УТВЕРЖДАЮ

Проректор по науке
______________ В.В. Кружаев
«30» __12__ 2014 г.

ПРОГРАММА

вступительных испытаний в аспирантуру по направлению подготовки

01.06.01 – Математика и механика

Екатеринбург

2014

Содержание **стр**

1. Назначение и область применения

Программа определяет требования к содержанию вступительных испытаний в аспирантуру по направлению 01.06.01 – Математика и механика.

Предназначена для проведения вступительных испытаний.

2. Содержание программы

Анализ

Множество вещественных чисел. Верхняя и нижняя грани числового множества. Принцип вложенных отрезков.

Функции одного переменного. Непрерывные функции. Теорема Коши о промежуточных значениях. Равномерная непрерывность, теорема Кантора. Дифференцируемые функции одного переменного. Теоремы Ролля, Лагранжа и Коши. Правило Лопиталя. Формула Тейлора. Интегральное исчисление. Определенный интеграл Римана по отрезку. Существование интеграла. Интегрируемость непрерывной функции. Первая и вторая теоремы о среднем значении интеграла. Замена переменного в определенном интеграле. Интегрирование по частям. Формула Ньютона – Лейбница.

Понятие метрического пространства, полнота, принцип сжимающих отображений, компактность. Компактность в пространстве $\mathbf{R}^m$; лемма Бореля о покрытиях. Свойства функций, непрерывных на компакте: теорема Вейерштрасса; равномерная непрерывность, теорема Кантора.

Функции нескольких переменных. Непрерывность. Дифференцируемость. Частные производные. Полный дифференциал. Достаточное условие дифференцируемости. Достаточное условие равенства смешанных производных. Формула Тейлора. Локальный экстремум; необходимое и достаточное условия локального экстремума. Неявные функции. Условный локальный экстремум; метод неопределенных множителей Лагранжа. Мера Жордана в $\mathbf{R}^m$. Кратный интеграл Римана. Сведение двойного интеграла к повторным. Замена переменного.

Числовые ряды: сходимость и сумма числового ряда; критерий Коши. Признаки сходимости. Абсолютная и условная сходимость. Свойства абсолютно сходящихся рядов: перестановка членов, произведение.

Функциональные последовательности и ряды. Равномерная сходимость; критерий Коши равномерной сходимости. Признаки равномерной сходимости Вейерштрасса и Дирихле – Абеля. Теоремы о предельном переходе, непрерывности, почленном интегрировании и дифференцировании. Теорема Вейерштрасса о равномерной аппроксимации непрерывной на отрезке функции алгебраическими многочленами.

Степенные ряды в действительной и комплексной области. Радиус сходимости; теорема Коши – Адамара. Бесконечная дифференцируемость суммы степенного ряда; ряд Тейлора. Ряды Тейлора (Маклорена) элементарных функций.

Интегралы, зависящие от параметра. Непрерывность, интегрирование и дифференцирование по параметру собственных интегралов. Несобственные интегралы, зависящие от параметра, равномерная сходимость. Признаки Вейерштрасса и Дирихле – Абеля равномерной сходимости интеграла. Предельный переход под знаком несобственного интеграла. Непрерывность, дифференцирование и интегрирование несобственного интеграла по параметру. Интегралы Эйлера (Г- и В-функции Эйлера); формула Стирлинга.

Криволинейные и поверхностные интегралы. Формулы Грина, Стокса и Гаусса – Остроградского.

Ряды Фурье по тригонометрической системе. Теорема Кантора – Лебега для коэффициентов Фурье. Поточечная и равномерная сходимости рядов Фурье.

Гильбертово пространство. Общий вид линейного функционала; сопряженное пространство. Ортогональные системы элементов; замкнутость, полнота. Сходимость рядов Фурье в гильбертовом пространстве. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля.

Мера Лебега на числовой прямой. Построение и основные свойства; счетная аддитивность. Измеримые функции. Сходимость почти всюду и по мере; теоремы Лебега и Рисса. Теорема Егорова. Интеграл Лебега. Предельный переход под знаком интеграла Лебега. Пространство L_p, $1 \le p < \infty$. Неравенства Гельдера и Минковского. Полнота пространства L_p. Плотность классических множеств функций в пространстве $L_p[a,b]$.

Преобразование Фурье в L_1 и L_2. Теорема Планшереля.

Функции комплексного переменного. Дифференцируемость; условия Коши – Римана. Геометрический смысл аргумента и модуля производной; конформность. Элементарные аналитические функции и определяемые ими конформные отображения. Простейшие многозначные функции. Теорема Коши для интеграла от аналитической функции по замкнутому контуру. Интегральная формула Коши. Ряды аналитических функций; теорема Вейерштрасса. Ряды Тейлора. Теорема единственности для аналитических функций. Принцип максимума модуля и принцип аргумента для аналитической функции. Ряды Лорана. Изолированные особые точки аналитической функции; характеризация особых точек. Вычеты; теорема Коши о вычетах.

Дифференциальные уравнения

Дифференциальные уравнения первого порядка. Уравнения с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним. Существование и единственность решения дифференциального уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной.

Линейные дифференциальные уравнения N-го порядка. Общее решение линейного однородного уравнения. Линейное неоднородное уравнение; метод вариации произвольных постоянных. Линейное однородное уравнение с постоянными коэффициентами, характеристическое уравнение. Линейное неоднородное уравнение с постоянными коэффициентами.

