + x_3, 2x_1 - x_2)$, является линейным и найти матрицы оператора в базисах $\varepsilon = (\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ и $\varepsilon' = (-\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}, -2\vec{i}, \vec{k})$.
4. Оператор \hat{A} проецирует векторы плоскости Oxy на прямую $x = 2y$, а оператор \hat{B} поворачивает их на угол $\frac{\pi}{4}$ относительно начала координат. Найти матрицы операторов $\hat{A} + \hat{B}$, $\hat{B}\hat{A}$ в базисе (\vec{i}, \vec{j}) .
5. Линейный оператор $\mathbb{A}: \check{Y}^2 \rightarrow \check{Y}^2$ в базисе $\hat{A} = (2\vec{i} - \vec{j}, \vec{i} + \vec{j})$ имеет матрицу $A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}$. Найти матрицу сопряженного оператора \mathbb{A}^* в базисе Б.
6. Преобразовать к ортонормированной следующую систему векторов: $a_1 = (0, 0, 1, 1)$, $a_2 = (0, 0, 1, 0)$, $a_3 = (1, 1, 1, 0)$.

7. Пусть тензор \hat{T} имеет в базисе ε компоненты $\hat{T} = (T_{ij}^{\varepsilon k}) = \begin{pmatrix} \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} \end{pmatrix}$. Найти

компоненты тензора в новом базисе ε' , связанном со старым матрицей перехода

$$A_{\varepsilon \rightarrow \varepsilon'} = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

8. Пусть \hat{i}, \hat{j} - ортонормированный базис пространства E^2 . Для базиса $\hat{e}_1 = \hat{i} + \hat{j}, \hat{e}_2 = \hat{i} + 2\hat{j}$ найти взаимный базис; матрицы метрических тензоров; ко- и контравариантные координаты вектора $\hat{x} = 3\hat{i} + \hat{j}$.

9. Тензоры $\hat{T}, \hat{P}, \hat{Q}$ в некотором базисе заданы матрицами $\hat{T} = (T_{ij}^{\bullet\bullet k}) = \begin{pmatrix} (2 & 1) \\ (1 & 5) \\ (2 & -1) \\ (1 & 0) \end{pmatrix}$,

$\hat{P} = (P_{\bullet j}^i) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}, \hat{Q} = (Q^i) = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}$. Найти матрицы свертков: 1) $(T_{ij}^{\bullet\bullet i})$; 2) $(P_{\bullet j}^i Q^j)$;

3) $(P_{\bullet j}^k Q^j T_{ki}^{\bullet\bullet l})$

10. Доказать тождество, используя тензорные обозначения: $[a, [b, c]] = b(a, c) - c(a, b)$.

11. Решить систему дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = y + \sin 2t, \\ y' = 3x - 2y \end{cases}$ сведением к одному

дифференциальному уравнению, общее решение системы дифференциальных уравнений записать в векторной форме.

12. Преобразовать дифференциальное уравнение в систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений (в нормальной форме):

$$y''' - 2y'' - y' + 2y = 4t^2.$$

13. Найти линейно независимые первые интегралы системы дифференциальных уравнений,

заданной в симметричной форме: $\frac{dx}{2z - 3y} = \frac{dy}{3x + z} = \frac{-dz}{y + 2x}$. Записать общий интеграл

или общее решение системы дифференциальных уравнений.

14. Решить нелинейную систему дифференциальных уравнений методом интегрируемых комбинаций, ответ записать в виде частного решения или частного интеграла:

$$\begin{cases} x' = \frac{3y}{2x - y}, \\ y' = \frac{6x}{2x - y}, \\ x(0) = 2, \quad y(0) = 1. \end{cases}$$

15. Найти частное решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений. При этом для решения соответствующей однородной системы использовать метод Эйлера, решение системы неоднородных линейных дифференциальных уравнений подобрать по виду вектор-функции в правой части системы

$$\begin{cases} \dot{X} = \begin{pmatrix} -2 & -4 \\ -1 & 1 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 4t + 1 \\ \frac{3}{2}t^2 \end{pmatrix}, \\ X(0) = (0; 0)^T. \end{cases}$$

16. Методом Эйлера решить систему однородных линейных дифференциальных уравнений

$$\dot{X} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} X.$$

17. Решить систему неоднородных линейных дифференциальных уравнений, применяя метод вариации произвольных постоянных $\begin{cases} x' = -y + t, \\ y' = 2y - 3x + e^t. \end{cases}$
18. Исследовать устойчивость тривиального решения системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = 4x - y, \\ y' = -x - 2y \end{cases}$ по корням характеристического уравнения. Подобрать функцию Ляпунова вида $u(x, y) = Ax^2 + By^2$, устанавливающую соответственно устойчивость или неустойчивость этого решения. Установить тип особой точки системы. Изобразить схематично траектории системы в окрестности точки $(0, 0)$.
19. Исследовать на устойчивость по первому приближению нулевое решение системы дифференциальных уравнений $\begin{cases} x' = \operatorname{sh} y, \\ y' = -4y - 3(x^2 - x). \end{cases}$
20. Найти состояния равновесия системы дифференциальных уравнений, установить их характер устойчивости и тип соответствующих особых точек системы $\begin{cases} x' = y, \\ y' = -2y - 2x(x + 3)(x - 1). \end{cases}$

9. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

9.1. Сведения об оснащённости дисциплины специализированным и лабораторным оборудованием

Специально оборудованные аудитории УрФУ с видеопроекционным комплексом на базе мультимедийного проектора и настольного ПК.