Системы линейных дифференциальных уравнений, фундаментальная система решений. Определитель Вронского. Формула Остроградского – Лиувилля. Неоднородные системы линейных уравнений, метод вариации произвольных постоянных. Системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами.

Математическая физика

Математические модели поперечных колебаний одномерной струны. Теорема существования и единственности классического решения краевой задачи для одномерного волнового уравнения на отрезке.

Закон Фурье. Математические модели процессов теплопроводности. Теорема существования и единственности классического решения краевой задачи для одномерного уравнения теплопроводности на отрезке. Стационарные модели теплопроводности и краевые задачи. Одномерное уравнение теплопроводности. Формула Пуассона. Принцип максимума для уравнений параболического типа.

Свойства гармонических функций. Теорема о потоке. Теорема о среднем. Экстремальные свойства гармонических функций. Теоремы единственности и непрерывной зависимости от граничных функций решений внутренних и внешних задач Дирихле для уравнений Лапласа и Пуассона.

Метод Фурье решения основных краевых задач математической физики. Теорема Стеклова. Метод интегральных преобразований (Лапласа и Фурье) для решения основных краевых задач математической физики

Обобщенные производные и пространства Соболева. Обобщенные решения краевых задач для уравнений эллиптического типа. Теоремы существования, единственности и непрерывной зависимости.

Вариационные принципы решения краевых задач. Обобщенные решения волновых уравнений. Обобщенные решения уравнений параболического типа.

Алгебра, геометрия и математическая логика

Определитель квадратной матрицы. Свойства определителей. Разложение определителя по минорам (теорема Лапласа).

Линейные пространства. Линейная зависимость элементов. Базис и размерность пространства. Размерность суммы пространств. Прямая сумма, разложение линейного пространства в прямую сумму одномерных подпространств.

Матрицы и действия с ними. Теорема о ранге матрицы. Определитель произведения матриц. Обратная матрица.

Системы линейных уравнений. Теорема Крамера. Критерий совместности и строение общего решения совместной системы линейных уравнений. Однородные системы линейных уравнений, фундаментальная система решений.

Линейные операторы. Размерности ядра и образа линейного оператора. Собственные числа и векторы, теорема о связи собственных чисел линейного оператора с корнями его характеристического уравнения. Приведение матрицы (линейного оператора) к жордановой форме.

Евклидовы и унитарные пространства. Процесс ортогонализации, ортонормированный базис. Разложение пространства в прямую сумму пространства и его ортогонального дополнения.

Билинейные и квадратичные формы. Приведение квадратичных форм к нормальному виду. Закон инерции. Положительная определенность; критерий Сильвестра.

Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов; применение для вычисления площадей и объемов. Двойное векторное произведение векторов; тождество Якоби.

Преобразование координат на плоскости и в пространстве. Классификация кривых и поверхностей второго порядка.

Формулы и базис Френе плоской кривой. Функция кривизны кривой. Эволюта и эвольвента.

Кривые в трехмерном пространстве. Ориентация трехмерного пространства. Репер Френе кривой общего положения. Теорема существования и единственности кривой и данными функциями кривизны.

Поверхности в аффинном пространстве. Касательные пространства. Первая фундаментальная форма поверхности; длина дуги, угол между кривыми, площадь (объем) поверхности.

Внешняя геометрия поверхности. Вторая фундаментальная форма и основной оператор поверхности. Кривизны: нормальная, главная, полная (гауссова), средняя.

Внутренняя геометрия поверхности. Уравнения Гаусса – Петерсона – Кодацци. Тензоры кривизны и теорема Гаусса.

Геодезические. Экстремальное свойство геодезических.

Условия, эквивалентные условию минимальности. Вполне упорядоченные множества. Сравнение трансфинитных чисел. Порядковый тип множества ординалов, меньших данного. Мощность множества ординалов данной мощности. Аксиома выбора и эквивалентные ей утверждения.

Определение универсальной алгебры, подалгебры и подалгебры, порожденной данным множеством элементов. Конгруэнции на универсальной алгебре. Теорема о гомоморфизме. Теоремы об изоморфизмах.

Конгруэнции на группе, кольце, нормальная подгруппа в группе и идеал в кольце.

Теоремы вложения: коммутативной полугруппы в группу, области целостности в поле, группы в группу подстановок.

Решетки как универсальные алгебры. Булевы алгебры и булевы кольца. Теорема Стоуна о булевых алгебрах.

Кольцо главных идеалов. Теорема о разложении его элементов на неприводимые множители. Модули над кольцом главных идеалов. Подмодуль свободного модуля. Теорема об инвариантных множителях. Строение конечнопорожденного модуля.

Теория вероятностей

События и их вероятности. Определения вероятности событий: теоретико-множественное, классическое, статистическое, аксиоматика Колмогорова. Условная вероятность. Независимые события. Формулы полной вероятности и Байеса. Схемы независимых испытаний Бернулли, асимптотические формулы для вычисления биномиальных вероятностей (Муавра – Лапласа, Пуассона).

Случайные величины. Распределения случайных величин; дискретное распределение, абсолютно непрерывное распределение. Функция распределения и ее свойства. Плотность распределения. Числовые характеристики случайной величины: математическое ожидание, дисперсия, ковариация, коэффициент корреляции и их свойства. Классические распределения: Бернулли, биномиальное, Пуассона, равномерное, нормальное и показательное.

Закон больших чисел; теоремы Чебышева и Бернулли. Центральная предельная теорема.

Дискретная математика и математическая кибернетика

Комбинаторика: принцип включения-исключения; числа Каталана, числа Стирлинга, числа Белла; формула Эйлера-Маклорена, формула Стирлинга; рекуррентные соотношения, теорема об общем решении для однородных соотношений с постоянными коэффициентами.

Теория графов: эйлеровы и гамильтоновы циклы, теоремы Эйлера и Оре; планарность, теоремы Эйлера и Понтрягина-Куратовского; раскраски, теоремы Брукса и Хивуда.

Алгебра логики: булевы функции, нормальные формы, полиномы Жегалкина; полные системы, замкнутые классы, теорема Поста.

Логика и теория алгоритмов: формализация логики первого порядка (исчисления предикатов); сколемовская нормальная форма; метод резолюций; теорема компактности, теорема Гёделя о полноте; рекурсивные функции, рекурсивно перечислимые множества; машины Тьюринга, тезис Чёрча, алгоритмически неразрешимые проблемы; вычислительная сложность алгоритма и задачи; классы сложности P, NP, PSPACE; сводимость и полнота в классах сложности.

Автоматы и языки: детерминированные и недетерминированные конечные автоматы, теорема Рабина-Скотта; регулярные языки, теорема Клини; минимальные автоматы, теорема Майхилла-Нероуда; контекстно-свободные грамматики и языки, теорема о подстановке, лемма о накачке; МП-автоматы, теорема о распознавании класса контекстно-свободных языков.

Комбинаторные алгоритмы: жадные алгоритмы (алгоритм Краскла, алгоритм Дейкстры); алгоритмы разделяй-и-властвуй (быстрое умножение, быстрое преобразование Фурье); динамическое программирование (алгоритм Форда-Беллмана, алгоритмы укладки рюкзака); потоки (теорема и алгоритм Форда-Фалкерсона).

Теория информации: информация и энтропия, теорема Шеннона о кодировании источника.

Линейное программирование: постановка задачи; симплекс-метод; полиномиальное решение задачи линейного программирования; двойственная задача, теорема двойственности.

Механика

Общие теоремы динамики для систем. Теорема об изменении импульса. Теорема об изменении кинетического момента. Теорема об изменении кинетической энергии.

Тензор инерции и его свойства. Главные оси инерции. Эллипсоид инерции. Вычисление кинетического момента и кинетической энергии твердого тела с неподвижной точкой.

Принцип Даламбера – Лагранжа для механической системы, стесненной идеальными связями. Принцип возможных перемещений. Общее уравнение динамики.

Голономные системы. Уравнения Лагранжа второго рода. Первые интегралы уравнений Лагранжа: обобщенный интеграл энергии (интеграл Якоби), циклические координаты и циклические интегралы.

Канонические переменные. Уравнения Гамильтона. Свойства уравнений Гамильтона: интеграл энергии, циклические интегралы и понижение порядка в уравнениях Гамильтона.

Устойчивость по Ляпунову. Основные понятия и определения. Два метода исследования устойчивости. Общие теоремы второго метода Ляпунова: теоремы об устойчивости, асимптотической устойчивости, неустойчивости. Теорема Четаева о неустойчивости. Устойчивость по первому приближению. Понятие о критических случаях. Теорема Лагранжа об устойчивости положения равновесия и ее обращение.

Колебания механической системы около положения равновесия. Нормальные координаты. Влияние на устойчивость положения равновесия диссипативных и гироскопических сил (теоремы Кельвина). Вынужденные колебания. Резонанс.

Классификация сил в механике сплошных сред. Теорема Коши. Тензор напряжений. Уравнения движения сплошной среды.

Модель упругого тела. Закон Гука. Полная система уравнений теории упругости.

Свободные колебания линейных систем с конечным числом степеней свободы. Вынужденные колебания линейных систем с конечным числом степеней свободы. Уравнение частот. Собственные частоты колебаний упругих систем и их свойства. Методы определения собственных частот. Главные формы колебаний упругих систем. Виброзащита.

3. Вопросы для вступительного испытания

Анализ

1. Тригонометрические ряды Фурье, сходимость среднеквадратическая, поточечная и равномерная.
2. Преобразование Фурье в L_1 и L_2. Теорема Планшереля.
3. Нормированные и банаховы пространства. Три принципа линейного анализа (теоремы Хана – Банаха, Банаха – Штейнгауза, Банаха об обратном операторе).
4. Сопряженное пространство. Сопряженное для гильбертова пространства. Сопряженные для классических функциональных пространств и пространств последовательностей.
5. Измеримые функции. Сходимость почти всюду и по мере; теоремы Лебега и Рисса. Структура измеримых функций – теорема Лузина.
6. Предельный переход под знаком интеграла Лебега.
7. Пространство L_p, $1 \le p < \infty$. Неравенства Гельдера и Минковского. Полнота пространства L_p. Плотность классических множеств функций в пространстве $L_p[a,b]$.
8. Ряды аналитических функций. Ряд Тейлора аналитической функции.
9. Ряды Лорана. Изолированные особые точки аналитической функции. Вычеты, теорема Коши о вычетах.
10. Принцип максимума модуля аналитической функции.
11. Теорема единственности для аналитических функций.
12. Принцип аргумента, теорема Руше.
13. Принцип симметрии Римана – Шварца.

Дифференциальные уравнения

14. Теорема существования и единственности решения начальной задачи для систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Решения в смысле Каратеодори.
15. Линейные системы с периодическими коэффициентами. Теорема Флоке. Теорема о приводимости.
16. Автономные системы дифференциальных уравнений. Положения равновесия. Классификация особых точек.
17. Предельные циклы. Бифуркации рождения цикла из положения равновесия. Теорема Хопфа. Мягкие и жесткие бифуркации.
18. Устойчивость по Ляпунову, асимптотическая устойчивость. Теорема об устойчивости по первому приближению.
19. Орбитальная устойчивость. Устойчивость периодических решений автономной системы. Критерий Пуанкаре орбитальной устойчивости.
20. Краевые задачи для линейных дифференциальных уравнений. Самосопряженные краевые задачи. Собственные функции и собственные числа краевой задачи. Краевые задачи Штурма – Лиувилля.
21. Дифференциальные уравнения в частных производных 1-го порядка.
22. Интегральные уравнения Фредгольма 2-го рода. Метод последовательных приближений. Теорема Фредгольма. Эрмитовы ядра. Теорема Гильберта – Шмидта.
23. Некорректно поставленные задачи. Интегральные уравнения Фредгольма 1-го рода и методы их регуляризации. Общие методы регуляризации некорректно поставленных задач.
24. Задачи вариационного исчисления с подвижными и неподвижными границами. Необходимые условия в форме уравнений Эйлера. Достаточные условия.
25. Задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина для задачи оптимального быстродействия. Задача с закрепленным временем. Связь принципа максимума с методом динамического программирования. Уравнение Беллмана.

Математическая физика

26. Теорема существования и единственности классического решения краевой задачи для одномерного волнового уравнения на отрезке.
27. Закон Фурье. Математические модели процессов теплопроводности.
28. Теорема существования и единственности классического решения краевой задачи для одномерного уравнения теплопроводности на отрезке.
29. Свойства гармонических функций. Теорема о потоке. Теорема о среднем. Экстремальные свойства гармонических функций.
30. Теоремы единственности и непрерывной зависимости от граничных функций решений внутренних и внешних задач Дирихле для уравнений Лапласа и Пуассона.
31. Метод Фурье решения основных краевых задач математической физики. Теорема Стеклова.
32. Метод интегральных преобразований (Лапласа и Фурье) для решения основных краевых задач математической физики.
33. Одномерное уравнение теплопроводности. Формула Пуассона.
34. Принцип максимума для уравнений параболического типа.
35. Обобщенные производные и пространства Соболева.
36. Обобщенные решения краевых задач для уравнений эллиптического типа. Теоремы существования, единственности и непрерывной зависимости.

37. Обобщенные решения волновых уравнений.
38. Обобщенные решения уравнений параболического типа.

Алгебра, геометрия и математическая логика

39. Разложение группы по двойному модулю. Индекс подгруппы. Теоремы Лагранжа и Пуанкаре. Сопряженность комплексов. Нормальные подгруппы. Нормализатор и централизатор комплекса. Число комплексов, сопряженных с данным.
40. Нормальные и субнормальные ряды. Лемма Куроша – Цассенхауза. Теорема Шрейера об изоморфных уплотнениях субнормальных рядов. Теорема Жордана – Гёльдера.
41. Абелевы группы. Строение свободной абелевой группы. Подгруппы свободных абелевых групп.
42. Теоремы Силова для конечных групп.
43. Нильпотентные группы. Теорема Бернсайда – Виланда.
44. Свободные группы: построение, лемма о порождающих подгруппы и шрейеровых системах, теорема о подгруппах.
45. Коммутативные нётеровы кольца. Теорема Гильберта о базисе.
46. Радикал кольца. Определение и свойства. Радикал кольца матриц.
47. Полупростые артиновы кольца. Первая теорема Веддербарна – Артина.
48. Теорема Машке.
49. Вторая теорема Веддербарна – Артина.
50. Алгебры Ли. Теорема Энгеля.
51. Дистрибутивные и модулярные решетки. Критерии дистрибутивности и модулярности.
52. Модулярные решетки: теорема об изоморфизме интервалов. Теорема Куроша - Оре.
53. Полумодулярные решетки. Теорема Жордана – Гёльдера.
54. Геометрические решетки.

Дискретная математика и математическая кибернетика

1. Принцип включения-исключения, вывод формулы для числа разбиений.
2. Формула Эйлера-Маклорена, ее вывод, вычисление сумм на ее основе.
3. Формула Стирлинга, ее вывод и применение.
4. Рекуррентные соотношения, теорема об общем решении для однородных соотношений с постоянными коэффициентами.
5. Эйлеров цикл, теорема Эйлера для неориентированного и ориентированного случаев.
6. Гамильтонов цикл, теорема Оре.
7. Планарные графы, теорема Эйлера о многогранниках.
8. Критерий планарности графа.
9. Раскраски графов, теорема Брукса.
10. Раскраски плоских графов, теорема Хивуда.
11. Булевы функции, нормальные формы и полиномы Жегалкина.
12. Полные системы булевых функций, замкнутые классы и теорема Поста.
13. Формализация логики первого порядка (исчисления предикатов), теорема о сколемовской нормальной форме.
14. Метод резолюций в логике первого порядка.
15. Теорема Гёделя о полноте логики первого порядка.

16. Рекурсивные функции и рекурсивно перечислимые множества.
17. Машины Тьюринга, примеры алгоритмически неразрешимых проблем.
18. Вычислительная сложность алгоритма и задачи, классы сложности P, NP, PSPACE.
19. Сводимость и полнота в классах сложности P, NP, PSPACE.
20. Детерминированные и недетерминированные конечные автоматы, теорема Рабина-Скотта.
21. Регулярные языки и конечные автоматы, теорема Клини.
22. Теорема Майхилла-Нероуда и построение минимального детерминированного автомата.
23. Контекстно-свободные грамматики и языки, теорема о подстановке.
24. Контекстно-свободные грамматики и языки, лемма о накачке.
25. МП-автоматы, теорема о распознавании класса контекстно-свободных языков.
26. Жадные алгоритмы, определение и анализ алгоритмов Краскла и Дейкстры.
27. Алгоритмы разделяй-и-властвуй и оценки сложности на примере быстрого умножения.
28. Быстрое преобразование Фурье.
29. Динамическое программирование, определение и анализ сложности алгоритма Форда-Беллмана и алгоритма укладки рюкзака
30. Потоки в графах, теорема и алгоритм Форда-Фалкерсона.
31. Информация и энтропия, теорема Шеннона о кодировании источника.
32. Постановка задачи линейного программирования, симплекс-метод.
33. Полиномиальное решение задачи линейного программирования.
34. Двойственная задача линейного программирования, теорема двойственности.

Теоретическая механика

35. Канонические преобразования. Уравнение Гамильтона – Якоби, полный интеграл.
36. Принцип наименьшего принуждения Гаусса. Принцип наименьшей кривизны Герца. Принцип Гамильтона. Принцип наименьшего действия в формах Лагранжа и Якоби.
37. Неголономные системы. Возможные перемещения в случае неголономных связей. Уравнения движения в форме Рауса, Аппеля. Движение тел по абсолютно шероховатой поверхности (плоскости).
38. Динамика твердого тела. Постановка задачи о движении тяжелого твердого тела. Первые интегралы. Случаи Эйлера – Пуансо, Лагранжа – Пуассона. Регулярные прецессии. Перманентные вращения и их устойчивость.
39. Скобка Пуассона и ее свойства. Тождество Якоби. Теорема Пуассона о первых интегралах.
40. Периодические колебания в неавтономных нелинейных системах в нерезонансном и резонансном случаях. Устойчивость периодических колебаний в неавтономных нелинейных системах.
41. Периодические колебания в автономных нелинейных системах. Бифуркации Ляпунова – Пуанкаре и Андронова – Хопфа. Устойчивость периодических колебаний в автономных нелинейных системах. Теорема Андронова – Витта.

42. Почти периодические колебания в нелинейных системах. Метод усреднения Крылова – Боголюбова. Устойчивость почти периодических колебаний в нелинейных системах.
43. Параметрический резонанс. Автоколебания. Метод фазовой плоскости. Понятие о предельном цикле. Метод малого параметра Пуанкаре. Метод усреднения. Теорема об обосновании метода усреднения.
44. Линейные управляемые системы. Принцип максимума и вариационное исчисление. Метод динамического программирования Беллмана. Проблема оптимальной стабилизации управляемых движений. Теорема Н.Н. Красовского.

Механика деформируемого твердого тела

45. Скаляр, вектор, тензор различного ранга в описании физико-механических свойств материалов. Основные операции: сложение, умножение и свертывание тензоров
46. Теория напряжений. Принцип напряжений. Тензор напряжений. Напряженное состояние в точке. Преобразование компонент тензора напряжений. Инварианты тензора напряжений. Разложение тензора напряжений на шаровой и девиатор. Напряжения на наклонных площадках. Условия равновесия на границе. Формула Коши. Уравнения равновесия в напряжениях. Главные напряжения. Максимальные касательные напряжения.
47. Теория деформаций. Вектор перемещений. Тензор деформации. Представление нелинейного тензора деформаций через линейный тензор и тензор малого поворота. Тензор малой деформации. Уравнения совместности. Деформированное состояние в точке тела. Инварианты тензора деформации и главные деформации. Максимальный сдвиг.
48. Определяющие соотношения теории упругости. Обобщенный закон Гука. Закон Гука для изотропного материала. Краевая задача. Краевые задачи в перемещениях и напряжениях. Уравнение Ляме. Теорема о единственности решения. Обобщенный закон Гука для анизотропного материала. Случаи упругой симметрии тела. Различные способы описания упругих свойств и их связь.
49. Пластичность. Теория малых упругопластических деформаций. Теорема о простом нагружении. Теорема о разгрузке. Метод упругих решений. Теория течения. Постулат Друккера. Ассоциированный закон течения. Градиентальность вектора приращения пластических деформаций к поверхности текучести. Трансляционные и изотопные упрочнения.

Механика жидкости, газа и плазмы

50. Принципы сплошности и модель сплошных сред.
51. Уравнение неразрывности.
52. Уравнение Эйлера (вывод). Уравнения состояния.
53. Уравнение Бернулли. Примеры использования: задачи о течении идеальной жидкости по трубе переменного сечения (трубка Вентурри); истечение жидкости из сосуда с отверстием.
54. Закон сохранения циркуляции скорости (теорема Томсона).
55. Потенциальные течения.
56. Интеграл Коши – Лагранжа. Присоединенная масса шара.

57. Ньютоновские и неньютоновские жидкости.
58. Уравнение Навье – Стокса для сжимаемых и несжимаемых жидкостей.
59. Примеры течения несжимаемых жидкостей: плоские течения Куэтта и Пуазейля.
60. Течения при малых числах Рейнольдса. Задача Стокса об обтекании шара.
61. Обтекание пластины вязкой жидкостью (задача Блазиуса).
62. Турбулентность. Уравнения Рейнольдса.
63. Теория Колмогорова – Обухова.
64. Турбулентный пограничный слой. Турбулентное течение в трубах.

Динамика, прочность машин

65. Свободные колебания балок. Вынужденные колебания балок. Колебания балок на упругом основании.
66. Уравнение продольных колебаний стержней. Крутильные колебания стержней. Изгибные колебания стержней.
67. Численные методы решения задач динамики и прочности.
68. Принцип Гамильтона – Остроградского для упругих систем.
69. Расчет статически неопределимых систем методом сил. Расчет статически неопределимых систем методом перемещений. Расчет статически неопределимых систем методом конечных элементов.
70. Продольный удар. Удар при кручении. Удар при изгибе. Комбинированный удар. Определение динамических коэффициентов при ударе.
71. Нестационарные режимы в линейных системах.
72. Методы анализа напряженно-деформированного состояния при экспериментальных исследованиях.

4. Критерии оценки знаний претендентов на поступление в аспирантуру по направлению подготовки 01.06.01 - Математика и механика

Оценка ответов претендентов на поступление в аспирантуру по данному направлению производится по пяти балльной шкале и выставляется согласно критериям, приведенным в таблице.

Критерии оценки ответов претендентов при поступлении в аспирантуру

Оценка	Критерии
Отлично	1. Ответы на поставленные вопросы излагаются логично, последовательно и не требуют дополнительных пояснений. 2. Демонстрируются глубокие знания по дисциплине. 3. Делаются обоснованные выводы. 4. Ответ самостоятельный, при ответе использованы знания, приобретённые ранее.
Хорошо	1. Ответы на поставленные вопросы излагаются систематизировано и последовательно. 2. Демонстрируется умение анализировать материал, однако не

	все выводы носят аргументированный и доказательный характер. 3. Материал излагается уверенно, в основном правильно даны все определения и понятия. 4. Допущены небольшие неточности при выводах и использовании терминов.
Удовлетворительно	1. Допускаются нарушения в последовательности изложения при ответе. 2. Демонстрируются поверхностные знания дисциплины. 3. Имеются затруднения с выводами. 4. Определения и понятия даны не чётко.
Неудовлетворительно	1. Материал излагается непоследовательно, сбивчиво, не представляет определённой системы знаний по дисциплине. 2. Не даны ответы на дополнительные вопросы комиссии. 3. Допущены грубые ошибки в определениях и понятиях.

5. Список рекомендуемой литературы (основная и дополнительная)

Основная

Анализ
1. Арестов В.В., Глазырина П.Ю. Введение в теорию функций действительного переменного: Мера и интеграл Лебега на прямой: учеб. пособие. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2011.
2. Богачев В.И. Основы теории меры. Т. 1, 2. Москва–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2006.
3. Данфорд Н., Шварц Дж.Т. Линейные операторы. Общая теория. М.: Едиториал УРСС, 2004.
4. Зорич В.А., Математический анализ. Т. 1, 2. М.: МЦНМО, 2007.
5. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. элементы теории функций и функционального анализа. М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004.
6. Маркушевич А.И. Краткий курс теории аналитических функций. М.: Мир, 2006. 424 с.
7. Никольский С.М. Курс математического анализа. М.: Физматлит, 2001. 592 с.
8. Теляковский С.А. Курс лекций по математическому анализу. В 4-х тт. М.: Изд-во Центра прикладных исследований при мех.-мат. ф-те МГУ, 2002–2004. Т.1–4.

Дифференциальные уравнения
9. Понтрягин Л.С., Обыкновенные дифференциальные уравнения, М.: URSS, 2011.
10. Шолохович Ф.А. Лекции по дифференциальным уравнениям. Екатеринбург: Уральское издательство, 2005.

Математическая физика
11. Лакс П.Д. Гиперболические дифференциальные уравнения в частных производных. Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика»: Ижевский ин-т компьютерных исследований, 2010.
12. Петровский И.Г. Лекции об уравнения с частными производными. М. Физматлит, 2009.
13. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики: Учебник. 7-е изд. М.: Изд-во МГУ, 2004. 798 с.

Алгебра, геометрия и математическая логика

14. Баранский В.А., Кабанов В.В. Общая алгебра и ее приложения. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2008.
15. Ван дер Варден Б.Л. Алгебра. 3-е изд., стер. СПб.; Лань, 2004.
16. Елизаров В.П. Конечные кольца. М.: Гелиос АРВ, 2006.
17. Каргаполов М.И., Мерзляков Ю.И. Основы теории групп. Изд. 5-е, стер. СПб.: Лань, 2009.
18. Кондратьев А.С. Группы и алгебры Ли. Екатеринбург: Изд-во УрО РАН, 2009.
19. Кострикин А.И. Введение в алгебру. М.: МЦНМО, 2009.
20. Курош А.Г. Лекции по общей алгебре. Изд. 2-е, стер. СПб.: Лань, 2007.
21. Львов И.В. Лекции по теории колец. Барнаул: Изд-во Алтайского гос. университета, 2005.
22. Фаддеев Д.К. Лекции по алгебре. 3-е изд., стер. СПб.: Лань, 2004.

Теория вероятностей

23. Гнеденко Б.В. Курс теории вероятностей. М.:Либроком, 2011, 488 с.
24. Севастьянов Б.А. Курс теории вероятностей и математической статистики. 2-е изд. М.: Институт компьютерных исследований, 2004, 272 с.
25. Ширяев А.Н. Вероятность. В 2-х кн. -изд. 3-е перераб. и доп. М.: МЦНМО, 2004, 968 с.

Дискретная математика и математическая кибернетика

26. Ф.А. Новиков. Дискретная математика для программистов. 3-е изд. СПб.: Питер, 2009.
27. Р. Грэхем, Д. Кнут, О. Паташник. Конкретная математика. Основания информатики. М: Мир, 2010.
28. Т.Х. Кормен, Ч.И. Лейзерсон, Р.Л. Ривест, К. Штайн. Алгоритмы. Построение и анализ. СПб.: Вильямс, 2012.

Механика

29. Гантмахер Ф. Р. Лекции по аналитической механике. М.: Физматлит, 2005.
30. Дарков А. В., Шапошников Н. Н. и др. Строительная механика. М.: 2010.
31. Малкин И. Г. Теория устойчивости движения. М.: УРСС, 2010.
32. Седов Л.И. Механика сплошной среды. СПб.: Издательство «Лань», 2004.

Дополнительная литература

Анализ

1. Арестов В.В., Глазырина П.Ю. Дифференциальные свойства функций одного действительного переменного: учеб. пособие. Екатеринбург: Изд-во Урал. ун-та, 2013.
2. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Х. Математический анализ: Начальный курс. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1985.
3. Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Бл.Х. Математический анализ: Продолжение курса. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1987.
4. Маркушевич А.И. Введение в теорию аналитических функций, М.: Наука. Т. 1, 2. Спб.: Лань 2009.
5. Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной. Спб.: Изд-во «Лань», 1999.
6. Сидоров Ю.В., Федорюк М.В., Шабунин М.И. Лекции по теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1989.

7. Стейн И., Вейс Г. Гармонический анализ на евклидовых пространствах. М.: Мир, 1974.
8. Шабат Б.В., Введение в комплексный анализ. Т. 1, 2, М.: Наука, 1987.

Дифференциальные уравнения

9. Коддинктон Э.А. Левинсон Н. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений. М.: ИЛ, 1958.
10. Демидович В.П. Лекции по математической теории устойчивости. М.: Наука, 1967.
11. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Ижевск: РХД, 2000 и другие издания.
12. Пименов В.Г. Избранные главы дифференциальных уравнений. Екатеринбург: Изд-во Уральского университета, 2003.
13. Смирнов В.И. Курс высшей математики. Т. IV М.: ГИТТЛ, 1974 и другие издания.
14. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1981 и другие издания.
15. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решения некорректных задач. М.: Наука, 1979.
16. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: МГУ, 2000 и другие издания.
17. Алексеев В.М., Тихомиров В.М., Фомин С.В. Оптимальное управление. М.: Наука, 1979.
18. Понтрягин Л.С., Болтянский В.Г., Гамкрелидзе Р.В., Мищенко Е.Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1983 и другие издания.

Математическая физика

19. Арсенин В.Я. Методы математической физики и специальные функции. М.: Наука, 1984.
20. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1988.
21. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных. М.: Наука, 1983.
22. Фарлоу С. Дифференциальные уравнения с частными производными для научных сотрудников и инженеров. М.: Мир, 1986.

Алгебра, геометрия и математическая логика

23. Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. М.: Наука. 1979.
24. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. М.: Наука. 1988.
25. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. 12-е изд., стер. СПб.: Лань, 2003.
26. Мальцев А.И. Основы линейной алгебры. М.: Наука. 1975.
27. Моденов П.С. Аналитическая геометрия. М.: Изд. МГУ. 1980.
28. Новиков С.П., Фоменко А.Т. Элементы дифференциальной геометрии и топологии. М.: Наука. 1987.
29. Позняк Э.Г., Шикин Е.В. Дифференциальная геометрия. М.: Изд. МГУ. 1990.

Теория вероятностей

30. Боровков А.А. Курс теории вероятностей. М.: Наука, 1986.
31. Чистяков В.П. Курс теории вероятностей. 7-е изд., М.: Дрофа, 2007, 256 с.

Дискретная математика и математическая кибернетика

32. Чень Ч., Ли Р. Математическая логика и автоматическое доказательство теорем. М.: Наука, 1983.
33. М. Холл. Комбинаторика. М.: Мир, 1970.

34. Данциг Д. Линейное программирование, его применения и обобщения. - М., Прогресс, 1966.
35. А.В. Ахо, М.С. Лам, Р. Сети, Дж.Д. Ульман. Компиляторы. Принципы, технологии и инструментарий. 2-е изд. СПб.: Вильямс, 2008.
36. Андерсон Д.А. Дискретная математика и комбинаторика. СПб.: Вильямс, 2004.
37. Замятин А.П., Шур А.М. Языки, грамматики, распознаватели. Екатберинбург: Изд-во УрГУ, 2007.
38. Верещагин Н.К., Шень А. Лекции по математической логике и теории алгоритмов. М.: МЦНМО, 2000.
39. J. Kleinberg, E. Tardos. Algorithm design. NY: Pearson, 2006.
40. R.L. Graham, M. Grötschel, L. Lovász. Handbook of Combinatorics, Volume 1. Elsevier, 1995.
41. J.L. Gross, J. Yellen. Handbook of Graph Theory. CRC Press, 2003.

Теоретическая механика

42. Аппель П. Теоретическая механика. М.: Физматгиз, Т. 1, 2, 1960.
43. Бахвалов Н. С. Численные методы. Анализ, алгебра, обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: Бином, 2006.
44. Боголюбов Н. Н., Митропольский Ю. А. Асимптотические методы теории нелинейных колебаний. М.: Физматгиз, 1963.
45. Гантмахер Ф. Р. Лекции по аналитической механике. М.: Физматлит, 2005.
46. Красовский Н. Н. Теория управления движением. М.: Наука, 1968.
47. Малкин И. Г. Некоторые задачи теории нелинейных колебаний. М.: УРСС, 2004.
48. Маркеев А. П. Теоретическая механика. М.: Наука, 1990.
49. Парс Л. А. Аналитическая динамика. М.: Наука, 1971.
50. Поляков Н.Н., Зегжда С.А., Юшков М.П. Теоретическая механика. М.: Высшая школа, 2000.
51. Понтрягин Л. С., Болтянский В. Г., Гамкрелидзе Р. В., Мищенко Е. Ф. Математическая теория оптимальных процессов. М.: Наука, 1976.
52. Уиттекер Е. Т. Аналитическая динамика. Ижевск: Издательский дом «Удмуртский университет», 1999.
53. Четаев Н. Г. Устойчивость движения. М.: Наука, 1965.

Механика жидкости и газа

54. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика (любое издание).
55. Бреховских Л.М., Гончаров В.В. Введение в механику сплошных сред (в приложении к теории волн). М.: Наука, 1982.

Механика деформируемого твердого тела

56. Безухов Н.И. Основы теории упругости, пластичности и ползучести. М.: Высшая школа, 1968.
57. Горшков А. Г., Рабинский Л. Н., Тарлаковский Д. В. Основы тензорного анализа и механика сплошной среды. М.: Наука, 2000.
58. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. М.: Наука, 1969.
59. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1988.
60. Хан Х. Теория упругости. М.: Мир, 1988.

Динамика, прочность машин

61. Александров А. В., Потапов В. Д., Зылев В. Б. Строительная механика. Кн. 2. Динамика и устойчивость упругих систем. Учеб. для вузов. М.: Высшая школа, 2008.

62. Бидерман В. Л. Прикладная теория механических колебаний. М.: Высшая школа, 1972.
63. Болотин В. В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций. М.: Машиностроение, 1984.
64. Бреббия К., Уокер С. Применение метода граничных элементов в технике. М.: Мир, 2002.
65. Варданян Г.С., Атаров Н.М., Горшков А.А. Сопротивление материалов (с основами строительной механики). М.: ИНФРА-М, 2003.
66. Вибрации в технике: Справочник. В 6 т. М.: Машиностроение, 1999.
67. Зенкевич О.К. Метод конечных элементов в технике. М.: Мир, 2005.
68. Пестриков В. Н., Морозов Е. Н. Механика разрушения твердых тел: Курс лекций. СПб.: Профессия, 2001.
69. Поляков А. А., Кольцов В. М. Сопротивление материалов и основы теории упругости. 2-е изд. доп. и исп. Екатеринбург: УрФУ, 2011.
70. Сухарев И. П. Экспериментальные методы исследования деформаций и прочности. М.: Машиностроение, 1987.
71. Тимошенко С. П. Колебания в инженерном деле. М.: 1959.
72. Трушин С. И. Метод конечных элементов. М.: АСВ, 2008.
73. Феодосьев В. И. Сопротивление материалов. М.: Издательство МГТУ, 1999.
74. Яблонский А.А., Норейко С.С. Курс теории колебаний. СПб.: Лань, 2003.

6. Рекомендуемые Интернет-ресурсы

Программу вступительного испытания в аспирантуру по направлению подготовки 01.06.01 – Математика и механика разработали:

Зав. кафедрой математического анализа и теории функций ИМКН, доктор физ.-мат. наук, профессор ____________________ (Арестов В.В.)
(подпись)

Профессор кафедры алгебры и дискретной математики ИМКН, доктор физ.-мат. наук, профессор ____________________ (Баранский В.А.)
(подпись)

Профессор кафедры алгебры и дискретной математики ИМКН, доктор физ.-мат. наук, профессор ____________________ (Шур А.М.)
(подпись)

Зав. кафедрой механики и математического моделирования ИМКН, кандидат физ.-мат. наук, доцент ____________________ (Близоруков М.Г.)
(подпись)

Зав. кафедрой математической физики ИМКН, доктор физ.-мат. наук, профессор ____________________ (Иванов А.О.)
(подпись)

Зав. кафедрой вычислительной
математики ИМКН,
доктор физ.-мат. наук, профессор ______________________________(Пименов В.Г.)
(подпись)

Лист согласования

Директор ИМКН ______________________________ (Асанов М.О.)
(название института) (подпись)